Лабораторен практикум по физика

НАУКА И ИЗКУСТВО



Лабораторният практикум по физика е написан в съответствие с учебната програма по физика за студентите от висшите технически учебни заведения. Изданието може да се използва като учебно помагало и в другите вузове, където се изучава обща физика.

©
Димо Дончев Христозов
Исидор Младенов Господинов
Стефан Иванов Арменски
Николай Михайлов Андреев
Миню Русев Минев
Христо Стефанов Манев
1990
c/o Jusautor, Sofia

Индекс 53

ПРЕДГОВОР

В този лабораторен практикум са включени повечето от учебните експерименти по физика, поставени в нашите висши технически учебни заведения. Разпределението на материала по раздели, теми и експерименти е направено главно с оглед на неговата вътрешна връзка. За системното изложение на експериментите като отделни методични единици спомогна приетата от нас схема на описание: теория, експеримент и преценка на експеримента.

При разработването на практикума използвахме преди всичко излезлите досега лабораторни ръководства по физика в България, както и друга учебна литература. Благодарни сме на всички колеги, които ни помогнаха с участието си в предварителните обсъждания или ни предоставиха за ползване свои материали и експериментални уредби. В това отношение специално благодарим на Л. Цифудин, Кр. Кръстев, М. Надолийски, В. Буриев, Огн. Попов, Ел. Маринова. Предварителна благодарност изказваме на онези, които ще направят предложения и препоръки за нашия практикум.

Материалите са написани от авторите, както следва:

1. Раздели 1, 2, 5 и 9, теми 4.5 и 6.6, експеримент 3.1.5, приложения от 1 до 4.1, 4.8 и 4.19 — гл. ас. Хр. Манев.
2. Раздел 3, експерименти 7.4.2, 7.6.3, приложения от 4.2 до 4.7 и от 4.9 до 4.17 — доц. кфн Д. Христозов.
3. Раздел 4 и тема 7.7 — доц. кфн Ст. Арменски.
4. Раздел 6 — доц. ктн. Ис. Младенов.
5. Раздел 7 и приложение 4.18 — доц. кфн М. Минев.
6. Раздел 8 и приложение 4.20 — доц. ктн Н. Андреев.

Съвместно са писани следните материали:
Въведенията към раздел 3 и към теми 3.1 и 3.2, експерименти 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3, 3.1.4, 3.2.2 и 3.2.4 — Христозов и Манев.
Експерименти 4.4.2 и 4.4.3 — Арменски и Минев.
Въведенията към теми 6.4 и 6.5 и експерименти 6.4.1, 6.4.2, 6.4.3, 6.4.4, 6.5.1, 6.5.2, 6.5.3, 6.5.4 и 6.5.5 — Младенов и Манев.

С начални варианти участвуваха:
Христозов — за експерименти 5.2.2, 6.6.4, 9.1.3 и 9.2.2;
Арменски — за експерименти 5.2.2, 5.2.4, 5.2.5 и 5.2.6;
Младенов — за експерименти 5.2.5, 6.6.3, 6.6.4 и 9.1.2.

Въведението към раздел 1 е обсъждано на различни етапи от всички автори, като най-много предложения и отделен вариант направи Христозов. Окончателният вариант на това въведение е уточнен от Манев, Христозов и Андреев. В редактирането на раздели 3 и 6 и на съдържанието участвува и Хр. Манев.

Авторският колектив е особено задължен на доц. Димо Христозов за извършеното от него по организиране на работата и на вътрешното редактиране. Благодарни сме и на рецензентите проф. М. Маринов и доц. Н. Николов за оказаното от тях внимание към лабораторния практикум. Ние високо ценим голямата редакторска работа на др. Маргарита Крумова и проявеното от издателството разбиране, благодарение на които стана възможно това издание.

София, май, 1988 г. *Авторите*

1. ОСНОВИ НА ИЗМЕРВАНЕТО

Мерене въобще представлява определяне на отношение между обекти. Процесът мерене винаги е свързан с представа за съотнасяните обекти и става завършено цяло, наречено измерване, едва когато мерещият изтълкува получения резултат. Всеки обект се описва с някакви съществени признаци, наричани негови качества. Физичните величини са характеристики на обективната реалност, които отговарят на определени качества. Някои качества се проявяват като сравними по степен свойства, наречени еднородни количества y на измерваната величина Y. В най-простия случай дадено количество y се изразява с уравнението

$$y = xu, \tag{1.1}$$

където x е реално число, а u е друго количество на величината Y, предварително избрано за единица мярка. Размер на количеството y представлява изразът му xu, при което мерното число x се нарича стойност на количеството y, получена при измерването. Размери на количества са например изразите 3 m и 5 kg със стойности съответно 3 и 5. При $x=1$ казваме, че еднородните количества y и u са равни едно на друго, при $x>1$ количеството y е по-голямо от количеството u, докато при $0<x<1$ казваме, че количеството y е по-малко от количеството u. Измерването на величината Y е пряко, когато размерът xu на количеството y се определя чрез непосредствено сравняване с единицата мярка u. А когато той се намира въз основа на някаква зависимост между величината Y и други, независимо от нея измервани величини, нейното измерване се нарича косвено.

НЕТОЧНОСТ, РАЗСЕЙВАНЕ И ГРЕШКА

Количественото измерване се свежда до последователност от избирания между две възможности при сравняването. Например, като съпоставим дължината на еднометрова пръчка с дължината на дадено тяло, първоначално трябва да преценим дали дължината на тялото е по-голяма, или е по-малка от дължината на пръчката. Ако дължината на тялото се окаже по-голяма от тази на пръчката, съпоставяме дължината на пръчката с останалата дължина на тялото и пак трябва да избираме между две възможности. По този начин може да стигнем до

положение, при което пръчката е по-дълга от последния остатък на дължината на тялото. Тогава за продължаване на мерене си служим с равни части от дължината на еднометровата пръчка, каквито са например означените върху нея дециметри, сантиметри и милиметри. При използването на все по-малки части от мерната единица обаче винаги стигаме до такава големина, от която нататък не може ясно да се фиксират две възможности при сравняването и изборът между тях става несигурен. Онази най-малка част от мерната единица, до която с достатъчна сигурност може да се осъществява изборът между двете възможности при сравняването, представлява *неточност на резултата* от сравняването. Ако в края на мерене дължината на пръчката се окаже равна на дължината на последния остатък, преценката за равенството се прави със същата неточност. Неточността на резултата y като цяло е равна на сумата от неточностите на всички извършени за получаването му сравнявания. Тя се нарича още абсолютна грешка на резултата y и обикновено се означава със символа Δy. Със същия символ обаче се означава и разликата $y_2 - y_1 = \Delta y$, поради което от контекста трябва да се съобразява кога символът Δy е употребен за означаване на разлика и кога е използван за означаване на абсолютна грешка на резултата.

Определеността на измерването напълно се характеризира с относителната грешка $\frac{\Delta y}{y}$ или с относителната точност $\frac{y}{\Delta y}$, които не зависят от вида на измерваната величина. Относителната грешка $\frac{\Delta y}{y}$ показва каква част от абсолютната грешка Δy се пада на единица от получения резултат y и най-често се изразява в проценти. Измерването е по-определено, когато относителната му грешка е по-малка или когато относителната му точност е по-голяма. Определеността на резултата $y = xu$ се нарича точност на резултата и изобщо се изразява с броя на достатъчно сигурно намерените цифри на мерното му число x. В повечето случаи обаче за определеността на измерването се съди само по абсолютната грешка Δy на резултата y. Тогава обикновено се казва, че измерването е направено например с точност до 1 mm или, да речем, с точност до 5 g.

Ако при дадени стандартни условия се направят две или повече еднакви измервания, в общия случай стойностите $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ на получените резултати y_i не съвпадат една с друга. Взаимното отклонение $\delta y_{ij} = y_i - y_j \neq 0$ при $i \neq j$ представлява *разсейване на резултатите* y_i. Разсейването δy_{ij} изразява неопределеността на самия процес мерене, която се проявява при повече от едно измерване. Например, ако два пъти измерим дължината на учебна зала с еднометрова пръчка, по която може да отчитаме с точност до милиметър, резултатите навярно няма да съвпаднат с точност до милиметър. За-

щото не съвсем еднаквите наставяния на пръчката почти сигурно ще доведат до разлика, по-голяма от 1 mm. Разсейване на резултатите обаче ще се получи и ако направим тези измервания посредством лазерен лъч с толкова голяма точност, че да се отчитат нищожните отмествания на стените на залата, които те извършват при трептенето си, предизвикано от непрестанните неконтролируеми околни влияния. Но сега причината за разсейването се дължи на факта, че почти сигурно разстоянието между стените ще бъде различно в различните моменти на тези измервания. Когато разсейването $\delta y_{ij} \leqq \Delta y$, то е незабележимо, поради което физичната величина може да се разглежда като фиксирана, с независеща от поредността на измерването стойност x. Тогава многократните измервания на величината са излишни. Например в магазина е достатъчно претеглянето на стоката да се направи еднократно. А когато $\delta y_{ij} > \Delta y$, физичната величина се разглежда като разсеяна. За описване на разсейването се правят многократни измервания на тази величина при избраните стандартни условия и получените резултати y_i се обработват според изискванията на специална теория, наречена теория на вероятностите.

Експериментално полученият резултат y_e съществено зависи от спазването на отнапред избраните стандартни условия на експеримента. Затова при всеки научен експеримент тези условия специално се определят преди започването му и строго се контролират, докато той се извършва. Въз основа на допълнително получените данни за влиянието на евентуалното нарушаване на стандартните условия се прави модел на експериментално очаквания резултат y_0, който би се получил, ако те не биха били нарушавани. Отклонението на експериментално получения резултат y_e от експериментално очаквания резултат y_0, което се дължи на нарушаване на стандартните условия на експеримента, представлява *грешка на измерването* $E_y = y_e - y_0$. Винаги съществуващата абсолютна грешка Δy_1 на отделния резултат y_1 и често проявяващото се разсейване δy_{ij} на резултатите y_i при многократни еднакви измервания изразяват обективната неопределеност на измерването, която е по принцип неотстранима. За разлика от тях грешката E_y на измерването е по принцип отстранима, понеже изразява влиянието само на зависещите от нас фактори.

Според това, дали са предсказуеми, или са непредсказуеми, грешките на измерването се разделят на систематични и на случайни. Поради непредсказуемостта си случайните грешки често се смесват със също така непредсказуемото обективно разсейване на резултатите, при което разсейването изобщо се увеличава. Разграничаването на случайните грешки от обективното разсейване на резултатите е възможно само при достатъчно прецизно определяне на стандартните условия на експеримента и при надежден контрол за тяхното спазване. А в зависимост от големината си грешките може да се разделят на:

а) незначителни — при $E_y \leqq \Delta y$,
б) значителни — при $\Delta y < E_y < y_0$,
в) груби — при $y_0 \leqq E_y$.

Както систематичните, така и случайните грешки може да бъдат незначителни, значителни и груби. Систематична грешка има например при измерването на продължителност на процес със секундомер, чиято стрелка заема началното си положение винаги с едно и също отклонение от нулевия знак. Систематична грешка има и при измерването на дължина с еднометрова пръчка, от началото на която е отрязана част с дължина 1 cm. Случайна е грешката на секундомер, чиято стрелка безразборно заема различни начални положения. Случайна грешка се получава и при измерването с еднометрова пръчка, ако нейното начало безразборно се поставя така, че да не съвпада с началото на измерваната дължина. Широко разпространена случайна грешка е и объркването на цифри при отчитане или при записване на резултата y_e. Според пораждащите я причини грешката често се представя и като образувана от няколко съставящи, каквито са инструменталната грешка (грешка на измерителния уред), грешката на метода на измерването, грешката на отчитането и пр. Незначителните грешки не може да се отчитат, но значителните и особено грубите грешки винаги трябва да се вземат предвид. Когато установените значителни или груби грешки не може да се коригират, свързаните с тях резултати се елиминират. Само такива измервания са коректни и ако има разсейване на резултатите y_i, те се обработват по теорията на вероятностите.

РАЗСЕЯНИ ФИЗИЧНИ ВЕЛИЧИНИ

Според това, дали възможните различни стойности на резултатите образуват изброимо или неизброимо множество, разсеяните физични величини се разделят съответно на прекъснати и на непрекъснати. Изброимо и крайно е например множеството от шест различни стойности, които се получават при многократно произволно хвърляне на зара, на чиито стени са означени числата от 1 до 6. А неизброимо е множеството от стойностите на възможните отклонения на попаденията от центъра на мишена при стрелба по нея. Когато възможните различни стойности са $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots, x_\nu$, разсейването на прекъснатата физична величина y_k се описва с формално въведена величина, вероятност q_k, чиито стойности $p_1, p_2, \ldots, p_k, \ldots, p_\nu$ изразяват степента на осъществимост на съответните стойности x_k. Без ограничение на общността може да се приеме, че стойността на вероятността за осъществяване на невъзможното събитие е нула, а стойността на вероятността за осъществяване на достоверното събитие е единица. С това приемане, наречено нормиране на вероятността q_k, се избира единицата за изразяване на

нейните стойности p_k. От нормирането на вероятността q_k следва, че възможните стойности p_k лежат в интервала $0 \leqq p_k \leqq 1$. Когато осъществяването на кое да е от разглежданата група събития изключва възможността за осъществяване на останалите от тях, какъвто е примерът със зара, тогава е изпълнено и условието $\sum_{k=1}^{\nu} p_k = 1$.

Разсейването на прекъснатата величина y_k напълно се описва със зависимостта на вероятността q_k от y_k, наречена закон за разпределението $q_k(y_k)$. При непрекъсната величина y законът за разпределението се изразява с аналогично дефинирана непрекъсната функция $q(y)$, наречена плътност на вероятността (вж. 4.5). Но точният аналитичен вид на закона за разпределението изобщо се намира трудно. Затова разсеяната величина y по-грубо се представя само с най-подходящия си размер m_y, наречен математично очакване, и с някаква оценка на вероятността за получаване на резултатите y_i около m_y. В простия случай на прекъсната величина y_k с известни стойности на вероятността p_k математичното очакване m_y се намира по формулата $m_y = \sum_{k=1}^{\nu} y_k p_k$. Най-често обаче и математичното очакване m_y не се намира така лесно. Тогава се използва някаква оценка и за него, каквато е, да речем, средноаритметичното $\bar{y}$ на резултатите y_i при равностойни измервания на дадената величина. Средноаритметичното $\bar{y}$ е надеждна оценка за математичното очакване m_y, защото при достатъчно голям брой n на измерванията $\bar{y}$ практически съвпада с m_y и може да се използва вместо m_y. А за съставяне на оценка на вероятността за получаване на резултатите y_i около математичното очакване m_y служи величината дисперсия D_y. В случая на прекъсната величина y_k дисперсията се намира по формулата $D_y = \sum_{k=1}^{\nu} (y_k - m_y)^2 p_k$. Като единица мярка при съставянето на оценката обаче се използва не самата дисперсия D_y, а величината стандартно отклонение $S_y = \sqrt{D_y} = \sigma_y u$, която за разлика от дисперсията се измерва със същата единица, с която се измерва и величината y.

Когато разсеяната величина y се подчинява на закона за нормалното разпределение (вж. 4.5.2), оценката за стандартното отклонение $S_{y_i} = \sigma_{y_i} u$ на отделните резултати $y_i = x_i u$ се намира по формулата

$$S_{y_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}\, u = \sigma_{y_i} u. \qquad (1.2)$$

Стандартното отклонение (наричано още средноквадратична грешка) $S_{\bar{y}} = \sigma_{\bar{y}} u$ на средноаритметичното $\bar{y} = \bar{x}u$ се намира по формулата

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}\, u = \sigma_{\bar{y}} u. \tag{1.3}$$

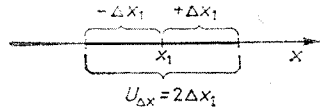
ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЯНЕ НА ДАННИТЕ

Цифрови данни. Достатъчно сигурно намерените цифри на мерното число x започват с първата различна от нула цифра и завършват с най-малко сигурно определената от тях. Тези цифри се наричат значещи цифри на мерното число, а броят им s носи името на значност на числото. Например числото 0,140 е записано с три значещи цифри, числата 5 и 0,005 имат само по една значеща цифра, докато значността на числото 201,00 е $s=5$. Изобщо при всяко достатъчно сигурно количествено измерване се получава поне една значеща цифра. За формулиране на физичните проблеми обикновено е достатъчно мерното число да се представи с приблизителната си големина, изразена само със закръгления му първа значеща цифра, умножена по съответната целочислена степен на десет. Според стандартното правило за закръгляване цифрата се завишава с единица, когато цифрите след нея означават число, по-голямо от половин единица, или когато тези цифри означават точно половин единица, но закръгляваната цифра е нечетна. И закръгляваната цифра остава същата, когато цифрите след нея означават число, по-малко от половин единица, или когато тези цифри означават точно половин единица, но закръгляваната цифра е четна.

Началната оценка за големината на абсолютната грешка $\Delta y_1 = \Delta x_1 u$ на резултата от еднократно измерване $y_1 = x_1 u$ включва само главните фактори, които я увеличават. Приносът на останалите неотчетени фактори се отразява най-сигурно и просто, като се завиши с единица първата значеща цифра на стойността Δx_1 на началната оценка, когато след тази цифра има поне още една различна от нула значеща цифра. Разредът на така получената единствена значеща цифра на окончателната стойност Δx_1 на абсолютната грешка Δy_1 се приема за разред на последната значеща цифра на мерното число x_1. Така определената последна значеща цифра на x_1 се закръглява вече по стандартното правило. Тя представлява единствената съмнителна цифра на мерното число за разлика от сигурно верните цифри преди нея и отхвърлените безсмислени цифри след нея.

Ако се приеме, че окончателната стойност Δx_1 на абсолютната грешка Δy_1 е най-голямата възможна стойност на неопределеността на мерното число x_1, това приемане на свой ред

може да бъде оценено по отношение на вероятността то да бъде изпълнено. Нека оценката дава, че приемането е изпълнено със стойност на вероятността $p_{\Delta x}$. Числото $p_{\Delta x}$ се нарича коефициент на доверие, а интервалът $U_{\Delta x} = 2\Delta x_1$ около x_1 носи името доверителен интервал. От фиг. 1.1 се вижда, че в случая неопре-



Фиг. 1.1

деността на x_1 в положителната посока на оста x е приета за равна на неопределеността на x_1 в отрицателната посока на тази ос. Въз основа на така направените приемания и оценки резултатът y_1 се записва с доверителния интервал, означен по следните два начина:

а) с абсолютната грешка: $y_1 = (x_1 \pm \Delta x_1)u$;

б) с относителната грешка: $y_1 = x_1 u \pm \frac{\Delta x_1}{x_1} \cdot 100\%$.

Пример. От еднократно измерване на две различни дължини са получени резултатите $l_1' = 5{,}346\,\text{m}$ и $l_1'' = 1\,\text{m}$ с една и съща начална оценка за абсолютната грешка $\Delta l = 0{,}013\,\text{m}$. Понеже след първата значеща цифра на стойността 0,013 има още една различна от нула значеща цифра, началната оценка за абсолютната грешка нестандартно се завишава на $\Delta l = 0{,}013\,\text{m} \sim 0{,}02\text{m}$. Така се получава, че съмнителната цифра на резултатите l_1' и l_1'' е от разреда на стотните от метъра. Поради това l_1' и l_1'' се записват със значещи цифри до този разред:

$l_1' = (5{,}35 \pm 0{,}02)\,\text{m}$,
$l_1' = 5{,}35\,\text{m} \pm 0{,}25\%$,

където относителната грешка в проценти се пресмята така:

$$\frac{0{,}013}{5{,}346} \cdot 100\% \approx 0{,}243\% \sim 0{,}25\%,$$

$l_1'' = (1{,}00 \pm 0{,}02)\,\text{m}$,
$l_1'' = 1{,}00\,\text{m} \pm 1{,}3\%$,

$$\frac{0{,}013}{1} \cdot 100\% = 1{,}3\%.$$

Обърнете внимание, че на нестандартното завишаване с единица на първата значеща цифра на стойността на абсолютната грешка отговаря нестандартно завишаване с единица на втората значеща цифра на процентната грешка.

При многократни равностойни измервания резултатите y_i се обработват, както е показано в табл. 1.1, където разликите

Таблица 1.1

№	y, u	δy	$(\delta y)^2$
1.	x_1	δx_1	$(\delta x_1)^2$
2.	x_2	δx_2	$(\delta x_2)^2$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n.	x_n	δx_n	$(\delta x_n)^2$
	$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$		$\sum_{i=1}^{n}(\delta x_i)^2$

$\delta y \equiv \delta y_i = y_i - \bar{y}$, т. е. $\delta x_1 = x_1 - \bar{x}$, $\delta x_2 = x_2 - \bar{x}$, . . . , $\delta x_n = x_n - \bar{x}$*. От таблицата се намира стойността

$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\delta x_i)^2}{n(n-1)}}$ на стандартното отклонение $S_{\bar{y}} = \sigma_{\bar{y}} u$ на средноаритметичния резултат $\bar{y} = \bar{x}u$. За доверителен интервал се приема интервалът $U_\sigma = 2\sigma_{\bar{y}}$ около $\bar{x}$. Крайният резултат y аналогично се записва по два начина с доверителния интервал:

а) със стандартното отклонение $y = (\bar{x} \pm \sigma_{\bar{y}})u$;

б) с относителното стандартно отклонение $y = \bar{x}u \pm \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{x}} \cdot 100\%$.

Пример. Диаметърът d на цилиндрична пръчка е измерен с микрометър на десет различни места и резултатите d_i са обработени, както е показано в табл. 1.2. Тук разликите δx_i са образувани между стойностите x_i и стандартно закръглената им

Таблица 1.2

№	$d_0 10^{-3}$ m	$\delta d, 10^{-5}$	$(\delta d)^2, 10^{-10}$
1.	2,31	−1	1
2.	2,33	1	1
3.	2,32	0	0
4.	2,30	−2	4
5.	2,29	−3	9
6.	2,35	3	9
7.	2,34	2	4
8.	2,32	0	0
9.	2,34	2	4
10.	2,33	1	1
	$\bar{x} = \frac{23{,}23}{10} = 2{,}323 \approx 2{,}32$		33

* Разликите $\delta y = y_i - \bar{y}$ често се означават и със символа $\Delta y = y_i - \bar{y}$. — *Бел. ред.*

средноаритметична стойност $\bar{x} \approx 2{,}32$, при което излишното писане на нули е избягнато с използване на подходящи целочислени степени на десет в началото на съответните колонки. Като се завиши стойността $\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{33.10^{-10}}{90}} \approx 0{,}606.10^{-5} \sim$ $\sim 0{,}007.10^{-3}$ на началната оценка за стандартното отклонение, крайният резултат за диаметъра d се записва с доверителния интервал по двата начина така:

$d = (2{,}323 \pm 0{,}007).10^{-3}$ m, $\quad \frac{0{,}006\,06}{2{,}323} \cdot 100\% \approx 0{,}261\% \sim 0{,}27\%$.
$d = 2{,}323.10^{-3}\,\text{m} \pm 0{,}27\%$,

За по-прецизно образуване на доверителния интервал и записване на резултатите при многократно измерване вж. 4.5.2.

Когато величината y се намира косвено от някаква връзка с други величини a, b и т. н., всяка от които е измерена с абсолютна грешка Δa, Δb и т. н., за намиране на абсолютната грешка Δy и на относителната грешка $\frac{\Delta y}{y}$ се извеждат съответни формули. Те се получават направо с диференциране или, когато това е по-удобно, първо с логаритмуване и после с диференциране на уравнението, което свързва y с другите величини. След това диференциалите на величините се заместват със съответните им абсолютни грешки, като грешките винаги се сумират. Например:

$y = a + b$, $dy = da + db$, откъдето $\Delta y = \Delta a + \Delta b$ и $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$,

$y = a - b$, $dy = da - db$, $\Delta y = \Delta a + \Delta b$ и $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$,

$y = ab$, $\ln y = \ln a + \ln b$, $\frac{dy}{y} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b}$, $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ и

$\Delta y = y\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$.

$y = \frac{a}{b}$, $\ln y = \ln a - \ln b$, $\frac{dy}{y} = \frac{da}{a} - \frac{db}{b}$, $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$ и

$\Delta y = y\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$.

В общия случай на $y = f(a, b, \ldots)$ пълният диференциал $dy = \frac{\partial f}{\partial a} da + \frac{\partial f}{\partial b} db + \ldots$, откъдето $\Delta y = \frac{\partial f}{\partial a}\Delta a + \frac{\partial f}{\partial b}\Delta b + \ldots$. Когато ролята на абсолютни грешки Δa, Δb и т. н. играят стандартни отклонения S_a, S_b и т. н., стойността σ_y на стандартното отклонение $S_y = \sigma_y u$ се намира по формулата

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\sigma_b\right)^2 + \ldots}\,.$$

Пример. Нека намерената от някакво уравнение дължина е $l=5{,}248\,\text{m}$ и нейната пресметната по формула относителна грешка е $\frac{\Delta l}{l}=0{,}0432$. Тогава абсолютната грешка $\Delta l=l\,.\,0{,}0432=5{,}248\,\text{m}\,.\,0{,}0432\approx 0{,}23\,\text{m}\sim 0{,}3\,\text{m}$, а процентната грешка $\frac{\Delta l}{l}\,.\,100\%=4{,}32\%\sim 4{,}4\%$. Крайният резултат за дължината l се записва с доверителния интервал по двата начина така:

$$l=(5{,}2\pm 0{,}3)\,\text{m},$$
$$l=5{,}2\,\text{m}\pm 4{,}4\%.$$

При извършване на основните аритметични действия с мерни числа се спазват следните правила. Когато числата се събират или се изваждат, съмнителната цифра на резултата е от разреда на съмнителната цифра на мерното число с най-голям разред на съмнителната цифра. Когато те се умножават или се делят, резултатът не може да има повече значещи цифри от мерното число с най-малък брой значещи цифри. Във всички случаи на междинни пресмятания се работи с една значеща цифра в повече, която се използва при закръгляването в края на пресмятането. За удобство е прието последният резултат да се записва в стандартен вид, като десетичният знак се поставя след първата различна от нула цифра и полученото число се умножава по необходимата целочислена степен на десет.

Пример. $\dfrac{(23{,}2+0{,}442+7{,}247)\,.\,18{,}364}{0{,}2412}\approx$

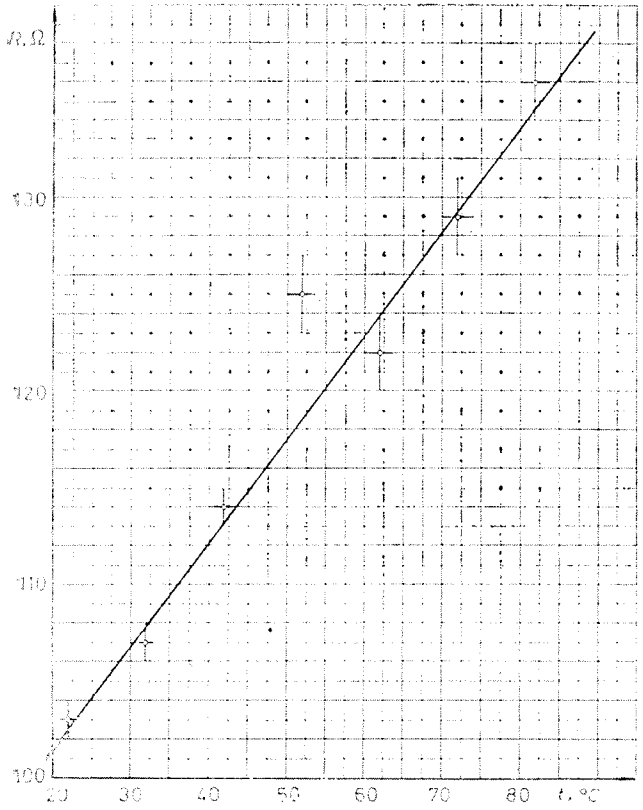
$$\approx\frac{(23{,}2+0{,}44+7{,}25).18{,}36}{0{,}2412}=\frac{30{,}89.18{,}36}{0{,}2412}\approx 2351\approx 2{,}35.10^3.$$

Когато степенният показател е -1, 0 или 1, последният резултат се записва по-прегледно без степента на десет.

Графично представяне на изследваните зависимости. Величината w зависи от величината y, когато между тях съществува някаква връзка $w=r(y)$, където w и y съответно се наричат зависима и независима променлива. Когато величините w и y са фиксирани и връзката между тях не зависи от съответните им стойности v и x, зависимостта им се нарича функционална и обикновено се означава с $w=f(y)$ или само с $w(y)$, където w и y съответно се наричат функция и аргумент. А когато величините w и y са разсеяни и в общия случай връзката между тях зависи от съответните им стойности v и x, зависимостта им се нарича корелативна, поради което се означава с $w=c(y)$, където w и y съответно представляват корелат и корелир. Експериментално снетите зависимости между физичните величини са винаги повече или по-малко ясно изразени корелативни зависимости.

След като се снемат табличните данни за изследваната зависимост $w=r(y)$, тя обикновено се представя и графично, най-

често в правоъгълна координатна система с милиметрова мрежа. Прието е стойностите на независимата променлива да се отчитат по абсцисната ос, а стойностите на зависимата променлива да се отчитат по ординатната ос. Мащабите по тези оси може



Фиг. 1.2

да бъдат произволни. Това позволява те да се подберат така, че:

а) да бъдат удобни за работа при оптимално използване на мрежата върху хартията. За целта по осите се означават само най-подходящите за ориентиране кръгли реперни стойности на независимата и на зависимата променлива, които се използват при построяване на експерименталните точки от табличните данни;

б) абсолютната грешка при построяването на експерименталните точки да бъде по-малка от абсолютната грешка на табличните данни. Когато освен за самите експериментални точки има данни и за абсолютната им грешка по направленията на двете оси, доверителните интервали за всяка точка мащабно се построяват около нея, както е показано на фиг. 1.2;

в) характерът на зависимостта да бъде показан ясно. За да се постигне това, пресичането на координатните оси може и да не съвпада с нулевите стойности на независимата и (или) на зависимата променлива.

В общия случай експерименталните точки се осредняват графично с плавна крива линия. Линията може да бъде и права, ако въз основа на някакви съображения се приеме, че зависимостта е линейна. Може да се случи осредняващата линия да не мине през нито една от експерименталните точки, но сумата от отклоненията на точките от едната ѝ страна трябва да бъде равна на сумата от отклоненията на точките от другата ѝ страна. Тази сума освен това трябва да бъде минимална и линията максимално близо да следва общия им ход. На фиг. 1.2 е показан пример за графично представяне на зависимост, за която предварително се знае, че е линейна. В използваната за построяване на това представяне табл. 1.3 има данни както за

Таблица 1.3

№	t, °C	Δt, °C	R, Ω	ΔR, Ω
1.	22	1	103	1
2.	32	1	107	1
3.	42	1	114	1
4.	52	2	125	2
5.	62	2	122	2
6.	72	2	129	2
7.	82	2	136	2

самите експериментални точки, така и за абсолютните им грешки по направленията на двете оси. Доверителният интервал за всяка точка по съответното направление през нея е означен с отсечките около точката, които са начертани по това направление. Обърнете внимание, че за различните точки доверителните интервали може да бъдат различни. Както се вижда от фиг. 1.2, четвъртата експериментална точка се отклонява от общия ход на останалите точки повече, отколкото е приетият доверителен интервал за нея, а този ход може да бъде осреднен с права линия, която пресича доверителните интервали на останалите точки. Тъй като в случая няма по-правдоподобна от построената осредняваща права линия, отклонението на четвъртата експериментална точка се тълкува като значителна случайна грешка, а не като допустимо разсейване. Затова резултатът за четвъртата точка се елиминира и окончателната права линия осреднява само останалите експериментални точки. Но експериментален резултат може да се елиминира и без графично да се представя някаква свързана с него зависимост, стига той да е част от резултатите при многократно измерване на една и съща физична величина. Когато разсейването на ре-

зултатите y_i става по закона за нормалното разпределение, обикновено се елиминират онези от тях, чиито отклонения от средноаритметичното $\bar{y}$ надминават $3\,S_{y_i}$ (правило на трите сигми), понеже стойността на вероятността за тяхното получаване може да се приеме за равна на нула — вж. 4.5.2.

Експерименталните данни обикновено се обработват по т.нар. метод на най-малките квадрати. Според този метод оптимална е онази оценка за математичното очакване на търсената разсеяна величина или на изследваната корелативна зависимост, за която сумата от квадратите на отклоненията на данните от нея е минимална. Средноаритметичното $\bar{y}$ на резултатите y_i при равностойни измервания на дадена величина отговаря на това условие за оптималност. При корелативна зависимост $w=c(y)$ най-правдоподобна е онази осредняваща резултатите линия, наречена линия на регресия, за която сумата от квадратите на отклоненията на експерименталните точки от нея е минимална.

Нека разсеяната величина w да зависи линейно от фиксираната величина y

$$w=a+by, \tag{1.4}$$

при което да са снети n различни двойки експериментални данни $y_i=x_iu_y$ и $w_i=v_iu_w$, където u_y и u_w са съответните единици мерки. Ако разсейването на експерименталните данни се подчинява на закона за нормалното разпределение, стойностите β' и α' на оценките $b'=\beta'u_b$ и $a'=\alpha'u_w$ на параметрите $b=\beta u_b$ и $a=\alpha u_w$ на правата линия се намират по следните формули:

$$\beta'=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})v_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1.5}$$

и

$$\alpha'=\bar{v}-\beta'\bar{x}. \tag{1.6}$$

Така за търсената линия на регресия се получава напълно определен аналитичен израз $w=a'+b'v$.

Писмени отчети. За всеки направен учебен експеримент студентът представя на ръководителя на лабораторния практикум писмен отчет (протокол), изготвен на бланка или на обикновени листове. Като пример за написване на отчета може да служи следният образец:

. . . . . — . . . . . катедра «Физика»

ВТУЗ град

Студент(ка) . . . . . .

специалност . . . . . , фак. № . . . . .

Отчет за експеримента (Заглавието на експеримента.)

1. Същност на експеримента

   (Накратко се формулират основните определения и целта на експеримента.)

2. Схема и метод

   (Схемата на експерименталната уредба се чертае с молив и накратко се описва методът на работа.)

3. Обработка на данните

   (Експерименталните данни се обработват в лабораторния дневник до края на лабораторното занятие, за да бъдат представени на преподавателя за проверка.)

4. Крайни резултати и изводи

   (Цифровите данни обикновено се записват с доверителния интервал по двата начина, а изследваните зависимости се представят и графично. Отбелязват се и най-съществените изводи от тях.)

Дата Подпис: Подпис:

(на студента) (на преподавателя)

1.1. ИЗМЕРВАНЕ НА ВРЕМЕ И НА ИНТЕРВАЛИ ОТ ВРЕМЕ

Размерите на света от мащабите на човека са нищожни в сравнение с размерите на Вселената. Затова при обикновените измервания на продължителност (интервал от време) може да се приеме, че еволюцията на Вселената протича идеално равномерно. Единицата мярка за продължителност е толкова по-качествена, колкото по-равномерен е ходът на еталонния процес и колкото по-точно може да се засича неговата трайност. В Международната измерителна система (SI) единицата мярка за интервал от време — секундата (s), се определя като продължителността на 9 192 631 770 периода на едно от лъченията на атома на цезий-133. Ходът на еталонния процес се сравнява с хода на равномерно протичащата еволюция на Вселената, определян от наблюденията върху движенията на космическите тела.

Уредът за измерване на време t се нарича часовник или хронометър, а уредът за измерване на продължителност $\tau = t_2 - t_1$ изобщо ще наричаме «секундомер». Разбира се, ако за начален момент на включване на секундомера бъде избран например началният момент на универсалното гринуичко време, секундомерът започва да изпълнява ролята и на часовник. Съществените качества на секундомер с равномерен ход са изправността на хода и точността, с която може да се засичат

началото и краят на измервания интервал от време. Ходът на секундомера е дотолкова изправен, доколкото е еднакъв с хода на еталонния процес, с който се определя секундата. Изправността на хода е съществено качество и на часовника. За часовника обаче са важни също така верността на показанията му при всяко отчитане по него, както и точността, с която те може да бъдат отчетени. При изправен ход на часовника показанията му са дотолкова верни, доколкото неговият начален момент съвпада с началния момент на избраното за даденото място от земната повърхност поясно време. Часовниците в България нормално се сверяват спрямо началния момент на източноевропейското поясно време, което е с два часа напред спрямо универсалното гринуичко време.

1.1.1. Измервания с часовник и със секундомер

Верността на показанията на часовник в даден момент се определя, като те се сравнят с показанията на периодично обявяваното по радиото, по телевизията или по телефона изправно време. Нека в някакъв момент t_0 на изправното време проверяваният часовник да показва $t_0' = t_0$, а в някакъв по-късен момент t на изправното време показанието на часовника да е $t' \neq t$. Като се знае, че продължителността на средното слънчево денонощие е $\tau_0 = 86\,400$ s, от тези измервания може да се определи денонощната неизправност τ_d на хода на проверявания часовник

$$\tau_d = \frac{t' - t}{t - t_0}\,\tau_0 \tag{1.7}$$

в единици секунда на денонощие (s/d).

Изберете някакви стойности за показанията t_0, t и t', с които да пресметнете денонощната неизправност τ_d. Броят k на денонощията, за които разликата между показанията на часовника и показанията на изправното време се изменя с една минута, се определя по формулата $k = \frac{60}{\tau_d}$. Каква максимална продължителност τ_m може да се осигури между две последователни сверявания на часовника, ако максималното отклонение на неговите показания от показанията на изправното време не трябва да надминава една минута?

Максималната продължителност τ_m между две последователни сверявания на неизменно избързващ часовник при избраните условия се получава, като се нагласи неговото показание в началния момент с една минута назад. За същата цел показанието на неизменно изоставащ часовник трябва да се нагласи в началния момент с една минута напред. След като за даден часовник се определи τ_m, полученият резултат може да се провери, като се наблюдават показанията на часовника, сверен по

изложения вече начин. Как ще разберете доколко евентуалните несъвпадения на резултатите от измерванията се дължат на абсолютната грешка на първоначално определената продължителност τ_m и доколко те са резултат на зависимост на денонощната неизправност τ_d от времето t?

Първите уреди за измерване на интервали от време са основани на равномерното протичане и повторимостта на изтичането на определено количество пясък или вода през малък отвор. Сега освен много по-изправните и точни механични секундомери широко навлизат в употреба още по-изправни електронни секундомери, основани на определени трептения на кварцова пластинка. При електронните секундомери интервалите от време τ се измерват с относителна грешка 10^{-10}. Върху основата на строго периодични атомни процеси за научни цели са направени и атомни секундомери с относителна грешка 10^{-13}, а от използващите кохерентно лъчение квантови секундомери се очаква тази грешка да се намали на 10^{-16}.

С механичен секундомер се измерва десет пъти интервалът от време τ, за който стоманено топче изминава дължината на улей с наклон поне 3°, като започва движението си без начална скорост. Когато към експерименталната уредба има и електронен секундомер, за задържане на топчето в началното му положение се използва електромагнит. Електромагнитът се изключва с натискането на бутон за включване на секундомера, а секундомерът се изключва в момента, когато топчето пресича в долния край на улея, перпендикулярен на посоката на движението му инфрачервен лъч. При същите условия се измерва десет пъти същият интервал от време τ' с електронния секундомер, след което серията от десет измервания се повтаря при по-голям наклон на улея, като ъгълът не трябва да надминава 11°. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 1.4.

Таблица 1.4

№	θ			$\theta'=\theta$			$\theta''>\theta'$			
	τ, s	$\delta\tau$	$(\delta\tau)^2$	τ', s	$\delta\tau'$	$(\delta\tau')^2$	τ'', s	$\delta\tau''$	$(\delta\tau'')^2$	
1.										
2.										
.										
.										
10.										

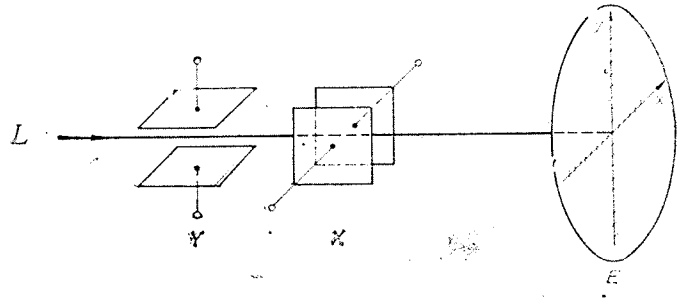
Относителната грешка на τ_m се намира по формулата

$$\frac{\Delta\tau_m}{\tau_m}=\frac{\Delta t'+\Delta t}{t'-t}+\frac{2\Delta t}{t-t_0}, \tag{1.8}$$

където $\Delta t'$ е абсолютната грешка, с която се отчитат показанията на проверяваний часовник, а Δt е абсолютната грешка на обявяваното изправно време, приемана за равна на продължителността на звуковия сигнал, отбелязващ настъпването на даден момент t. С доверителния интервал по двата начина се записват τ_m и крайните резултати за всяка от сериите от по десет измервания на τ с механичен и с електронен секундомер.

1.1.2. Измерване на малки интервали от време

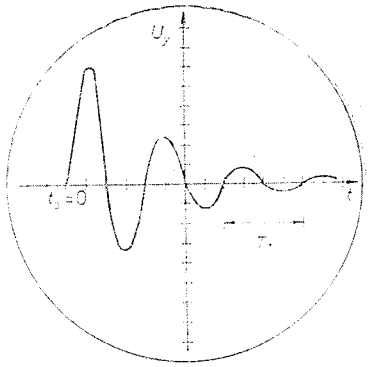
Продължителността τ на краткотраен процес удобно се измерва с електроннолъчев осцилоскоп. Пълното описание на осцилоскопа е дадено в § 6.1.3, а принципното му устройство е показано на фиг. 1.3. Електронен лъч L минава между плочи



Фиг. 1.3

Y за отклоняване във вертикално направление и между плочи X за отклоняване в хоризонтално направление. След това лъчът среща екран E, който флуоресцира там, където попадат електрони върху него. Светеща точка на екрана се получава, като се включи осцилоскопът към захранващо напрежение ~220 V и с копчетата за регулиране на нейната яркост, фокусировка и положението ѝ върху екрана тя бъде нагласена според нуждите на измерването. Ако на плочите X се подаде периодично изменящо се разгъващо напрежение, под негово действие краят на електронния лъч започва непрекъснато да пробягва екрана в хоризонтално направление с определена честота, която измерващият може да мени в широки граници. Изследваният сигнал U_y се подава на входа Y на осцилоскопа. Под едновременното действие на двете напрежения движението на светещата точка по екрана изобщо е неповтарящо се дори когато сигналът U_y е строго периодичен. Но като се мени плавно честотата на разгъващото напрежение, тя може да стане кратна на честотата на изследвания сигнал, при което описваната от светещата точка линия застава неподвижна върху екрана. В зависимост от стойността на кратността неподвижната картина по-

казва как се изменя сигналът U_y с течение на времето t за един свой период, за няколко периода или за част от периода. На фиг. 1.4 е дадена картината на периодично възникващи и затихващи след това свободни трептения, която се наблюдава при



Фиг. 1.4

честота на разгъващото напрежение, равна на честотата, с която се повтаря един такъв цикъл от момента на възникване на трептенията до момента на тяхното изчезване. За лесно получаване на неподвижна картина на протичането на периодичните процеси някои осцилоскопи може да работят в т. нар. чакащ режим на разгъващото напрежение. При чакащ режим разгъващото напрежение се включва само когато напрежението на изследвания сигнал U_y стане по-високо от някакво предварително избрано прагово напрежение. Праговото напрежение и стабилността на картината се регулират със съответни копчета.

Напрежението U_y се взема от уредба за изследване на електромагнитни трептения, която се захранва с напрежение ~ 220 V. За целта уредбата се нагласява да произвежда свободни трептения и напрежението U_y се взема от клемите U_C по такъв начин, че масата на осцилоскопа да е свързана към означената на нея точка N. Освен това е добре капацитетът на кондензатора и индуктивността на бобината да бъдат подбрани така, че при нулево съпротивление на променливия резистор затихващите трептения да имат първата си нулева амплитуда почти в края на тяхното повторение. Като се подбере честотата на разгъващото напрежение и усилването на сигнала по оста y, почти целият екран може да се заеме само от една картина на цялото повторение, както е показано на фиг. 1.4. Тогава по хоризонталната скала на екрана се отчита дължината l' на цялата тази картина. Без да се изменя честотата на разгъващото напрежение, изследваният сигнал се изключва от входа Y. На

негово място се включва сигнал с известна честота, например $f=50$ Hz, какъвто обикновено има изведен на лицевата страна на осцилоскопа. Ако l'' е отчетената по хоризонталната скала дължина на картината на един период T на сигнала с известна честота $f=\frac{1}{T}$, търсената продължителност $\tau=t-t_0$ на цялото повторение се намира по формулата

$$\tau=\frac{l'}{l''}T. \tag{1.9}$$

Периодът T_1 на свободните трептения се пресмята по формулата

$$T_1=\frac{l_n}{l''}\cdot\frac{T}{n}, \tag{1.10}$$

където l_n е дължината на онази част от картината, която съдържа n ясно отчитащи се от екрана последователни периода T_1.

Някои осцилоскопи са пригодени направо да показват каква дължина l_e отговаря на дадена еталонна продължителност τ_e, която предварително се избира, като се постави един ключ на съответно положение p. В едни случаи яркостта на светещата точка се увеличава в моментите на всяко следващо изтичане на избраната продължителност τ_e при равномерното движение на точката по оста x на екрана, а в други случаи за l_e служат основните деления върху хоризонталната скала на екрана. Продължителността τ' при тези осцилоскопи се намира по формулата

$$\tau'=m\tau_e, \tag{1.11}$$

където m означава броят на дължините l_e, които се нанасят по дължината l' на картината на цялото повторение на процеса. Периодът T_1' в този случай е

$$T_1'=\frac{q_n}{n}\tau_e, \tag{1.12}$$

където q_n е броят дължини l_e, които сравнително най-точно се нанасят в някакъв брой n последователни периода T_1'. Когато се използват осцилоскопи с такава регулируема еталонна продължителност τ_e, периодът на затихващите свободни трептения контролно се измерва и при онова положение на ключа, за което почти цялата скала на екрана се заема само от един период T_1''.

Ако се пренебрегне абсолютната грешка, с която е определен периодът T, относителната грешка на τ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\tau}{\tau}=\frac{\Delta l'}{l'}+\frac{\Delta l''}{l''}, \tag{1.13}$$

където $\Delta l'=\Delta l''=\Delta l$ е абсолютната грешка, с която се отчитат дължините l' и l'' от екрана на осцилоскопа. Относителната

грешка на T_1 се изчислява по формулата

$$\frac{\Delta T_1}{T_1}=\frac{\Delta l_n}{l_n}+\frac{\Delta l''}{l''}, \tag{1.14}$$

където $\Delta l_n=\Delta l''=\Delta l$. Относителната грешка на τ' се намира по формулата

$$\frac{\Delta\tau'}{\tau'}=\frac{\Delta l'}{l'} \tag{1.15}$$

и съответно относителната грешка на T_1' се намира по формулата

$$\frac{\Delta T_1'}{T_1'}=\frac{\Delta l_n}{nl_n}, \tag{1.16}$$

където $\Delta l_n=\Delta l$.

Всеки от резултатите τ, T_1, τ' и T_1' се записва с доверителния интервал по двата начина, а контролно измереният период T_1'' се записва с точност три значещи цифри.

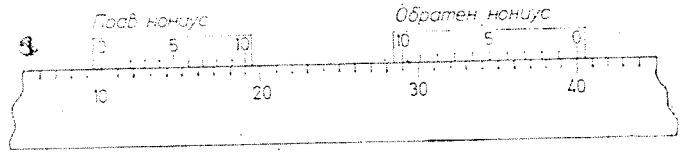
1.2. ИЗМЕРВАНЕ НА ДЪЛЖИНА И НА ЪГЪЛ

В Международната измерителна система единицата мярка за дължина—метърът (m), се определя като дължината на пътя, изминат от светлината във вакуум за 1/299 792 458 част от секундата. За разлика от постоянно усъвършенстваните физични еталони за секундата и за метъра при единицата за измерване на равнинен ъгъл θ може да се използва формален еталон, който се определя абсолютно точно. В Международната измерителна система единицата мярка за равнинен ъгъл, радианът (rad), се определя като ъгъла между два радиуса на кръг, които отрязват от неговата окръжност дъга, равна на радиуса. Наред с радиана широко се използва и извънсистемната измерителна единица градус (...°), която се получава, като се положи пълният равнинен ъгъл $\theta_0=360°$. Освен това се употребява и извънсистемната единица град (...^{g}), която се получава, като се положи $\theta_0=400^g$.

1.2.1. Измервания с нониус и с микрометър

Дължина или ъгъл обикновено се измерват със специално пригодено за случая тяло, което има гладка повърхност и подходящо разграфена скàла върху нея. Поради крайната ширина на чертичките, заграждащи деленията върху основната скала, те са с някаква крайна големина a. Затова при измерването често се налага да преценяваме «на око» колко е частта y от някое най-малко деление a, която се заема от края на измерваната дължина или ъгъл. Но такава преценка се прави доста по-неточно, отколкото преценката ни за това, дали съвпадат, или не съвпадат две чертички. Нониусът е приспособление към

основната скала, с което преценката за големината на заеманата част y от някое най-малко деление a се свежда до преценка за съвпадение на две чертички. Както е показано на фиг. 1.5, върху нониуса има допълнителна скала, която може да се хлъзга



Фиг. 1.5

по дължината на основната скала. Големината b на най-малкото нониусно деление е различна от големината a на най-малкото скално деление. Връзката между тях има вида $nb=(n\pm1)a$, където n е подходящо избрано цяло число. Когато $b<a$, нониусът се нарича прав, понеже номерата на деленията по нониусната скала нарастват в посоката, в която нарастват и номерата на деленията по основната скала. При $b>a$ тези посоки са обратни една на друга, поради което нониусът се нарича обратен. Абсолютната стойност на разликата $\left|a-\frac{n\pm1}{n}a\right|=\frac{a}{n}=k$ се нарича константа на нониуса. Константата k на нониуса представлява новата, по-малка от a, единица мярка, с която по-точно се отчита големината на заеманата част y от някое най-малко деление a.

При използването на нониус началото на скалата му се поставя срещу края на измерваната дължина или ъгъл. Сравняват се нониусната и основната скала, за да се отчете номерът ν на онова нониусно деление, чиято крайна чертичка най-добре съвпада с някоя от чертичките на деленията от основната скала. След това по формулата $y=\nu k=\frac{\nu}{n}a$ се намира каква част от a е големината на y, при което абсолютната грешка на отчитането е $\Delta y=k$. Показаните на фиг. 1.5 нониуси за по-точно измерване на дължина l се наричат линейни нониуси, а нониусите за по-точно измерване на равнинен ъгъл θ — дъгови нониуси.

Определя се константата на правия и на обратния нониус към скалата на дървен метър. С него се измерва дължината l на метална пръчка, като по-точното отчитане се прави отделно с всеки от нониусите. Определя се константата на нониуса към скалата на шублер и с него се измерва външният диаметър Φ_1, вътрешният диаметър Φ_2 и дълбочината H на избрано за случая тяло. Определя се константата на дъговия нониус към скалата на диск за измерване ъглите на усукване на метална пръчка под действието на усукващ момент на сила. Измерват се

ъглите на усукване γ_i при пет различни усукващи момента на сила M_i, създавани от двойка сили. Тези моменти се увеличават с последователно поставяне на тежинки от по сто грама. Резултатите за $\gamma_{i,i-1}=\gamma_i-\gamma_{i-1}$ се обработват в табл. 5.3.

За по-точно измерване на разстояние между достъпни за притискане точки от повърхността на твърдо тяло се използва микрометърът. Тялото се поставя между челото на калибриран винт на микрометъра и отсрещната му неподвижна пета, след което с въртене на винта се притиска в интересуващите ни точки от челото и петата. Разстоянието d между двете точки се отчита по милиметрова скала върху цилиндричната външна повърхност на гайката на винта и по още една скала върху специално пригодената глава на винта, наречена барабан. По скалата на барабана обикновено има $n=50$ деления, а срещу означената с цифри милиметрова скала има допълнителна скала за отчитане на половинките на милиметрите. Ходът (стъпката) на винта най-често е $h=0{,}5\,\text{mm}$. Големината му се проверява, като първо се доведе началото на скалата върху барабана срещу линията на милиметровата скала и след това се отчете преместването на ръба на барабана по нея при едно пълно завъртане на винта. Константата $k=\frac{h}{n}$ на микрометъра представлява в случая онази най-малка част от мерната единица, до която с достатъчна сигурност може да се направи измерването.

Преди измерване петата на микрометъра и челото на микрометричния винт трябва добре да се почистят от евентуални замърсявания по тях. След това челото се опира в петата, за да се определи дали има систематична грешка, която зависи от големината на притискането. Едно и също притискане на челото на винта към петата или на поставеното между тях тяло се получава, като за навиване на винта се използва специалната опашка към неговата глава. Щом се получи необходимото притискане, опашката започва да превърта и движението на винта се прекратява. Възможната систематична грешка се отчита в брой деления по скалата на барабана, с които при стандартно притискане на челото към петата началото на тази скала не съвпада с линията на милиметровата скала. В зависимост от това, дали началото на скалата върху барабана тръгва от изходното си положение с аванс или със закъснение от едно или повече деления, систематичната грешка съответно се вади или се прибавя. С микрометъра най-напред се измерва еднократно диаметърът d_a на тънка жичка. След това се измерва на десет различни места диаметърът d на метална пръчка и резултатите d_i се обработват в табл. 1.2.

Всеки краен резултат от измерванията с нониусите, с шублера и с микрометъра се записва с доверителния интервал по двата начина.

1.2.2. Измерване на малки разстояния

Има много уреди и методи за измерване на малки разстояния, с някои от които вече се стига до размер $10^{-15}\,\text{m}$. Един широко използван уред за наблюдаване на обекти с малки размери и за измерване на малки разстояния е оптичният микроскоп. За измерване на малки разстояния с него предварително се определя каква дължина b отговаря на най-малкото деление на окулярната му скàла. При дадено увеличение микроскопът се нагласява така, че в неговото зрително поле да се получи ясен образ на еталонна скала с известна дължина a на нейните най-малки деления. Прави се този образ да съвпадне с образа на окулярната скала и при това положение се отчита броят n на окулярните деления, които покриват възможно най-точно някакъв брой ν еталонни деления. От връзката $nb=\nu a$ се намира константата $k=b=\frac{\nu}{n}a$ на окулярната скала.

Наблюдава се през микроскопа препарат с растителни клетки и препарат с движещи се микроорганизми, за да се определят размерите им. Абсолютните грешки на измерванията се оценяват от измерващия и всеки от резултатите се записва с доверителния интервал по двата начина.

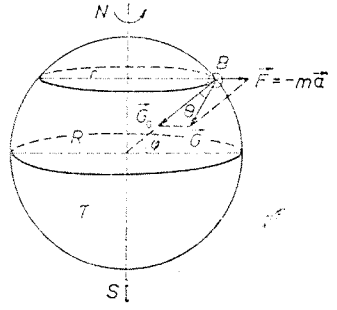
1.3. ИЗМЕРВАНЕ НА МАСА

Освен универсалното свойство инерция величината маса m характеризира и също така универсалното свойство гравитация, като заедно с това е свързана и с пълната енергия E на материалните обекти въобще

(1.17) $$E=mc^2,$$

където c е скоростта на светлината във вакуум. В Международната измерителна система като единица мярка за маса (1 kg) се приема масата на специално направено и съхранявано тяло, наречено международен прототип на килограма.

Масите на обикновено срещаните тела лесно се измерват пряко, като се сравнят техните тегла. Както е показано на фиг. 1.6, силата тегло $\vec{G}$ на дадено тяло B е векторна сума от гравитационната сила $\vec{G}_0$, с която тялото B и Земята T взаимно се притеглят, и инерчната сила $\vec{F}$, която действува на тялото B в неинерциалната отправна система,



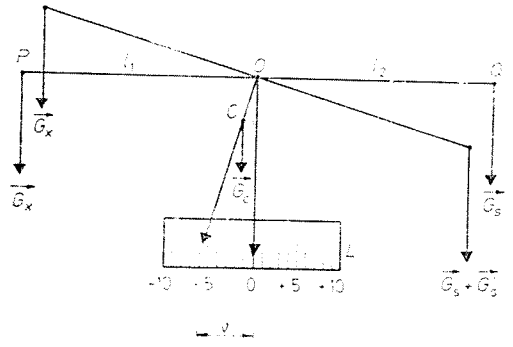
Фиг. 1.6

свързана неподвижно с въртящата се Земя. Понеже и двете сили $\vec{G}_0$ и $\vec{F}$ са правопропорционални на масата m на тялото, неговото тегло обикновено се представя с формулата $G=mg$, където земното ускорение g е характерна константа за дадено място от земната повърхност. Нека $G_x=m_xg_x$ е теглото на тялото с неизвестна маса m_x, а $G_s=m_sg_s$ е сравняваното с него тегло на стандартно тяло с отнапред определена маса m_s. Когато двете тела са достатъчно близо едно до друго, може да се приеме, че земното ускорение $g_x=g_s=g$ е еднакво за заеманите от тях места. Ако при това положение теглата им се изравнят, от

(1.18) $$G_x=G_s \text{ и } m_xg=m_sg \text{ следва } m_x=m_s.$$

1.3.1. Измервания с везни

Везните са уред за измерване масата на телата. На фиг. 1.7 е показано принципното устройство на равнораменни лостови везни. Равнораменната кобилица PQ и неподвижно свързаната с нея стрелка на везните са подпрени в точка O, която е малко



Фиг. 1.7

над общия им център на масата C. Поради симетрията и добрата подвижност тази система заема онова равновесно положение, при което стрелката ѝ сочи нулевия знак върху скалата L. При метода на обикновено теглене тялото с неизвестна маса m_x се поставя в левия край на кобилицата. В десния край на кобилицата се поставят различни комбинации от теглилки с известна маса m_s. Комбинирането на теглилките продължава, докато теглата G_x и G_s напълно се уравновесят или поне разликата им стане толкова малка, че стрелката не напуска границите на скалата. Във втория случай допълнителният момент на сила от страна на надвишаващия товар (товара G_s' на фиг. 1.7) се уравновесява от обратен на него момент на сила. Обратният момент на сила се създава от теглото G_c на подвижната система при отместване на центъра на масата C встрани от вертикалната линия, прекарана през опорната точка O. Когато теглата G_x и G_s се уравновесят така, че стрелката на везните застане в равновесното си положение без товар, измерваната маса $m_x=m_s$. А когато уравновесяването на теглата G_x и G_s стане при отклонение на стрелката от нулевото равновесно положение на ν деления, трябва да се направи корекция на m_s заради това отклонение. При някои от везните скалата е разграфена в десетични части на килограма или на грама. Тогава корекцията m_s' направо се отчита по нея и съответно се вади от m_s, когато $G_x<G_s$, или се прибавя към m_s, когато $G_x>G_s$. Ако най-малките деления на скалата L са в някаква неизвестна единица, наречена константа k на скалата, тази единица се определя по следния начин. При уравновесени тегла G_x и G_s везните допълнително се натоварват или се разтоварват с достатъчно малка стандартна теглилка с маса m_{sa} така, че при новото равновесно положение тяхната стрелка пак да остане в границите на скалата. Нека n е броят на най-малките деления на скалата, с които се е преместила стрелката на везните при преминаването им от едното равновесно положение в другото. Търсената константа $k=\frac{m_{sa}}{n}$ се измерва в килограм на скално деление (kg/ск. дел.), а реципрочната ѝ величина $\frac{1}{k}=\frac{n}{m_{sa}}$ (ск. дел./kg) се нарича чувствителност на везните. Необходимата корекция на m_s се намира по формулата $m_s'=\nu k$ (вж. фиг. 1.7). Положението на стрелката по скалата се отчита с абсолютна грешка около половин най-малко деление, а за измерване на масата m_s везните трябва да се уравновесят два пъти: един път за определяне на нулевото равновесно положение без товар и втори път за определяне на равновесното положение с товари G_x и G_s. Затова абсолютната грешка на измерената маса е $\Delta m=k.1$ ск.дел.

За измерване маси на тела до неколкостотин грама с абсолютна грешка части от милиграма се използват аналитични везни, които най-често са направени като равнораменни лостови везни. При празни блюда и показания 000 на дисковете за автоматично натоварване с теглилки, по-малки от един грам, претеглянето започва с плавно освобождаване на кобилицата на везните посредством завъртане на ръчка в долната им част. Ако настройката на везните е добра, върху специално екранче се появява образът на подвижна скала, която след няколко колебания застава така, че нулевият ѝ знак е около една нанесена върху екранчето чертичка. Малки отклонения на тази чертичка от нулата на скалата може да бъдат отстранени с подходящо преместване на самото екранче с разположеното под него лостче. За отстраняване на по-големи отклонения се използват поставени на винтове тежинки от двете страни на ко-

билицата, които при нужда се преместват със завъртане в съответната посока само при спряна кобилица. Изобщо всяко допиране на подвижната система, каквото например се налага при товарене и разтоварване на блюдата, трябва да се прави само при спряна кобилица. Защото и малко докосване на подвижната система в освободено състояние на кобилицата може необратимо да я изведе от нормалното ѝ равновесно положение. Ако това стане, везните не може повече да работят, преди наново да бъдат настроени. В такива случаи се отнасяйте до ръководителя на учебния експеримент.

След като се фиксира началното равновесно положение, кобилицата се спира и тялото с маса m_x внимателно се поставя на средата в лявото блюдо. От комплекта стандартни теглилки се избира такава, чиято маса е възможно най-близка до m_x, и с пинцет внимателно се поставя на средата в дясното блюдо. После, като се държи здраво ръчката с лявата ръка, кобилицата постепенно се освобождава, докато подвижната скала (или самата стрелка, ако везните нямат оптично отчитане) определено започне да се отклонява от нулевото равновесно положение. Когато се прецени, че скалата ще излезе вън от екрана (или стрелката вън от скалата), кобилицата трябва да се спре. В зависимост от съотношението между големините на сравняваните тела изпробваната вече теглилка се сваля или към нея се добавя следващата от комплекта по-малка теглилка. По този начин се изпробват останалите все по-точни комбинации от грамове и милиграми, докато се намери онази комбинация, при която отклонението от нулевото равновесно положение на напълно освободената кобилица може да бъде отчетено по скалата. Цифрованите скални деления на аналитичните везни обикновено означават милиграми. Отчетеното отклонение от ν най-малки скални деления, когато няма деления, отговарящи на милиграми, се записва с неговия знак. След това последователно се записват и сумират стойностите на масите на теглилките от последната комбинация в единици грамове, за да се намери m_s. Ако върху скалата няма деления, отговарящи на милиграми, тези теглилки не се свалят, за да се определи константата k на везните по описания вече начин. Накрая m_s се коригира с намерената $m_s' = \nu$ mg и съответно за втория случай с $m_s' = \nu k$ mg.

При по-прецизно измерване на маса с аналитични везни се взема предвид систематичната грешка, която възниква от това, че подемната сила на непроницаемите за въздуха тела зависи от плътността ρ на изграждащото ги вещество. Ако ρ_x е плътността на веществото на тялото с маса m_x, ρ_s е плътността на веществото на уравновесяващите тялото теглилки с маса m_s, а ρ_f е плътността на въздуха, по-коректният вид на формула (1.18) е

$$m_{x0} = m_s \frac{(\rho_s - \rho_f)\rho_x}{(\rho_x - \rho_f)\rho_s}. \tag{1.19}$$

Средновлажният въздух при нормални условия има плътност $\rho_f = 1{,}29$ kg/m^3, плътността на месинга, от който обикновено са направени теглилките, е $\rho_s = 8{,}40.10^3$ kg/m^3, а $\rho_x = \frac{m_x}{V_x}$, където m_x е измерената без корекция (заради плътността) маса на претегляното тяло, чийто обем V_x допълнително се измерва с мензура. От тези данни се определя грешката $E_m = m_x - m_{x0}$ на измерената маса m_x, която се дължи на непропорционалността на подемната сила, действуваща на претегляното тяло и на използваните теглилки.

Когато има съмнение, че везните може да не са достатъчно точно равнораменни (което е нарушение на стандартните условия на измерване), първоначално се уравновесяват две тела, след което се разменят местата им в блюдата. Ако евентуалното отклонение между двете равновесни положения отговаря на маса, по-голяма от абсолютната грешка Δm, за отчитане на нарушаването се работи по някой от следните специални методи на теглене.

Нека l_1 и l_2 са дължините съответно на лявото и на дясното рамо на кобилицата PQ и G_1 и G_2 са теглата, които се уравновесяват с теглото G_x при поставяне на претегляното тяло най-напред в лявото, а след това в дясното блюдо на везните (фиг. 1.7). При този метод на двойно теглене от условието за уравновесяване на моментите на силите, които действуват върху кобилицата, се получава $m_x = \sqrt{m_1 m_2}$.

При метода на тариране претегляното тяло се поставя най-напред в дясното блюдо, което се уравновесява с подходящи тежести (тара), поставени в лявото блюдо. После тялото се сваля и везните наново се уравновесяват, този път вече с теглилки, поставени на неговото място в дясното блюдо. Търсената маса m_x е равна на известната сега уравновесяваща везните маса m_s. А при метода на постоянно натоварване предварително в дясното блюдо се поставя стандартна теглилка с максималната за везните маса m_m и тази теглилка се уравновесява с тара в лявото блюдо. Когато трябва да се претегли някакво тяло, то се поставя вместо теглилката с максимална маса, при което везните наново се уравновесяват — този път с комбиниране на теглилки около тялото в дясното блюдо. В случая търсената маса ще бъде $m_x = m_m - m_s$, където m_s е масата на уравновесяващата везните комбинация на теглилките.

Въз основа на метода на постоянно натоварване се правят еднораменните везни, при които от една и съща страна на кобилицата се намират блюдото за поставяне на претегляното тяло, а също така и мястото за поставяне на теглилките, с чието комбиниране се търси масата m_x. В изходното положение на тези везни без товар на тяхното блюдо всичките им теглилки са на местата си върху кобилицата, при което показанието по скалата се нагласява да бъде нула. С поставяне на претегля-

ното тяло в блюдото равновесието може да се възстанови само ако част от теглилките бъдат свалени от кобилицата. Комбинирането на теглилките продължава, докато показанието за равновесното положение на везните попадне в диапазона на тяхната скала и така може да се отчете по нея. Тогава търсената маса е $m_x = m_s + m_s'$, където m_s е сумата от масите на свалените от кобилицата теглилки, а m_s' е масата, която се отчита по скалата на везните.

1.4. ИЗМЕРВАНЕ ПЛЪТНОСТТА НА МАСА

Физичната величина обемна плътност на масата се дефинира като

$$\rho_m = \frac{m}{V}, \tag{1.20}$$

където m е масата в заемания от нея обем V. В някои по-специални случаи се използва величината повърхнинна плътност на масата $\sigma_m = \frac{m}{A}$, където A е площта на заеманата от масата m повърхнина S. Употребява се също така и величината линейна плътност на масата $\tau_m = \frac{m}{l}$, където l е дължината на заеманата от масата m линия L. Когато масата е разпределена неравномерно по линия, по повърхнина или в тримерното пространство, посочените формули дават средната плътност на масата в съответните случаи. Тогава се използва и величината плътност на масата в дадена точка, определена като граница на съответното отношение при достатъчно намаляване на размера на съответната пространствена съвкупност около точката.

Плътността на масата в различните части на дадено тяло съществено зависи от разпределението на веществото в заемания от него обем, което на свой ред определя вида и свойствата на изграждащия тялото материал. Когато материалът може да се счита за еднороден в целия заеман от тялото обем V, обемната плътност на масата ρ_m се нарича плътност на веществото $\rho = \frac{m}{V}$, където m е масата на тялото. При шуплести или сипливи тела се различава действителна плътност на материала $\rho_a = \frac{m}{V_a}$, където V_a е действително заетата от материала част от целия обем V на тялото, от привидна плътност на материала $\rho_b = \frac{m}{V}$.

Отношението на плътността ρ на дадено вещество към плътността ρ_0 на друго вещество при определени физични условия се нарича относителна плътност

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_0}. \tag{1.21}$$

За определяне на относителната плътност на веществата в твърдо или в течно състояние като опорна плътност ρ_0 се избира плътността на дестилираната вода при нормално налягане и температура 3,98 °C, когато нейната плътност е най-голяма. При газовете за опорна плътност ρ_0 се използва плътността на сухия въздух или на водорода при нормално налягане и температура 0 °C. Единицата за обемна плътност в Международната измерителна система е kg/m³.

Според това, дали плътността се определя от измерване на масата m и на заемания от нея обем V, дали чрез намиране на относителната плътност ρ_r или посредством измерване на величини, които са функционално свързани с плътността, методите за нейното определяне се разделят съответно на преки, на опорни и на функционални методи. Преките методи се прилагат, когато масата m и обемът V на интересуващото ни тяло може лесно да се измерят. За да се прилагат удобно опорните методи, предварително се измерва както ρ_0, така и плътността на опорното вещество при условия, различни от избраните за стандартни. Защото е много по-лесно да се сравняват плътностите на две вещества при наличните в момента условия и след това резултатите да се отнесат към стандартните условия. Например предварително измерените плътности $\rho_0(t)$ на дестилираната вода при нормално налягане и различни температури t обикновено се дават в таблица. От измервания при нормално налягане и стайна температура ($t = 3{,}98$ °C) се намира отношението $\rho_r(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_0(t)}$, откъдето

$$\rho(t) = \rho_r(t)\rho_0(t). \tag{1.22}$$

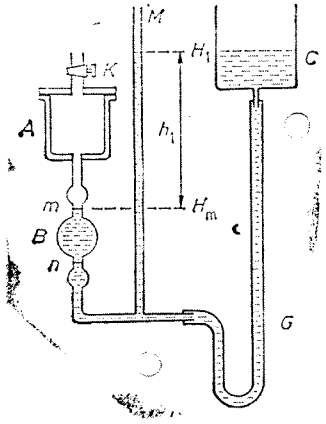
Прилагането на функционалните методи е изключително разнообразно, защото те зависят както от вида на величините, свързани с плътността, така и от начините на използване на тези връзки.

1.4.1. Определяне на плътността с газов обемомер

Масата на обикновени по размер тела се измерва сравнително лесно и точно с подходящи везни. Простото измерване на обема с мензура обаче не може да се прилага за твърди тела, които не допускат контакт с течност, както и за намиране на действителния обем на шуплести или на сипливи тела. За измерване на обема в тези случаи се използват по-специални средства, какъвто е например газовият обемомер от скачени съдове с вода (фиг. 1.8).

Нека V_1 е обемът на съда A, отчитан от белега m до крана K. Съдът A може да се затваря херметично чрез уплътнен със смазка капак. Обемът V_0 между белезите m и n на стъкления съд B е измерен предварително и стойността му е означена

върху уредбата. Системата от тези два съда и манометъра M е съединена посредством гумен маркуч G с подвижен съд C, чиято височина може да се мени. В началото съдът C се поставя на такава височина, че при отворен кран K нивото на водата в съда B да е точно на белега n. Ако цялата система на обемомера има стайната температура и кранът K се затвори, нивото на водата в съда B трябва да остава неизменно на белега n. При такова състояние на обемомера се започва постепенно издигане на съда C, докато нивото на водата в съда B стигне до белега m. Така обемът на затворения въздух намалява от V_1+V_0 на V_1, а налягането му се увеличава от атмосферното налягане p до налягане $p+p_1$, където p_1 е налягането на водния стълб h_1 в манометъра M. Ако процесът е протичал достатъчно бавно, за да може да се приеме за изотермен, от връзката



Фиг. 1.8

$$p(V_1+V_0)=(p+p_1)V_1 \tag{1.23}$$

за обема V_1 на затворения въздух се получава изразът $V_1=\frac{V_0 p}{p_1}$. Аналогично се намира и обемът $V_2=\frac{V_0 p}{p_2}$ на затворения въздух, когато в съда A е поставено и изследваното тяло. Тогава обемът на тялото е $V=V_1-V_2$ и като се знае масата му m, за търсената плътност се получава

$$\rho=\frac{m}{V_0 p}\,\frac{p_1 p_2}{p_2-p_1}. \tag{1.24}$$

Подготвянето на обемомера за измерване започва при такова ниско положение на съда C, че при отворен кран K нивото на водата в съда B да бъде под белега n. Тогава капакът с крана K се сваля, в съда A се слага необходимата за поставяне на тялото празна чаша и горният край на съда наново се намазва със смазка. Поставеният върху смазката капак се раздвижва леко, за да се осигури уплътнението, след което се затяга със специална скоба. Херметизацията се проверява, като се затвори кранът K, и съдът C се издига бавно, докато нивото на водата докосне белега m. При това положение се изчаква поне една минута, за да се види дали нивото на водата остава стабилно на същата височина, или продължава да се покачва. Ако покачването на нивото не спира, херметизацията не е добра и описаната процедура трябва да се повтори. Обърнете внимание, че и при добра херметизация нивото на водата може да се покачи малко над белега m и после да спре, когато свиването на газа е станало толкова бързо, че температурата му значително се е повишила над стайната температура.

След като се постигне добро херметизиране, по милиметровата скала на манометъра M трябва да се отчете нивото H_m (фиг. 1.8). За целта съдът C се сваля под нивото на белега n, кранът K се отваря и съдът C наново се издига, докато нивото на водата се изравни с белега m. Отчетеното при това положение ниво H_m се записва, нивото на водата в съда B се довежда точно на белега n и започват измерванията с празната чаша в съда A и с чашата с тялото в нея, както е описано в началото. Всяко от тези две измервания се повтаря поне пет пъти, като се внимава кранът K да се отваря само при положение на съда C под белега n. Ако кранът K се отвори, преди съдът C да е свален достатъчно ниско, водата нахлува в съда A, поради което той трябва да се отвори и да се подсуши.

При всяко от измерванията на височините $h_1=H_1-H_m$ и $h_2=H_2-H_m$ нивата H_1 и H_2 се отчитат, когато нивото на водата в съда B спре стабилно на белега m. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 1.5. За пресмятане на плътността ρ по формула (1.24) се използват средноаритметичните $\bar{p}_1=9{,}8\,\bar{h}_1$, Pa и $\bar{p}_2=9{,}8\,\bar{h}_2$, Pa. Атмосферното налягане p също се изразява в единици паскали по формулата $p=133{,}3\,H$, Pa, където H е отчетената по барометъра височина на живачния стълб в единици милиметри. Масата m на тялото се измерва посредством везни с абсолютна грешка, не по-голяма от 0,05 g.

Таблица 1.5

№	h_1, mm	δh_1	$(\delta h_1)^2$	h_2, mm	δh_2	$(\delta h_2)^2$	
1.							
2.							
.							
.							
.							
n.							

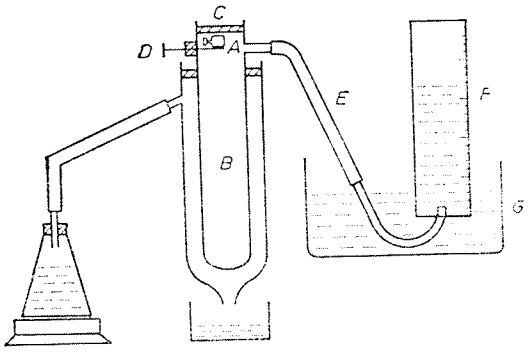
Относителната грешка на ρ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta H}{H}+\frac{\Delta V_0}{V_0}+\frac{\sigma_{\bar{h}_1}}{\bar{h}_1}+\frac{\sigma_{\bar{h}_2}}{\bar{h}_2}+\frac{\sigma_{\bar{h}_1}+\sigma_{\bar{h}_2}}{\bar{h}_2-\bar{h}_1}, \tag{1.25}$$

където Δm и ΔH се оценяват от измерващия, ΔV_0 е означена върху уредбата, а стандартните отклонения $\sigma_{\bar{h}_1}$ и $\sigma_{\bar{h}_2}$ на $\bar{h}_1$ и $\bar{h}_2$ се определят от таблицата.

1.4.2. Определяне плътността на пàри

Ако различнн по вид газове се поставят в един и същ обем V при такива условия, че да може да се разглеждат като идеални, всеки от тях създава такава част от общото налягане p, каквото би създавал, ако само той би заемал целия обем V. Това свойство на газовете се използва за определяне плътността на пари на някои лесно изпаряващи се течности (вж. фиг. 1.9). За



Фиг. 1.9

целта се измерва масата m_1 на празна ампула A, а после се измерва масата m_2 на същата ампула, напълнена с изследваната течност, откъдето се намира масата $m=m_2-m_1$ на течността. Докато се претегля ампулата, тръбата B стои затворена с уплътнителя C, за да се нагрява от парите на водата. При този избор на нагряване с водни пари температурата на врене на изследваната течност трябва да бъде по-ниска от температурата на врене на водата.

Напълнената и претеглена ампула се поставя върху плоския край на държател D, след което тръбата B наново се затваря добре с уплътнителя C. Нагряването продължава, докато от потопения във вода край на каучуковата тръба E престанат да излизат мехурчета въздух. Това показва, че тръбата B вече се намира в стационарно топлинно състояние, при което температурата във всяка нейна точка остава неизменна с течение на времето. Тогава над потопения във водата край на тръбата E се поставя предварително напълнен с вода градуиран цилиндър F, както е показано на фигурата. При това положение ампулата се освобождава от държателя и пада на дъното на тръбата B, където течността още се нагрява, излиза от ампулата и бързо се изпарява. Получените пари изместват от тръбата B в цилиндъра F точно такъв обем въздух V_1, какъвто е обемът им при установилото се след изпаряването налягане p_1 и температура t_1 в тръбата B. Като се изпари всичката течност, отново престават да излизат мехурчета въздух от края на тръбата E под цилиндъра F. Това показва, че налягането p_1 в тръбата B се е изравнило с налягането p_2 на събрания в цилиндъра въздух. Затова налягането p_1 се намира по формулата

$$p_1 = p - h\frac{\rho_0(t_2)}{\rho_{Hg}} - p_e(t_2), \tag{1.26}$$

където p е отчетеното по барометъра атмосферно налягане (в mm Hg), h — височината (в mm) на останалия в цилиндъра воден стълб, който се издига над нивото на водата във ваната G, $\rho_0(t_2)$ — плътността на водата в цилиндъра при температурата t_2 на водата във ваната G, ρ_{Hg} — плътността на живака, а $p_e(t_2)$ — налягането на наситените водни пари (в mm Hg) при температурата t_2.

След като престанат да излизат мехурчета въздух в цилиндъра F, тръбата B се отваря, нагряването се прекратява (ако не се спази този ред, ще нахлуе вода в тръбата B!) и обемът V_2 на събрания в цилиндъра въздух се отчита по неговата скала. От уравнението за състоянието на идеалния газ

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \tag{1.27}$$

в разглеждания случай следва връзката $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$, където $T_1 = 273{,}15 + t_1$, $p_1 = p_2$ и $T_2 = 273{,}15 + t_2$, откъдето обемът $V_1 = V_2\frac{T_1}{T_2}$. Търсената плътност $\rho(t_1) = \frac{m}{V_1}$ се привежда към плътност ρ_a при нормални условия ($T_0 = 273{,}15$ K и $p_0 = 101\,325$ Pa) по формулата

$$\rho_a = \frac{m}{V_a} = \frac{m}{V_2}\frac{p_0T_2}{p_{1s}T_0}, \tag{1.28}$$

където налягането p_{1s} в паскали се получава по формулата $p_{1s} = 133{,}3\ p_1$. После се намира и относителната нормална плътност $\rho_{ra} = \frac{\rho_a}{\rho_0}$ на парите, където $\rho_0 = 1{,}2928$ kg/m³ е плътността на въздуха при нормални условия. Като се знае и газовата константа R, от уравнение (1.27) може да се намери и моларната маса на парите

$$\mu = \frac{m}{p_{1s}V_2}RT_2. \tag{1.29}$$

Относителната грешка на ρ_{ra} се намира по формулата

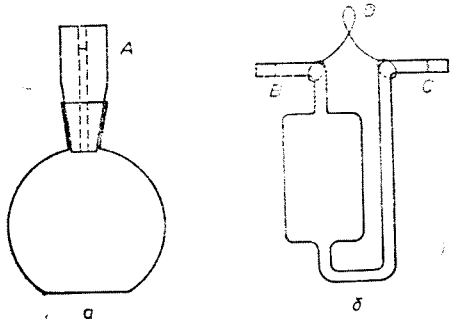
$$\frac{\Delta\rho_{ra}}{\rho_{ra}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V_2}{V_2} + \frac{\Delta T_2}{T_2} + \frac{\Delta p_1}{p_1}, \tag{1.30}$$

където Δm, ΔV_2 и ΔT_2 се оценяват от измерващия, който определя абсолютните грешки Δp, Δh и $\Delta p_e(t_2)$ и във формулата

$\Delta p_1 = \Delta p + \Delta h \frac{\rho_0(t_2)}{\rho_{Hg}} + \Delta p_e(t_2)$. Резултатът ρ_{ra} се записва с доверителния интервал по двата начина, а μ се записва с толкова значещи цифри, с колкото е записан резултатът ρ_{ra}.

1.4.3. Определяне плътността на твърдо вещество с пикнометър

За точно определяне на отношението $\rho_r(t)$ при твърдо или течно състояние на веществото се използват специално направени стъкленици, наречени пикнометри (фиг. 1.10). Пикнометърът, показан на фиг. 1.10, *а*, е удобен за измерване плът-



Фиг. 1.10

ността на твърдо вещество, от което е изградено малко тяло, свободно минаващо през гърлото на стъкленицата. Измерват се с аналитични везни масата m_1 на тялото, масата m_2 на пикнометъра, напълнен с дестилирана вода до белега A на запушалката с капилярна тръбичка през нея, и масата m_3 на пикнометъра, напълнен с дестилирана вода и с тялото вътре във водата при същото ниво на водата в капилярката. При работа с пикнометъра той се държи само за шийката. Преди теглене се темперира около 5 минути във вана с вода при стайна температура, след което с фитилче от филтърна хартия се отнема или с пипетка се добавя дестилирана вода, за да се доведе нивото ѝ до белега A. После с филтърна хартия пикнометърът добре се подсушава отвън и едва тогава се претегля. Отношението на масата m_1 на тялото към масата $m_1+m_2-m_3$ на изместената от него вода при отчетената стайна температура t е равно на относителната плътност $\rho_r(t)$ на веществото, от което е направено тялото. Затова от формула (1.22) за търсената плътност $\rho(t)$ се получава

$$\rho(t) = \frac{m_1}{m_1+m_2-m_3}\rho_0(t). \tag{1.31}$$

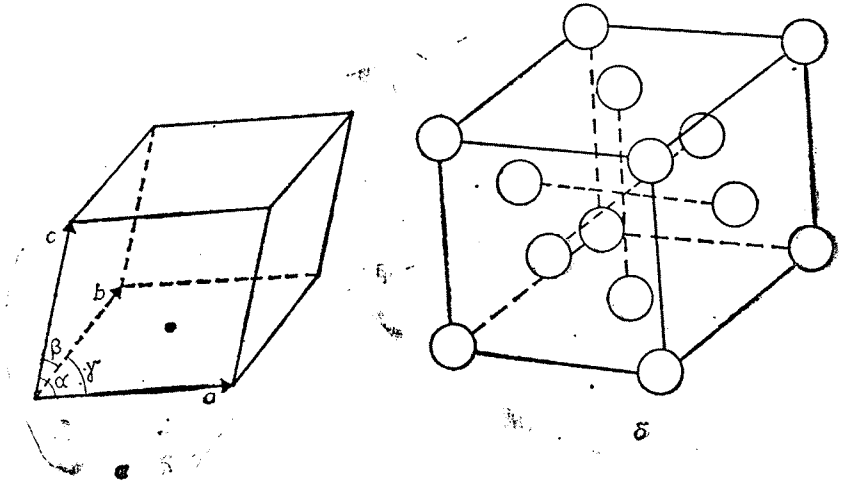
Понеже абсолютната грешка при теглене с аналитичните везни обикновено се увеличава с увеличаване на натоварването им, във формула (1.31) с най-голяма абсолютна грешка Δm се измерва масата m_3. Като се пренебрегне абсолютната грешка на значително по-точно определената плътност $\rho_0(t)$, относителната грешка на $\rho(t)$ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\rho(t)}{\rho(t)} = \frac{\Delta m}{m_1} + \frac{3\Delta m}{m_1+m_2-m_3}, \tag{1.32}$$

където Δm се оценява от измерващия.

1.4.4. Определяне периода на кристална решетка

Кристалното състояние на веществото е такова равновесно състояние на градивните му частици, при което те се подреждат в равномерно повтаряща се в пространството структура, наречена кристална решетка. Поради симетрията на кристалната решетка съществува такъв най-малък паралелепипед в нея, чрез който с транслация по три некомпланарни направления може да се възпроизведе цялата решетка. Най-малкият паралелепипед, наречен елементарна клетка на кристалната решетка, в общия случай е остроъгълен с три различни ребра a, b, c и ъгли α, β, γ (фиг. 1.11, *а*). Дължините на ребрата a, b и c на



Фиг. 1.11

елементарната клетка се наричат периоди на кристалната решетка, понеже през такива интервали по съответните некомпланарни направления се повтаря структурата на решетката.

Съществуват 14 различни по симетрия елементарни клетки.

В зависимост от разположението на градивните частици в клетката те се разделят на 4 типа, а според формата на клетката те се разделят на 7 кристалографски системи. Най-проста е кубичната кристалографска система, в която може да има само три типа елементарни клетки: примитивен — частици има само във върховете на куба, обемноцентриран — освен във върховете има една частица и в центъра на куба, стеноцентриран — освен във върховете има по една частица и в центъра на всяка от стените на куба (фиг. 1.11, *б*).

Ако се знае какъв е типът на елементарната клетка на вещество в кристално състояние от кубичната система и заедно с това е известна моларната маса μ на градивните му частици, за определяне на периода a на кристалната решетка е достатъчно да се измери плътността ρ на веществото. Това е така, защото тази плътност е равна на средната плътност на веществото в една елементарна клетка. Нека градивните частици на кристала да са с една и съща маса m и на една елементарна клетка да принадлежат n на брой от тях. При определяне на броя n трябва да се вземе предвид, че частица, разположена в центъра на куба, принадлежи само на една клетка, частица, разположена в центъра на стена на куба, принадлежи едновременно на две клетки, а частица, разположена във връх на куба, принадлежи едновременно на осем клетки. Затова клетката съдържа цялата разположена в центъра на куба частица, $\frac{1}{2}$ от разположена в центъра на стена на куба частица и $\frac{1}{8}$ от разположена във връх на куба частица. Понеже обемът на кубичната клетка е $V=a^3$, за плътността ρ на веществото се получава

$$\rho=\frac{nm}{a^3}. \tag{1.33}$$

При този учебен експеримент обикновено се работи с веществата алуминий и мед. Тяхното твърдо състояние е кристално, със стеноцентрирана кубична елементарна клетка, поради което $n=6\,.\,\frac{1}{2}$ атома $+8\,.\,\frac{1}{8}$ атома $=4$ атома. От своя страна масата на един атом може да се изрази чрез връзката $m=\frac{\mu}{N_A}$, където константата на Авогадро $N_A=6{,}022.10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$. Моларната маса на алуминия е $\mu_{Al}=26{,}98.10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$, а моларната маса на медта е $\mu_{Cu}=63{,}55.10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$. Така за определяне на периода a на кристалната решетка се получава формулата

$$a=\sqrt[3]{\frac{n\mu}{N_A\rho}}, \tag{1.34}$$

където плътността ρ се измерва по начина, описан в експеримента 1.4.3.

Относителната грешка на a се намира по формулата

$$\frac{\Delta a}{a}=\frac{1}{3}\,\frac{\Delta\rho}{\rho}, \tag{1.35}$$

където $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ се определя по формула (1.32).

1.4.5. Определяне плътността на течност с пикнометър

Плътността на течности се измерва с пикнометъра, показан на фиг. 1.10, *б*, който при работа се държи за телчето D. Преди да се претегли, пикнометърът трябва да се почисти с бихромна смес, след което се изплаква с дестилирана вода и се подсушава чрез продухване на въздух. Измерват се с аналитични везни масата m_1 на така приготвения пикнометър, масата m_2 на пикнометъра, напълнен с дестилирана вода до белезите B и C, и масата m_3 на пикнометъра, напълнен с изследваната течност пак до същите белези. Пълненето му с течност става чрез засмукване с тръбичка, поставена откъм белега C. Температурането и останалата подготовка на напълнения пикнометър преди претеглянето е аналогична на тази при пикнометъра за измерване плътността на твърдо вещество. Относителната плътност $\rho_r(t)$ в случая е равна на отношението на масата m_3-m_1 на изследваната течност към масата m_2-m_1 на дестилираната вода в същия обем при отчетената температура t. Затова от формула (1.22) за търсената плътност $\rho(t)$ се получава

$$\rho(t)=\frac{m_3-m_1}{m_2-m_1}\,\rho_0(t). \tag{1.36}$$

Във формула (1.36) с най-голяма абсолютна грешка Δm се измерва по-голямата от двете маси m_3 и m_2, при което относителната грешка на $\rho(t)$ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\rho(t)}{\rho(t)}=\frac{2\Delta m}{m_3-m_1}+\frac{2\Delta m}{m_2-m_1}, \tag{1.37}$$

където Δm се оценява от измерващия.

1.4.6. Определяне на плътността посредством теглене на твърдо тяло

Относителната плътност $\rho_r(t)$ на вещество в твърдо или в течно състояние може да се определи и само с претегляне на твърдо тяло във въздуха и в течност. За измерване на плътността $\rho(t)$ на вещество в твърдо състояние от него се прави подходящо тяло, което е пригодено да се окачва на кукичката на блюдото на везните с тънка жичка, за да бъдат по-стандартни условията на претеглянето. При окачено на кукичката тяло най-напред се намира уравновесяващата везните маса m_1, когато

тялото виси във въздуха, а след това се намира и уравновесяващата везните маса m_2, когато тялото виси, потопено в дестилирана вода при температура t. Масата на изместената от тялото вода може да се приеме за равна на m_1-m_2 и като се пренебрегне корекцията на масата m_1 заради масата на жичката, от формула (1.22) за търсената плътност $\rho(t)$ се получава

$$\rho(t)=\frac{m_1}{m_1-m_2}\rho_0(t). \tag{1.38}$$

Главното уточняване на формула (1.38) се прави, като от масата m_1 в нейния числител се извади масата m' на допълнително претеглената тънка жичка. Друга по-незначителна корекция може да се направи, като се отчете с колко трябва да се увеличи m_2 заради действуващата подемна сила и на потопената във водата част от тънката жичка. Съвсем незначителни са корекциите, свързани с отчитане и на подемната сила на въздуха (вж. 1.3.1).

Когато се измерва плътността $\rho(t)$ на течност по този метод, също се приготвя подходящо за целта твърдо тяло, което се окачва на кукичката на блюдото на везните с тънка жичка. При това положение се намира уравновесяващата везните маса m_1, когато тялото виси във въздуха, уравновесяващата везните маса m_2, когато тялото виси потопено в дестилирана вода при температура t, и уравновесяващата везните маса m_3, когато тялото виси потопено в изследваната течност при същата температура t. Понеже масата на изместената от тялото изследвана течност е m_1-m_3, а масата на изместената от тялото дестилирана вода е m_1-m_2, за търсената плътност $\rho(t)$ аналогично се получава

$$\rho(t)=\frac{m_1-m_3}{m_1-m_2}\rho_0(t). \tag{1.39}$$

Описаният метод за определяне на плътността само с теглене на твърдо тяло е неприложим, когато тялото не потъва в течността.

Във формули (1.38) и (1.39) с най-голяма абсолютна грешка Δm се измерва масата m_1, при което относителната грешка на определената по (1.38) плътност $\rho(t)$ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\rho(t)}{\rho(t)}=\frac{\Delta m}{m_1}+\frac{2\Delta m}{m_1-m_2}, \tag{1.40}$$

а относителната грешка на определената по (1.39) плътност $\rho(t)$ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\rho(t)}{\rho(t)}=\frac{2\Delta m}{m_1-m_3}+\frac{2\Delta m}{m_1-m_2}. \tag{1.41}$$

И в двата случая Δm се оценява от измерващия.

1.4.7. Функционални методи за определяне на плътността

Широко използвана функционална връзка за определяне на плътността е зависимостта между плътността ρ на флуид в гравитационно поле и налягането p на дълбочина h във флуида. Когато може да се приеме, че плътността ρ и земното ускорение g не зависят съществено от дълбочината h, тази зависимост се изразява с формулата

$$p=\rho gh. \tag{1.42}$$

На потопено във флуида тяло действува подемна сила $F=mg$, където m е масата на изместения от тялото флуид. На силата F се основават подемните методи за измерване плътността на вещество в твърдо, в течно и в газообразно състояние.

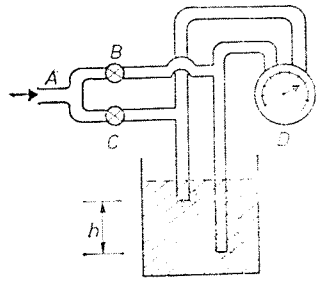
Нека твърдо тяло бъде поставено в течност, чиято плътност може постепенно да се изменя така, че да стане равна на плътността на веществото на тялото. Когато двете плътности се изравнят, тялото застава в безразлично равновесие изцяло потопено къде да е в обема на течността, понеже подемната сила F се изравнява с теглото G на тялото. Тогава плътността на веществото на тялото се намира, като се измери плътността на тази течност. Плътността на течността обикновено се променя, като се изменя концентрацията на разтворено в нея подходящо вещество. Но плътността зависи и от температурата t на течността, което се използва за измерване плътността на вещество на зърна. При зърна с диаметър, по-голям от 1 mm, и плътност на течността, достатъчно близка до плътността на веществото на зърната, тази плътност може да се определи, като се измерят скоростите $v(t_1)$ и $v(t_2)$, с които зърната падат в течността при две различни температури t_1 и t_2. Защото за температури t_1 и t_2, близки до температурата t_0, при която скоростта на падане на зърната $v(t_0)=0$, е в сила връзката $v(t)=C(t_0-t)$, където $C=\text{const}$. От двете измервания и връзката за $v(t)$ се намира температурата t_0, а оттам и плътността $\rho(t_0)$ на течността, която е равна на търсената плътност на веществото на зърната. За измерване плътността на веществото на зърна с диаметър, по-голям от 0,1 mm, се използва подходяща течност, поставена в наклонена прозрачна тръба. В горния край на тръбата се поддържа постоянна температура t_1, която е по-висока от поддържаната постоянна температура t_2 в долния край на тръбата. Така плътността на течността в тръбата постепенно се увеличава от $\rho(t_1)$ до $\rho(t_2)$, при което плътността на веществото на зърната се определя от мястото по дължината на тръбата, където те остават в безразлично равновесие.

Най-известни подемни плътномери за течности са ареометрите с постоянна маса или с постоянен обем на потапяне. Скалата на ареометъра с постоянна маса може да бъде разграфена в единици за измерване на плътност или в проценти за измер-

ване на масова или на обемна концентрация на вещества в определени течности. Според вида на измерваната концентрация ареометрите се наричат млекомери, с които се измерва маслеността на мляко, спиртомери, с които се измерва съдържанието на спирта във вода, захаромери, с които се измерва съдържанието на захарта в сироп и т. н. При ареометрите с постоянен обем на потапяне плътността на течността се определя от масата на теглилките, които трябва да се поставят на блюдото на ареометъра или да се свалят от него, за да потъне ареометърът до нанесен върху него белег. Предимството на този вид ареометри е в минималното влияние на капилярните свойства на течността при измерване с тях.

Газовите везни, при които в прозрачен термостатиран съд на кварцова кобилица се уравновесяват празно кварцово кълбо с кварцов показалец, представляват подемен плътномер за газове. С изменението на плътността на газа в съда се изменя и равновесното положение на везните, при което изменението на плътността може да се отчете с абсолютна грешка $\Delta\rho = 10^{-5}\ \mathrm{kg/m^3}$.

На зависимостта (1.42) се основава и показаният на фиг. 1.12 диференциален плътномер, който обаче е хидростатичен, а не подемен плътномер. През входа A на плътномера се подава газ с постоянно налягане, чийто поток след кранове B и C се регулира така, че едва да излизат мехурчета през отворените краища на потопените в изследваната течност тръби. Нейната плътност ρ се определя по разликата на наляганията в тръбите $\Delta p = \rho g h$, която се измерва с диференциалния манометър D. Хидростатичен е и по-неточният, но много прост U-виден плътномер, в едното коляно на който се налива изследваната течност, а в другото — несмесваща се с нея течност с известна плътност ρ_0. При равновесие на двата стълба течност търсената плътност ρ ще бъде $\rho = \rho_0 \frac{h_0}{h}$, където h и h_0 са техните височини, отчитани от разделящото ги ниво.



Фиг. 1.12

Някои от функционалните методи, основани на други зависимости, са: лъчевите, каквито са например оптичните, рентгеновите и пр., при които плътността на веществото се определя от начина на взаимодействието му с подходящо лъчение; ултразвуковите, при които се използва зависимостта на скоростта на надлъжните ултразвукови вълни от плътността на средата; параметричните, какъвто е например методът за определяне плътността на идеален газ от уравнението за неговото състояние $\rho = \frac{\mu p}{RT}$.

2. МЕХАНИКА НА ТЕЛАТА

Механичното движение представлява изменение на положението на тяло в пространството с течение на времето t. Движението на тялото е постъпателно, когато изменя положението си, без да променя своята ориентация спрямо инерциална отправна система. Движението на тялото е въртеливо, когато изменя ориентацията си, без да променя своето положение спрямо инерциалната отправна система.

Между постъпателното и въртеливото движение съществува дълбока аналогия, според която на ред величини и закони при единия вид движение отговарят съответни величини и закони при другия вид движение. Например на величините сила F, маса m и ускорение a отговарят величините момент на сила M, инерчен момент I и ъглово ускорение α, на втория принцип на динамиката при постъпателното движение $F = ma$ отговаря втори принцип на динамичката при въртеливото движение $M = I\alpha$ и пр. Заедно с това обаче аналогията между двата вида движение не е пълна. Например инертността на твърдото тяло при въртене не се изчерпва със свойството му упорито да запазва състоянието си на покой или на равномерно въртене около дадена ос, дотогава и доколкото някакъв приложен момент на сила не го промени. Тази инертност съществено зависи от разпределението на масата в заемания от тялото обем и от положението на оста на въртене спрямо тялото. Център на масата на тялото се нарича точката C с радиус-вектор

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{m_i r_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \tag{2.1}$$

където m_i е масата на i-та частица на тялото, а $\vec{r_i}$ е радиус-векторът на тази частица. Инерчният момент I_O на тяло спрямо произволна ос на въртене OO_1 се изразява с формулата

$$I_O = I_C + md^2, \tag{2.2}$$

където I_C е инерчният му момент спрямо ос на въртене CC_1, която е успоредна на избраната ос и минава през центъра на масата C на тялото, $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ е масата на тялото, а d е раз-

стоянието от центъра на масата C до избраната ос на въртене OO_1. Между всички възможни оси на въртене, минаващи през центъра на масата C на тялото, изобщо има само три взаимноперпендикулярни оси, наречени свободни оси, около които то се върти, без да изпитва действието на инерчни сили. Защото при въртенето около свободна ос всички изпитвани от частиците на тялото инерчни сили и създаваните от тях моменти на сили взаимно се уравновесяват. Когато инерчните моменти на тялото спрямо свободните му оси са различни по големина, то може да се върти устойчиво само около свободната си ос с най-големия инерчен момент или около свободната си ос с най-малкия инерчен момент. Инерчният момент на произволно тяло се пресмята с обемния интеграл

$$I = \int_V r^2 dm, \tag{2.3}$$

където r е големината на радиус-вектора до частицата с маса dm.

2.1. ЕНЕРГИЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Енергията изобщо характеризира способността на обект да променя устойчиво самò по себе си състояние, каквото е например състоянието на покой или на равномерно праволинейно движение в механиката. Енергията, свързана с движението на телата, се нарича кинетична енергия E_k, а потенциална енергия E_p е енергията на тяхното взаимно положение. Освен двата вида механична енергия E_k и E_p има и много други видове енергии, които при взаимодействие на материалните обекти се превръщат една в друга. Установено е, че изобщо при всяко превръщане на енергията E от един вид в друг общото ѝ количество остава неизменно за системата на взаимодействуващите си материални обекти.

2.1.1. Ускорително движение на топче

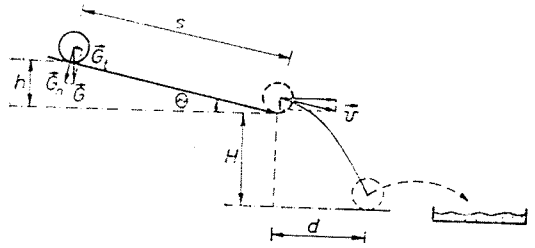
Ускорителното движение на стоманено топче по наклонен улей и след излизането му от улея е явление, при което лесно може да се изследват силовите взаимодействия и свързаните с тях превръщания на механичната енергия (вж. фиг. 2.1). Когато топчето се намира на височина h над долния край на улея, то има потенциална енергия спрямо долния край на улея

$$E_p = mgh, \tag{2.4}$$

където m е масата на топчето, а g е земното ускорение. Тъй като по улея има скàла за отчитане на изминавания от топчето път s и дъгова скала за отчитане на ъгъла θ на наклона на улея, височината h се определя от връзката

$$h = s \sin\theta. \tag{2.5}$$

Ако наклонът на улея е достатъчно голям и топчето се остави неподвижно без допълнително задържане, успоредната на улея съставяща G_t на силата на тежестта $\vec{G}$ преодолява силата на триене и топчето започва да се търкаля ускорително надолу. Понеже



Фиг. 2.1

силата на триене при търкаляне почти не зависи от скоростта на топчето, неговото движение може да се приеме за равноускорително. Затова крайната скорост v, с която то излиза от улея, е

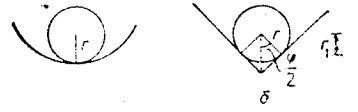
$$v = \frac{2s}{t}, \tag{2.6}$$

където t е времето за спускането на топчето по улея.

Поради триенето между улея и топчето то се търкаля по него без хлъзгане, при което ускорителното му движение е едновременно постъпателно и въртеливо. В края на улея кинетичната енергия на топчето вследствие на постъпателното му движение е

$$E_{k1} = \frac{mv^2}{2}. \tag{2.7}$$

Ако топчето се търкаля в цилиндричен улей и се опира на него само в една точка, както е показано на фиг. 2.2,*а*, крайната му ъглова скорост се определя от връзката $\omega = \frac{v}{r}$, където r е радиусът на топчето. А ако топчето се търкаля в правоъгълен улей и се опира на него в две точки, както е показано на фиг. 2.2, *б*, $\omega = \frac{v}{r}\sqrt{2}$. В края на улея кинетичната енергия на топчето вследствие на въртеливото му движение е



Фиг. 2.2

$$E_{k2} = \frac{I\omega^2}{2}, \tag{2.8}$$

където инерчният момент I на топчето спрямо ос на въртене през неговия център се намира по формулата $I = \frac{2}{5}mr^2$. При

спускане на топчето по улея то изразходва някаква енергия E_s за преодоляване на силите на триене, за пораждане на трептения и за някои други по-незначителни съпровождащи движението му ефекти. Разсеяната енергия E_s може да се намери от закона за запазване на енергията

$$E_p = E_{k1} + E_{k2} + E_s, \tag{2.9}$$

ако предварително се определят първите три енергии.

Като излезе от улея, топчето се движи по парабола, докато срещне поставена за целта гумена подложка, след което отскача от нея и се спира в тавичка с пясък. Земното ускорение g се определя по формулата

$$g = \frac{2v^2 \cos^2\theta\,(H - d\,\mathrm{tg}\,\theta)}{d^2}, \tag{2.10}$$

където освен v и θ трябва да се измерят и величините d и H, показани на фиг. 2.1. Измерванията на времето t и на разстоянието d са свързани със значително разсейване на резултатите. Затова при избрания ъгъл θ на наклона на улея се правят поне 10 измервания на t и на d, като всеки път топчето се пуска от едно и също място в горния край на улея. Резултатите t_i се обработват в такава таблица, каквато е лявата третина на табл. 1.4. За пресмятане на v по формула (2.6) се използва $\bar{t}$. А за да се отбелязва мястото на всяко попадение на топчето, върху гумената подложка се поставя чист лист хартия, който се притиска отстрани с тежести. Центърът на всяко попадение на топчето върху хартията се бележи с малко кръстче. От всички попадения се определя на око мястото на математичното очакване за попадение, което се отбелязва с голямо кръстче. За $\bar{d}$ се взема разстоянието от тази точка до перпендикуляра, който се определя с отвес, спуснат от края на улея. Преди измерванията на t, d и H трябва да се провери хоризонталността на улея. Това става, като се постави показалецът за отчитане на ъгъла θ срещу нулевия знак на дъговата скала и в улея се постави топчето. Ако хоризонталността е добра, при еднакво леко тласване топчето спира еднакво бързо и в двете посоки на улея. При нужда хоризонталността се подобрява чрез подходящо въртене на съответните опорни винтове на улея.

С уредбата може да се измери и коефициентът на триене при търкаляне f_r на топчето. За целта с последователни проверки се намира онзи ъгъл θ_1, при който, леко тласнато надолу по улея, топчето се движи максимално равномерно. При ъгъл θ_1 успоредната на улея съставяща $G_{t1} = G \sin\theta_1$ на силата на тежестта G се изравнява със силата на триене при търкаляне $F_r = f_r \frac{G_{n1}}{r}$, където нормалният натиск на топчето върху улея е $G_{n1} = G\cos\theta_1$. Оттук за пресмятане на f_r при цилиндричен улей се получава формулата

$$f_r = r\,\mathrm{tg}\,\theta_1, \tag{2.11}$$

която за случая на правоъгълен улей приема вида

$$f_r = \frac{r}{\sqrt{2}}\,\mathrm{tg}\,\theta_1. \tag{2.12}$$

При наклон на улея $\theta > \theta_1$ работата W_r на силите на триене може да се приеме за равна на работата на силата на триене при търкаляне в разгледания вече случай

$$W_r = F_r s = smg \sin\theta_1 = E_r, \tag{2.13}$$

където с E_r е означена съответната част от разсеяната енергия E_s. Тогава от закона за запазване на енергията може да се определи и енергията E_x, която е разсеяна за пораждане на останалите съпровождащи движението на топчето ефекти

$$E_x = E_s - E_r. \tag{2.14}$$

Тъй като силата на триене при покой на топчето е значително по-голяма от силата на триене при негового търкаляне, до получаването на някаква минимална скорост движението на топчето е неравноускорително с по-малко ускорение, отколкото установяващото се след това постоянно ускорение. Постепенното увеличаване на ускорението на топчето в самото начало на движението му съществено увеличава времето t за неговото спускане по улея, поради което е нормално земното ускорение g да се получи с донякъде занижена стойност в сравнение със стойността му, получена с по-прецизни методи. Независимо от това получената по формула (2.10) стойност за g се използва за пресмятане на потенциалната енергия E_p. Защото скоростта v участвува и във формулите за пресмятане на енергиите E_{k1} и E_{k2}, при което енергиите E_s, E_r и E_x се определят по-коректно с лабораторно получената стойност на g.

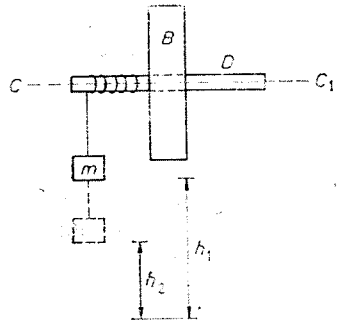
Ако се пренебрегне влиянието на постепенното установяване на постоянно ускорение на топчето в началото на движението, а също така и на още някои по-несъществени фактори, относителната грешка на g се намира по-формулата

$$\frac{\Delta g}{g} = 2\left(\frac{\sigma_{\bar{t}}}{\bar{t}} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta \bar{d}}{\bar{d}}\right), \tag{2.15}$$

където $\sigma_{\bar{t}}$ е стандартното отклонение на $\bar{t}$, а Δs и $\Delta\bar{d}$ се оценяват от измерващия. Резултатът за земното ускорение g се записва с доверителния интервал по двата начина, коефициентът на триене при търкаляне f_r се записва с точност две значещи цифри в единици метър (m), а енергиите E_p, E_{k1}, E_{k2}, E_s, E_r и E_x се записват със значещи цифри до разреда на първата значеща цифра на най-малката от тях.

2.1.2. Инерчен момент на маховик

Инерчният момент I на маховик B с носещия го вал D спрямо свободната ос на въртене CC_1 може да се измери с уредбата, показана на фиг. 2.3. Когато нишката е намотана на вала D и окаченото на нея тяло с маса m се намира в изходното си горно положение, неговата потенциална енергия спрямо най-долното му положение при напълно размотана нишка е $E_{p1}=mgh_1$, където g е земното ускорение. Щом тази система се освободи, под действие на силата на тежестта на тялото тя се задвижва и потенциалната енергия E_{p1} започва да се превръща в кинетична енергия на маховика с вала, като заедно с това част от нея се разсейва за преодоляване на средната сила на съпротивление $\bar{F}_s$ при движението на системата. Според закона за запазване на енергията, когато окаченото тяло достигне най-ниското си положение, трябва да е изпълнено условието



Фиг. 2.3

$$mgh_1=\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}+\bar{F}_s h_1, \tag{2.16}$$

където v е максималната скорост на тялото, а ω е максималната ъглова скорост на маховика с вала. След този момент обаче маховикът с вала продължава да се върти по инерция, при което започва да върши работа за издигане на тялото поради намотаването на нишката. Вследствие разсейването на енергия обаче сега тялото се издига на максимална височина $h_2<h_1$. Цялата разсеяна енергия E_s може да се изрази както чрез работата W_s на силата $\bar{F}_s$, извършена по пътя h_1+h_2 на тялото, така и с разликата $E_{p1}-E_{p2}$ между потенциалните енергии на тялото в двете крайни състояния на това движение на системата. Затова $E_s=W_s=\bar{F}_s(h_1+h_2)=E_{p1}-E_{p2}$, откъдето

$$\bar{F}_s=mg\frac{h_1-h_2}{h_1+h_2}. \tag{2.17}$$

Доколкото средната сила $\bar{F}_s$ може да се счита за независеща от скоростта на системата, до размотаването на нишката нейното движение може да се приеме за равноускорително. Тогава максималната скорост на окаченото тяло е

$$v=\frac{2h_1}{t}, \tag{2.18}$$

където t е времето за спускането му. А от връзката $v=\omega r_D$ за максималната ъглова скорост на маховика с вала се получава

$$\omega=\frac{2h_1}{tr_D}, \tag{2.19}$$

където r_D е радиусът на вала D. Като се заместят изразите (2.17), (2.18) и (2.19) в уравнение (2.16), за инерчния момент на маховика с вала се получава

$$I=mr_D^2\left(gt^2\frac{h_2}{h_1(h_1+h_2)}-1\right). \tag{2.20}$$

Тъй като масата m на тялото е предварително известна, а масата на нишката се пренебрегва, определянето на инерчния момент I и на силата на съпротивление $\bar{F}_s$ се свежда до измерване на величините t, h_1 h_2 и r_D.

Понеже маховикът и носещият го вал са направени от достатъчно еднороден материал, решаването на интеграла (2.3) дава друга проста формула за намиране на техния инерчен момент

$$I'=\frac{m_B r_B^2}{2}+\frac{m_D r_D^2}{2}, \tag{2.21}$$

където масата m_B на маховика и масата m_D на вала предварително са измерени и стойностите им са означени върху уредбата-заедно с абсолютната грешка на това измерване, а радиусът r_B на маховика се измерва. Инерчният момент на маховика с вала се определя и по контролната формула (2.21).

Относителната грешка на първоначално намерения инерчен момент I се намира приближено по формулата

$$\frac{\Delta I}{I}=\frac{\Delta m}{m}+2\frac{\Delta r_D}{r_D}+2\frac{gt\Delta t+\Delta h}{gt^2-2h_1}+\frac{\Delta h}{h_2}, \tag{2.22}$$

където Δr_D, Δt и $\Delta h_1=\Delta h_2=\Delta h$ се оценяват от измерващия. От относителната грешка на контролно намерения инерчен момент I' е

$$\frac{I'}{I'}=\frac{r_B^2\Delta m_B+r_D^2\Delta m_D+2(m_B r_B\Delta r_B+m_D r_D\Delta r_D)}{m_B r_B^2+m_D r_D^2}, \tag{2.23}$$

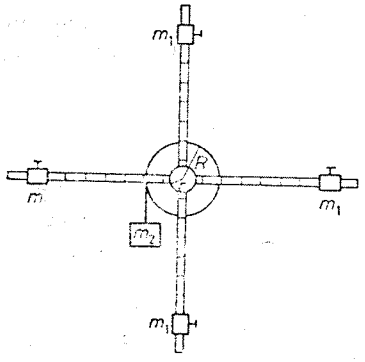
където Δr_B се оценява от измерващия. Обърнете внимание дали доверителният интервал на по-точния контролен резултат лежи в доверителния интервал на първоначално намерения резултат.

2.1.3. Инерчен момент на кръстачка (махало на Обербек)

Удобно се намира инерчният момент I_k и на показаното на фиг. 2.4 тяло с форма на кръстачка, по пръчките на която може да се прикрепят еднакви тела с известна маса m_1. Тялото с маса m_2 е окачено на нишка, която може да се закрепя и намотава както върху вала с малкия радиус r, така и върху вала

с големия радиус R. Когато нишката е закрепена и намотана на вала с радиус R, създаваният от падащото тяло момент на сила е

(2.24) $$M = FR = m_2(g-a)R,$$



Фиг. 2.4

където g е земното ускорение, а a — ускорението на тялото. Понеже може да се приеме, че оказваното на движещата се система съпротивление не зависи от скоростта на нейното движение, това движение се разглежда като равноускорително. Затова ускорението на падащото тяло се определя по формулата $a=\frac{2h}{t^2}$, където h е изминатото от него разстояние, а t е времето, за което се изминава h. За ъгловото ускорение на кръстачката с прикрепените към нея тела съответно се получава $\alpha=\frac{a}{R}=\frac{2h}{Rt^2}$. Тогава инерчният момент I на въртящата се част от системата се намира по формулата

(2.25) $$I=\frac{M}{\alpha}.$$

Стойността на масата m_2 е дадена предварително, а масата на нишката се пренебрегва. Преди първото измерване на h и на t четирите тела с една и съща маса m_1 трябва да бъдат добре закрепени възможно най-далече от избраната свободна ос на въртене на едно и също разстояние d от нея, отчитано по скалата на съответната пръчка до средата на съответното тяло. Поради малките размери на тези тела в сравнение с разстоянието d експериментално намереният инерчен момент I може да се изрази и така:

(2.26) $$I = I_k + 4m_1d^2,$$

където I_k е търсеният инерчен момент само на кръстачката без телата с известна маса m_1. При избраного разстояние d инерчният момент I_k се измерва и когато нишката е закрепена и намотана на вала с радиус r, след което разстоянието d на закрепените тела се намалява с около $\frac{d}{4}$ и измерванията се повтарят.

Понеже частите на кръстачката са направени от достатъчно еднороден материал, решаването на интеграла (2.3) дава контролна формула за намиране на нейния инерчен момент:

(2.27) $$I'_k = 2\frac{1}{12}m_l l^2 + \frac{m_R R^2}{2} + \frac{m_r r^2}{2}.$$

Тук масата m_l и дължината l на едната от двете кръстосани пръчки, както и масите m_R и m_r на двете части на вала предварително са измерени и стойностите им са означени върху уредбата. Инерчният момент на кръстачката се пресмята и по контролната формула (2.27) с точност три значещи цифри, за да се сравни със средноаритметичния резултат $\bar{I}_k$ на четирите измервания на I_k, представени със същата точност. Кой от двата резултата е по-надежден?

3. ТРЕПТЕНИЯ И ВЪЛНИ

3.1. ТРЕПТЕНИЯ

Трептения се наричат движения или процеси, които притежават една или друга степен на повторяемост във времето. В най-простия случай трептенията на материална система с една степен на свобода u се описват с диференциалното уравнение

$$b(t)=k_1u+k_2\frac{du}{dt}+k_3\frac{d^2u}{dt^2}, \tag{3.1}$$

където действието $b(t)$ на активния елемент на системата във всеки момент t се уравновесява от сумата на противодействията k_1u, $k_2\dot{u}$ и $k_3\ddot{u}$ на нейните три вида пасивни елементи. Противодействието k_1u изразява реакцията на отклонението u на системата от равновесното ѝ състояние, противодействието $k_2\dot{u}$ изразява реакцията на скоростта $\dot{u}$ на отклоняването, противодействието $k_3\ddot{u}$ — реакцията на ускорението $\ddot{u}$ на това отклоняване. Характерните за трептящата система константи k_1, k_2 и k_3 означават противодействията, които тя оказва съответно при единица отклонение u, при единица скорост $\dot{u}$ и при единица ускорение $\ddot{u}$.

Когато действието на активния елемент е нула, т. е. $b(t)=0$, трептенията на системата се наричат свободни. При $k_2\geqq\sqrt{k_1k_3}$ свободните трептения са непериодични, а при $k_2<2\sqrt{k_1k_3}$ те са периодични. Периодичните отклонения u_1 на системата от равновесното ѝ състояние се изменят по закона

$$u_1=A_0e^{-\gamma t}\sin(\omega_1t+\varphi_0), \tag{3.2}$$

където $\omega_1t+\varphi_0$ е фазата на трептенето, φ_0 — началната фаза, γ — коефициентът на затихване, а A_0 — началната стойност на амплитудата. В зависимост от знака на γ амплитудата на отклоненията в даден момент A_t експоненциално намалява или се увеличава, т. е. $A_t=A_0e^{-\gamma t}$. Коефициентът γ е свързан с коефициентите k_2 и k_3 чрез зависимостта

$$\gamma=\frac{k_2}{2k_3}. \tag{3.3}$$

Кръговата честота на затихващите свободни трептения се изразява с формулата

$$\omega_1=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}=\frac{2\pi}{T_1}, \tag{3.4}$$

където $\omega_0=\sqrt{\frac{k_1}{k_3}}$ е кръговата честота на собствените трептения на системата, които тя би извършвала при $\gamma=0$, т. е. когато няма енергообмен с околната среда.

Освен коефициента на затихване γ като характеристика на затихващите трептения се използва и величината логаритмичен декремент на затихването

$$\Lambda=\ln\frac{A_0}{A_1}=\gamma T_1, \tag{3.5}$$

където A_1 е амплитудата след един период T_1. По-често логаритмичният декремент се определя чрез k на брой пълни трептения, като се използва формулата

$$\Lambda=\frac{1}{k}\ln\frac{A_0}{A_k}. \tag{3.6}$$

Нека действието на активния елемент се изменя по хармоничния закон $b(t)=b_0\sin\omega t$, където b_0 е неговата амплитуда, а ω е кръговата му честота. Тогава и принудените трептения са хармонични (изменят се също по синусов или косинусов закон) със същата кръгова честота ω, като отклонението u се изменя по закона

$$u=\frac{b_0}{k_3\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}}\sin(\omega t+\varphi_u). \tag{3.7}$$

Тук фазовото отместване φ_u на хармоничното отклонение u на системата от равновесното ѝ състояние спрямо хармоничното действие $b(t)$ се определя по формулата

$$\varphi_u=\operatorname{arctg}\frac{-2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2}. \tag{3.8}$$

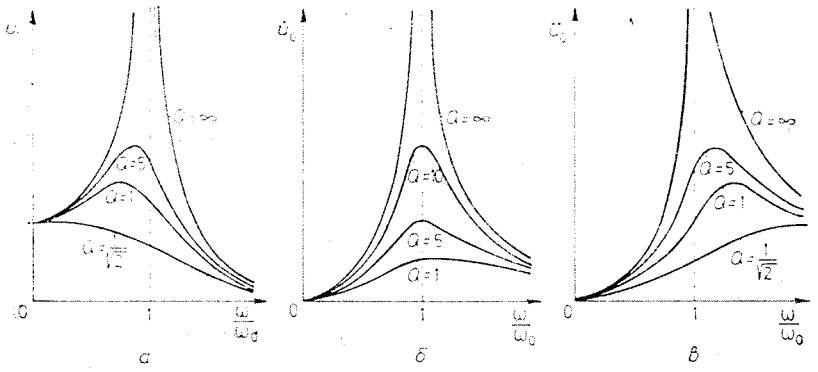
Амплитудата u_0 на отклонението u, амплитудата $\dot{u}_0$ на скоростта $\dot{u}$ и амплитудата $\ddot{u}_0$ на ускорението $\ddot{u}$ зависят както от отношението ω/ω_0, така и от отношението

$$Q=\frac{\omega_0k_3}{k_2}, \tag{3.9}$$

наречено доброкачественост на системата. От същите фактори зависят и съответните фазови отмествания φ_u, $\varphi_{\dot{u}}$ и $\varphi_{\ddot{u}}$. На фиг. 3.1 са показани зависимостите на u_0, $\dot{u}_0$ и на $\ddot{u}_0$ от ω/ω_0 за няколко различни Q, а на фиг. 3.2 е представена зависимостта само на φ_u от ω/ω_0 за няколко различни Q. От формула (3.7) следва, че при дадена доброкачественост Q на системата амплитудите u_0 достигат максимум при

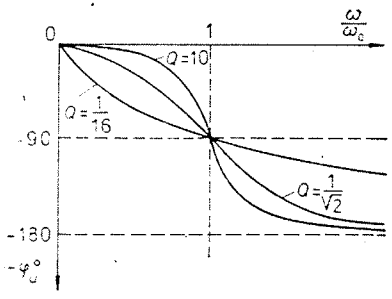
$$\omega_{mu}=\omega_0\frac{\sqrt{2Q^2-1}}{Q\sqrt{2}}, \tag{3.10}$$

амплитудите $\dot{u}_0$ — при $\omega_{m\dot{u}}=\omega_0$, а амплитудите $\ddot{u}_0$ — при $\omega_{m\ddot{u}}=\omega_0\frac{Q\sqrt{2}}{\sqrt{2Q^2-1}}$. Както се вижда от фиг. 3.2, при $\omega=\omega_0$ измененията на отклонението u изостават по фаза на четвърт период



Фиг. 3.1

спрямо измененията на действието $b(t)$ независимо от стойността на Q. От формула (3.7) следва още, че измененията на скоростта $\dot{u}$ винаги избързват по фаза с четвърт период спрямо измененията на отклонението u, докато измененията на ускорението $\ddot{u}$ винаги избързват по фаза с половин период спрямо измененията на отклонението u. Затова при $\omega=\omega_0$ амплитудата u_0 изостава по фаза с четвърт период спрямо амплитудата b_0, амплитудата $\dot{u}_0$ съвпада по фаза с амплитудата b_0, а амплитудата $\ddot{u}_0$ избързва по фаза с четвърт период спрямо амплитудата b_0. От енергетична гледна точка членът k_1u определя получаваната или отдаваната от системата енергия поради отклонението u, членът $k_2\dot{u}$ — енергията, обменяна между системата и околната среда поради развиваната скорост $\dot{u}$, а членът $k_3\ddot{u}$ — енергията, поемана или отдавана от системата поради изпитваното ускорение $\ddot{u}$. Точно при $\omega=\omega_0$ обменът на енергия между трептящата система и околната среда е максимален и тя като цяло е в максимален отклик, наречен резонанс на действието $b(t)$. При резонанс

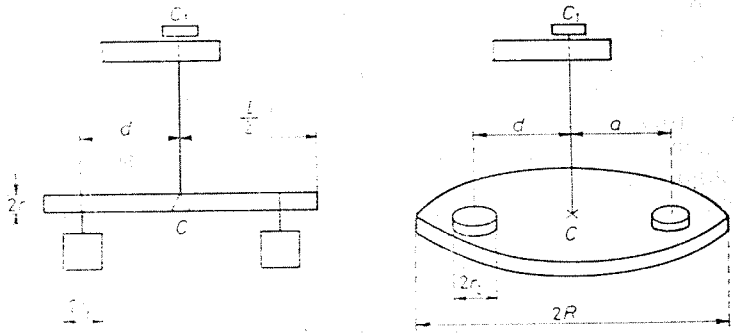


Фиг. 3.2

става изравняване на енергията на отклонението u с енергията на ускорението $\ddot{u}$, при което във всеки момент t противофазните една на друга реакции k_1u и $k_3\ddot{u}$ взаимно се компенсират в системата и за действието $b(t)$ остава да уравновесява само линейното противодействие $k_2\dot{u}$, пораждано от енергообмена ѝ с околната среда (най-често за преодоляване на триенето).

3.1.1. Инерчен момент на твърдо тяло

Когато твърдото тяло е симетрично и е направено от достатъчно еднороден материал, теорията води до сравнително прости формули за определяне на инерчния момент на това тяло, като се знаят масата и някои от линейните му размери. Така за инерчния момент I' на цилиндрична пръчка с маса m' спрямо устойчивата свободна ос на въртене CC_1 (фиг. 3.3,*а*) се получава



Фиг. 3.3

$$I'=m'\left(\frac{1}{12}\,l^2+\frac{1}{4}\,r^2\right). \tag{3.11}$$

За инерчния момент I'' на цилиндър с маса m'', който в случая, показан на фиг. 3.3,*б*, е диск, спрямо устойчивата свободна ос на въртене CC_1 се получава

$$I''=\frac{1}{2}\,m''R^2. \tag{3.12}$$

Инерчният момент I_1 на пръстен с маса m_1, вътрешен радиус r_1 и външен радиус R_1 спрямо перпендикулярната на равнината на пръстена свободна ос на въртене е

$$I_1=\frac{1}{2}\,m_1\,(r_1^2+R_1^2). \tag{3.13}$$

За инерчния момент I_2 на двете еднакви цилиндрични тела с обща маса $2m_2$, поставени на едно и също разстояние d от оста

на въртене CC_1, както е показано на фиг. 3.3,*а* и на фиг. 3.3,*б*, се получава

$$I_2 = 2m_2\left(\frac{1}{2}r_2^2 + d^2\right). \tag{3.14}$$

Ако достатъчно дълга еластична нишка се усуче, в нея се поражда обратен на посоката на усукването момент на сила, който линейно зависи от ъгъла на усукването и представлява връщащ момент при торсионното махало. Както е показано на фиг. 3.3,*а* и 3.3,*б*, то представлява окачено на подходяща еластична нишка твърдо тяло, което при завъртане около устойчива свободна ос на въртене усуква нишката (фиг. 3.3). Такова махало дава възможност да се определи инерчният момент на произволно по форма и по разпределение на масата твърдо тяло спрямо негова устойчива свободна ос на въртене. При измерванията с махалото допълнително се използва симетрично и еднородно твърдо тяло, чийто инерчен момент се намира предварително по съответна формула. Цилиндричната пръчка на фиг. 3.3,*а* и дискът на фиг. 3.3,*б* са избрани симетрични и направени от еднороден материал, за да може полученият резултат да се сравни с резултата за инерчния момент, получен чрез формули (3.11) и (3.12).

Отначало на нишката се окачва да виси хоризонтално и неподвижно тялото, чийто инерчен момент I се търси. След това с държателя C_1 нишката се усуква умерено, при което тялото започва да трепти хармонично в хоризонталната си равнина с независещ от амплитудата период

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{3.15}$$

Константата D, наречена дирекционен момент на нишката, означава момента на сила, който възниква в нея при усукването ѝ на единица ъгъл. Когато на пръчката и съответно на диска допълнително се поставят две еднакви еднородни цилиндрични тела, както е показано на фиг. 3.3, периодът на трептенията на преобразуваното торсионно махало е

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I+I_2}{D}}, \tag{3.16}$$

където инерчният момент I_2 на добавеното тяло се изчислява предварително по формула (3.14). Тогава от уравнения (3.15) и (3.16) за търсения инерчен момент I и за дирекционния момент на нишката D се получава

$$I = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} I_2 \quad \text{и} \quad D = \frac{4\pi^2}{T_1^2} I. \tag{3.17}$$

Вместо цилиндрични тела като друго допълнително тяло върху диска може да се постави съосно с CC_1 един еднороден

пръстен. Сега във формули (3.17) вместо T_2 участвува T_3 на така преобразуваното торсионно махало и съответно вместо I_2 участвува I_1, пресметнато по формула (3.13). Намерените в този случай инерчен момент на диска и дирекционен момент на нишката се означават съответно с I_r и D_r. Накрая измерените с махалото инерчен момент на пръчката или на диска контролно се сравняват с определените по формула (3.11) инерчен момент I' и съответно по формула (3.12) инерчен момент I''.

Абсолютната грешка при определянето на периода T на трептенето може да се намали, като се измери общата продължителност τ на няколко последователни трептения, например $\tau = 10T$, откъдето $T = \tau/10$ и съответно $\Delta T = \Delta\tau/10$. Продължителността τ се измерва най-точно, когато засичането на началото и на края ѝ се прави в момента на преминаване на махалото през равновесното му положение. За удобно фиксиране на този момент се използват три показалеца. Два от тях се разполагат срещу положенията на максимално отклонение на един и същ край на тялото от равновесното му положение, а самото равновесно положение се отбелязва с третия показалец, който се поставя срещу средата на дъгата, описвана от избрания край на тялото. Секундомерът се включва в момента, когато избраният край на тялото минава с максимална скорост край третия показалец и се изключва след определен брой пълни трептения. Необходимите за пресмятанията линейни размери на телата се измерват с шублер, а масите се определят чрез теглене.

Относителните грешки на измерените с торсионно махало величини I и D се намират по формулите

$$\frac{\Delta I_2}{I_2} = \frac{\Delta m_2}{m_2} + 2\frac{r_2\Delta r_2 + 2d\Delta d}{r_2^2 + 2d^2},$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta I_2}{I_2} + \frac{2\Delta T}{T_1} + \frac{\Delta T}{T_2 - T_1},$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta I}{I} + 2\frac{\Delta T}{T_1},$$

които за I_r и D_r приемат вида

$$\frac{\Delta I_1}{I_1} = \frac{\Delta m_1}{m_1} + 2\frac{r_1\Delta r_1 + R_1\Delta R_1}{r_1^2 + R_1^2},$$

$$\frac{\Delta I_r}{I_r} = \frac{\Delta I_1}{I_1} + 2\frac{\Delta T}{T_1} + \frac{\Delta T}{T_3 - T_1},$$

$$\frac{\Delta D_r}{D_r} = \frac{\Delta I_r}{I_r} + 2\frac{\Delta T}{T_1}.$$

Относителните грешки на контролно намерените инерчни моменти I' и I'' се пресмятат съответно по формулите

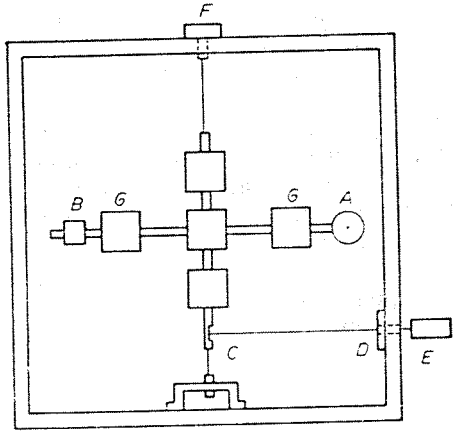
$$\frac{\Delta I'}{I'} = \frac{\Delta m'}{m'} + 2\frac{l\Delta l + 3r\Delta r}{l^2 + 3r^2},$$

$$\frac{\Delta I''}{I''}=\frac{\Delta m''}{m''}+2\frac{\Delta R}{R}.$$

Ако оценките за грешките на измерванията са реални, доверителният интервал на контролния резултат трябва да лежи в доверителния интервал на резултата от измерването с торсионното махало.

3.1.2. Скорост на куршум

Специално пригодено торсионно махало с голям инерчен момент, наречено балистично торсионно махало, може да се използва за измерване скоростта на куршум. Както е показано на фиг. 3.4, масивното трептящо тяло е с формата на кръстачка, прикрепена отвесно към стабилна рамка посредством две стоманени нишки. В единия край на хоризонталната пръчка на кръстачката е закрепена чашка A, запълнена с пластелин, която се уравновесява от противотежестта B. В долния край на кръстачката е закрепено огледалце C, което отразява към скалата D светлинния лъч, идващ от източника E. Със завъртане на носещия щифт F светлинният белег се нагласява да бъде върху нулевия знак на скалата, когато махалото се намира в равновесното си положение.



Фиг. 3.4

Куршумът се изстрелва от стабилно закрепен пневматичен пистолет срещу чашката A, при което се отчита максималното отклонение s на светлинния белег по скалата D. Като засяда на разстояние r от свободната ос на въртене на махалото, куршумът с маса m и скорост v му предава своя момент на импулса $L=rmv$ спрямо тази ос и според закона за запазване на момента на импулса

$$rmv=(I+mr^2)\omega_0, \tag{3.18}$$

където I е инерчният момент на махалото, а ω_0 е началната му ъглова скорост. Понеже инерчният момент на куршума mr^2 може да се пренебрегне в сравнение с много по-големия инерчен момент I на махалото, за скоростта на куршума се получава формулата

$$v=\frac{I\omega_0}{mr}. \tag{3.19}$$

Величините m и r се измерват непосредствено, а инерчният момент I на махалото се намира по формула (3.17). За целта се измерва интервалът от време за 10 пълни трептения само на махалото и на махалото заедно с две еднакви цилиндрични тела, поставени върху двете хоризонтални плоскости G на кръстачката на еднакво разстояние d от свободната ос на въртене на махалото, откъдето се определят периодите T_1 и T_2. Инерчният момент I_2 се намира по формула (3.14), като се измерят m_2, r_2 и d.

След като куршумът заседне в пластелина, махалото започва да трепти хармонично, при което ъгълът на завъртането му β се изменя с течение на времето t по закона

$$\beta=\beta_m\sin\frac{2\pi}{T_1}t,$$

където β_m е максималният описан ъгъл. Оттук се изразява началната ъглова скорост ω_0 и за търсената скорост v на куршума се получава формулата

$$v=\frac{4\pi m_2\beta_m T_1}{mr(T_2^2-T_1^2)}\left(\frac{1}{2}r_2^2+d^2\right). \tag{3.20}$$

Понеже ъгълът на падане е равен на ъгъла на отражение при завъртане на огледалцето на ъгъл β_m, светлинният белег се отклонява на два пъти по-голям ъгъл. Затова β_m се пресмята в радиани чрез отношението

$$\operatorname{tg}2\beta_m=\frac{s}{b}, \tag{3.21}$$

където s е измереното максимално отклонение, а b е разстоянието между огледалцето C и скалата D.

Относителната грешка на скоростта v се намира по формулата

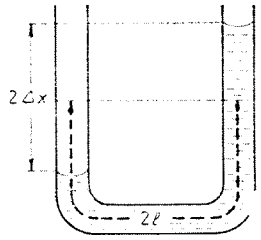
$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{\Delta m_2}{m_2}+\frac{\Delta\beta_m}{\beta_m}+\frac{\Delta T_1}{T_1}+\frac{\Delta m}{m}+\frac{\Delta r}{r}+\frac{r_2\Delta r_2+2d\Delta d}{\frac{1}{2}r_2^2+d^2}+2\frac{\Delta T}{T_2-T_1},$$

където $\frac{\Delta\beta_m}{\beta_m}=\frac{\Delta s}{s}+\frac{\Delta b}{b}$, а останалите грешки се оценяват от измерващия.

3.1.3. Свободни люлеения на стълб течност

Макар да няма собствена форма, една течност може да бъде поставена при такива условия, че при движение около дадено равновесно положение да реагира на действуващите сили като едно цяло. Ако такава течност бъде отклонена от равновесното си положение и се остави сама на себе си, тя започва да се люлее около него като махало.

На посочените изисквания отговаря стълбът течност в U-видната тръба, показана на фиг. 3.5. Стълбът се намира в равновесно положение, когато нивото на течността е едно и също в двете колена, при което се уравновесяват действуващите в тях атмос-



Фиг. 3.5

ферно и хидростатично налягане. Ако под действие на друга сила възникне разлика между нивата $2\Delta x$, след нейното прекратяване стълбът течност се устремява към равновесното си положение под действие на силата $F=\Delta pS=\rho g 2\Delta x S$, където ρ е плътността на течността, g — земното ускорение, а S — площта на напречното сечение на стълба. В този случай стълбът с обем $V=S2l$ се люлее свободно около равновесното си положение с кръгова честота ω_1, определена по формула (3.4), при което собствената му кръгова честота е

(3.22) $$\omega_0=\sqrt{\frac{k_1}{m}}=\sqrt{\frac{\rho g 2\Delta x S}{\Delta x}\over S2l\rho}=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

и съвпада с тази на математично махало с дължина l (половината от дължина $2l$ на стълба течност). Във формула (3.22) коефициентът k_1 е изразен чрез закона на Хук $F=k_1\Delta x$.

При дължина $2l$ на стълба течност в тръбата се измерва интервалът от време Δt за възможно най-голям брой n пълни свободни негови люлеения, откъдето се определя техният период $T_1=\Delta t/n$ и кръговата му честота $\omega_1=2\pi/T_1$. Амплитудата A_0 се отчита в удобен начален момент $t_0=0$, а амплитудата A_k се отчита след k на брой пълни люлеения. След това се определя логаритмичният декремент Λ на затихване, като се използва формула (3.6). От тези резултати за Λ и ω_1 по формули (3.5) и (3.4) се намира отначало коефициентът на затихване γ, а след това и собствената кръгова честота ω_{01} на люлеенията на стълба течност. Като се измери неговата дължина $2l$, същата честота ω_{02} се намира и по формула (3.22). Тези измервания се правят поне при още две други дължини на стълба течност.

Относителната грешка, с която се определя ω_{01} от измерванията на периода T_1 и на логаритмичния декремент Λ, се намира по формулата

$$\frac{|\Delta\omega_{01}|}{\omega_{01}}=\frac{\Delta T_1}{T_1}+\frac{\Delta(A_0+A_k)\,\Delta A_0}{kA_0A_k(4\pi^2+\Lambda^2)},$$

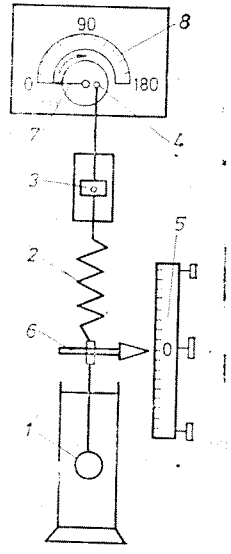
където $\Delta T_1=\Delta(\Delta t)/n$, а ΔA_k е положена за равна на ΔA_0. От друга страна, относителната грешка, с която се определя $\Delta\omega_{02}$ от измерване на дължината $2l$ на стълба течност, се намира по формулата

$$\frac{\Delta\omega_{02}}{\omega_{02}}=\frac{1}{4}\,\frac{\Delta l}{l},$$

където абсолютната грешка на земното ускорение g е приета за равна на нула.

3.1.4. Постъпателни трептения на тяло

Трептящата система, съставена от топче *1* и пружина *2* (фиг. 3.6), получава периодични тласъци от постъпателно движещо се бутало *3*, преместване от мотовилка с ексцентрик *4*. Кръговата честота ω на тези тласъци се изменя, като се променя захранващото напрежение на електродвигателя, който върти диска с ексцентрика. Амплитудите A_s на отместването s на топчето се отчитат по скала *5* чрез определяне положението на показалеца *6* срещу нея.



Фиг. 3.6

За извършване на измерванията при трептене на топчето в предварително избраната среда системата се настройва така, че когато показалецът *7* сочи нула по скалата *8*, показалецът *6* да сочи нула по скалата *5*. Понеже коефициентът на затихване γ при въздушна среда е най-малък, собствената кръгова честота ω_0 на трептящата система се определя най-точно при изследване на трептенията в тази среда. Измерванията започват с отклоняване на топчето до подходяща амплитуда A_{0s}, след което то се оставя да извършва свободни трептения. Периодът T_1 на тези трептения се определя, като се измери интервалът от време Δt за възможно по-голям брой n пълни трептения, откъдето $T_1=\Delta t/n$. Логаритмичният декремент на затихване Λ се определя по (3.6), като началната амплитуда A_{0s} и амплитудата A_{ks} след k на брой пълни трептения се отчитат възможно по-точно. Като

се използват последователно формули (3.5) и (3.4), първо се намира коефициентът на затихване γ, а след това и собствената кръгова честота ω_0.

Преди снемане на зависимостта на амплитудата A_s и на изоставането по фаза φ_s от отношението ω/ω_0 е добре тези зависимости да бъдат проследени качествено. Затова в началото електромоторът се включва на най-малките му обороти. Тогава се наблюдава как показалецът *6* се движи заедно с буталото *3* (отместванията *s* на топчето са във фаза с тласъците на буталото) и при означената на фигурата посока на въртене на ексцентрика *4* показалецът *7* минава край нулата на скала *8* точно когато показалецът *6* минава край нулата на скала *5*, като слиза отгоре надолу. С постепенното увеличаване на честотата ω в трептенията на топчето *1* започват да се проявяват неговата инертност и гъвкавостта на пружината *2*, което води до увеличаване на амплитудите A_s на отместването *s* на топчето и до тяхното изоставане по фаза φ_s спрямо тласъците на буталото *3*. Това изоставане по фаза се наблюдава като описване от показалеца *7* на допълнителен ъгъл φ_s по скалата *8*, преди показалецът *6* да стигне нулата на скала *5*, като слиза отгоре надолу.

За по-точно отчитане на ъгъла φ_s е необходимо да участвуват двама измерващи. Единият от тях наблюдава движението на показалеца *6* и в момента на всяко негово преминаване край нулата на скала *5*, като слиза отгоре надолу, той подава отсечен звуков сигнал, например с чукване по масата. Другият от тях наблюдава движението на показалеца *7* и в момента на получаване на звуков сигнал той отчита по скала *8* допълнителния ъгъл φ_s, описан до този момент от показалеца *7* спрямо нейната нула.

При достатъчно голям коефициент на затихване γ, който съществено зависи от избраната среда, амплитудите A_s достигат своя максимум при външна честота $\omega=\omega_{ms}$, забележимо по-малка от ω_0 и фазово изоставане $\varphi_s<90°$. С по-нататъшното увеличаване на външната честота ω амплитудите A_s започват да намаляват, а фазовото изоставане φ_s продължава да се увеличава. При максималните обороти на електромотора трептенията на топчето *1* се извършват почти в противофаза спрямо тласъците на буталото *3*. Ако $\gamma\approx 0$, както е в случая на въздушна среда, $\omega_{ms}\approx\omega_0$ и $\varphi_s\approx 90°$.

Зависимостите се снемат най-добре, ако в началото с плавното увеличаване на външната честота ω трептящата система се настрои така, че принудените трептения на топчето в изследваната среда да стават с максимална амплитуда. При това положение се определя честотата ω, амплитудата A_s и изоставането по фаза φ_s. Кръговата честота $\omega=2\pi/T$ се намира, като се измери интервалът от време Δt например за 10 оборота на диска с ексцентрика *4*, откъдето периодът $T=\Delta t/10$. След това величините ω, A_s и φ_s се измерват и при още няколко различни

кръгови честоти $\omega>\omega_{ms}$, както и при няколко различни кръгови честоти $\omega<\omega_{ms}$. Данните се подреждат по намаляващи стойности на периода T в табл. 3.1.

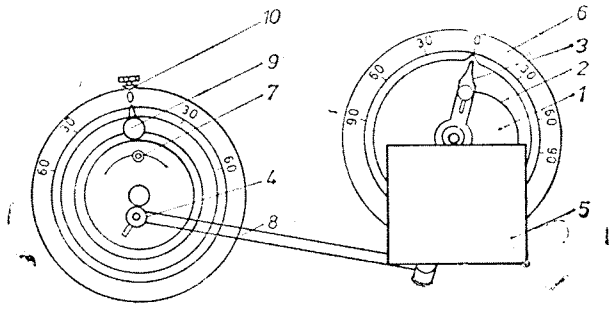
таблица 3.1

№	T, s	ω, s^{-1}	ω/ω_0	A_s, mm	$\varphi_s°$
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

За всяка изследвана среда като въздух, вода, спирт и др. зависимостите $A_s\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ и $\varphi_s\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ се построяват графично върху милиметрова хартия, както е показано на фиг. 3.1,*а*, съответно на фиг. 3.2. От първата графично изразена зависимост за средата с най-голям коефициент на затихване γ се определя кръговата честота ω_{ms}. Като се използват последователно формули (3.10) и (3.9), най-напред се намира коефициентът на доброкачественост Q, след това и отношението k_2/k_3. Накрая по формула (3.3) се определя коефициентът на затихване γ. Същият коефициент се определя и чрез измерените T_1 и Λ по формула (3.5). Преценява се кой от двата резултата за γ е по-надежден.

3.1.5. Вртеливи трептения на диск

Експерименталното устройство за получаване на вртеливи трептения на диск е показано схематично на фиг. 3.7. Въртящият се алуминиев диск *1* получава чрез пружината *2* и лоста



Фиг. 3.7

3 периодични тласъци от ексцентрика 4. Независещата от амплитудите A_β на трептенията на диска честота $f=\frac{\omega}{2\pi}$ на тласъците може плавно да се мени, като се изменят оборотите на задвижващия ексцентрика електромотор. Затихването на трептенията става главно за сметка на противодействието, което плътният електропроводящ диск изпитва при движението си между полюсите на електромагнита 5 поради индуцираните в диска токове на Фуко.

Целта на експеримента е да се изследват свободните и принудените въртеливи трептения на диска при дадена доброкачественост Q на трептящата система. Доброкачествеността Q се избира, като се пуска да протича определен постоянен ток през електромагнита 5. Към същия източник на постоянно напрежение се включва и отделната верига на глимлампата, която служи за индикатор при отчитане на изоставането по фаза φ_β на трептенията на диска 1 спрямо тласъците на лоста 3. Устройството се настройва за измервания, като се върти с ръка дискът с ексцентрика 4, при което се наблюдават отклоненията на показалеца на лоста 3 по скалата 6. Въз основа на отчетените отклонения нулата на скалата се нагласява да бъде по средата на описваната от показалеца дъга. След това показалецът се довежда срещу нулата за онова от положенията на диска с ексцентрика 4, при което носачът 7 на контактуващ палец зад този диск да бъде по-далече от обсега на движението на мотовилката 8. Ако сега има несъвпадение на показалеца на диска 1 с показалеца на лоста 3 и нулата на скалата 6, то се отстранява, като се затегне при подходящо положение винтът, който прикрепя пружината 2 към лоста 3. Тогава четката под нулата на скалата 6 трябва да контактува с палеца зад диска 1. Четката 9 се придвижва така, че да застане срещу носача 7, при което глимлампата следва да свети, понеже нейната електрична верига се затваря едновременно и от двете четки. Това място на четката 9 се отбелязва с фиксатора 10 върху скалата на външния венец 11.

С така настроената система се получават удобни за наблюдаване свободни трептения на диска 1, когато той бъде отклонен от равновесното си положение на около 60° и бъде оставен без по-нататъшното външно въздействие. Техният период T_1 се определя, като се измери интервалът от време $\Delta t=nT_1$ за възможно най-голям брой n пълни свободни трептения.

Логаритмичният декремент Λ на затихване се намира по формула (3.6), като за начална амплитуда $A_{0\beta}$ се избере достатъчно голямо начално отклонение на диска от равновесното му положение, например 50°. След k на брой пълни трептения се отчита такава амплитуда $A_{k\beta}$, за която относителната грешка да не е по-голяма от 20%. Като се използват последователно формули (3.5) и (3.4), първо се намира коефициентът на затихване γ', а след това и собствената кръгова честота ω_0.

Преди да се снеме зависимостта на амплитудата A_β и на изоставането по фаза φ_β от отношението ω/ω_0, добре е тези зависимости да се проследят качествено. Затова в началото електромоторът се включва на най-малките му обороти, при което се наблюдава как дискът 1 се движи заедно с лоста 3 (трептенията на диска са във фаза с тласъците на лоста) и глимлампата свети само когато едновременно контактуват четката с палеца зад диска 1 и четката 9 с палеца зад диска с ексцентрика 4. С постепенното увеличаване на честотата ω в трептенията на диска 1 започват да се проявяват неговата инертност и гъвкавостта на пружината 2, което води до увеличаване на амплитудите A_β на завъртанията на диска и до тяхното изоставяне по фаза спрямо тласъците на лоста 3. Когато φ_β стане достатъчно голямо, двете четки престават да контактуват едновременно и глимлампата престава да свети. Получилото се изоставане по фаза може да се определи, като се придвижи четката 9 до онова място, при което глимлампата пак започва да свети. Ъгълът φ_β се отчита по скалата на венеца 11 между фиксатора 10 и средата на новото място, където при разполагане на четката 9 глимлампата свети. С по-нататъшното постепенно увеличаване на честотата ω амплитудите A_β достигат максимум при честота $\omega_{m\beta}$, за която изоставането по фаза наближава 90°. С увеличаване на честотата ω над $\omega_{m\beta}$ амплитудите A_β започват да намаляват, а изоставането по фаза φ_β продължава да се увеличава. При максималните обороти на електромотора трептенията на диска 1 се извършват почти в противофаза спрямо тласъците на лоста 3.

Снемането на двете зависимости започва при максималната амплитуда на принудените трептения на диска 1, която се нагласява с подходяща плавна промяна на честотата f. При това положение се измерват кръговата честота ω, амплитудата A_β и изоставането по фаза φ_β. Кръговата честота $\omega=2\pi/T$ се намира, като се измери интервалът от време Δt например за десет оборота на диска с ексцентрика 4, откъдето периодът $T=\Delta t/10$. Величините ω, A_β и φ_β се измерват при още няколко различни кръгови честоти $\omega>\omega_{m\beta}$, както и при няколко различни кръгови честоти $\omega<\omega_{m\beta}$. Данните се подреждат по намаляващи стойности на периода T в табл. 3.2.

Таблица 3.2

№	T, s	ω, s^{-1}	ω/ω_0	A_β°	φ_β°
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

Зависимостите $A_\beta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ и $\varphi_\beta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ се представят графично върху милиметрова хартия, както е показано на фиг. 3.1,*а* и съответно на фиг. 3.2. После от зависимостта $A_\beta\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ графично се определя кръговата честота $\omega_{m\beta}$. След това от формули (3.10), (3.9) и (3.3) се определя коефициентът на затихване γ''. Преценява се кой от двата резултата γ' и γ'' е по-надежден.

3.1.6. Трептене на пръчка, закрепена в единия край

При положителен коефициент на затихване γ амплитудите на свободните трептения намаляват по закона $A_t = A_0 e^{-\gamma t}$. От последния израз се получава връзката

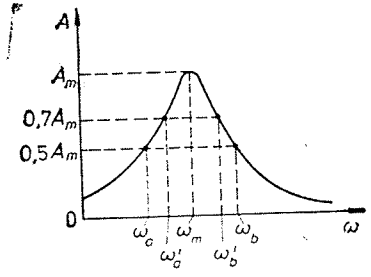
$$\gamma = \frac{\ln(A_0/A_t)}{t - t_0} = \frac{\ln(A_0/A_t)}{t_r}, \tag{3.23}$$

където A_0 е амплитудата в началния момент $t_0 = 0$, A_t — амплитудата в някакъв следващ момент t. Интервалът от време t_r, за който амплитудата намалява e пъти, се нарича време на релаксация. За него $\ln(A_0/A_t) = 1$ и тогава от формула (3.23) се получава

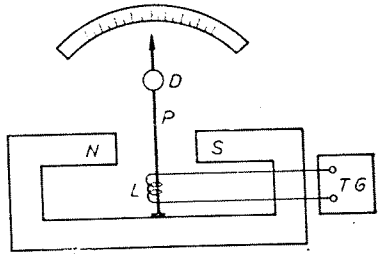
$$\gamma t_r = 1. \tag{3.24}$$

Както е показано на фиг. 3.8, от графично представената зависимост $A(\omega)$ на амплитудите A на трептенията от кръговата честота $\omega = 2\pi f$ на хармонично външно действие може да се получат следните величини:

а) честотата ω_m, при която се получава максимална амплитуда A_m;



Фиг. 3.8



Фиг. 3.9

б) ширината на честотната лента $\Delta\omega_{0,5} = \omega_b - \omega_a$, където честотите ω_a и ω_b са за амплитуда $A = 0{,}5\,A_m$;

в) факторът на доброкачественост Q, определен по формулата

$$Q = \omega_m / \Delta\omega_{0,7},$$

където $\Delta\omega_{0,7} = \omega_b' - \omega_a'$ и честотите ω_a' и ω_b' са за амплитуда $A = 0{,}7\,A_m$.

Еластична стоманена пръчка P е закрепена в единия си край (фиг. 3.9). През бобина L се пропуска променлив ток от тонгенератор TG. Като резултат от взаимодействието на магнитното поле на бобината с полето на постоянния магнит с полюси N и S пръчката започва да трепти. На горния край на пръчката се поставя диск D, чиято равнина може да бъде в равнината на люлеене (първо положение) или перпендикулярна на нея (второ положение). В първия случай коефициентът на затихване γ е по-малък. Амплитудата се отчита по дъговата скала.

Измерванията при свободни трептения се извършват в следната последователност.

а) При поставен диск в първо положение (по-малко съпротивление на въздуха) пръчката се отклонява примерно на 20 деления и се оставя свободно да се люлее. Със секундомер се измерва интервалът от време t, за който амплитудите намаляват например от 10 до 2 деления. От формули (3.23) и (3.24) се пресмятат последователно γ и t_r.

б) При поставен диск във второ положение (по-голямо съпротивление на въздуха, по-бързо затихване) пак по формули (3.23) и (3.24) се определят γ' и t_r'.

За повишаване на точността се правят повече измервания. Данните се обработват в табл. 3.3. Като се използват $\bar{t}$ и $\bar{t}'$ по формули (3.23) и (3.24) се пресмятат γ и t_r и съответно γ' и t_r'.

Таблица 3.3

№	Първо положение на диска			Второ положение на диска		
	t, s	Δt, s	$(\Delta t)^2$	t', s	$\Delta t'$, s	$(\Delta t')^2$
1.						
2.						
.						
.						
.						
n.						

За снемане на зависимостта $A(\omega)$ при първо и при второ положение на диска честотата f на тонгенератора се изменя през 0,1 Hz, примерно от 13 до 15 Hz. Отчитането се прави по дъговата скала, когато амплитудата се стабилизира. Данните се обработват в табл. 3.4

Таблица 3.4

№	f, Hz	ω, s^{-1}	A, дел.	A', дел.
1.				
2.				
.				
.				
.				
n.				

След това в една и съща координатна система се строят и двете зависимости $A(\omega)$ и $A'(\omega)$. От получените криви се определят ω_m, $\Delta\omega_{0,7}$, Q, $\Delta\omega_{0,5}$ и съответно ω_m', $\Delta\omega'_{0,7}$, Q', $\Delta\omega'_{0,5}$ за всеки от двата случая на принудени трептения на пръчката.

Относителната грешка на γ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma}=\frac{1}{\ln\frac{A_0}{A_t}}\left(\frac{\Delta A_0}{A_0}+\frac{\Delta A_t}{A_t}\right)+\frac{\sigma_{\bar{t}}}{\bar{t}},$$

където средноаритметичното $\bar{t}$ и стандартното му отклонение $\sigma_{\bar{t}}$ се определят от табл. 3.3, а ΔA_0 и ΔA_t се оценяват от измервания. Всеки от резултатите за γ и γ' се записва с доверителния интервал.

3.2. ВЪЛНИ

Уравнението за разпространение на плоски монохроматични (моночестотни) вълни в положителна посока на координатната ос x има вида

$$u=A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi\right], \tag{3.25}$$

където $A\geqq 0$ е амплитудата, $\Phi=\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi$ е фазата на изменението u, а φ е началната фаза. Разстоянието между две точки с фазова разлика 2π се нарича дължина на вълните λ или още техен пространствен период, който съответствува на периода $T=\frac{1}{f}$ на вълните. Затова освен кръговата честота $\omega=\frac{2\pi}{T}$ има и кръгова пространствена честота $k=\frac{2\pi}{\lambda}$, наричана още вълново число. Отношението между двата периода дава т. нар. фазова скорост $v=\frac{\lambda}{T}$, с която се разпространява фазата на изменението u. Времето $t_x=\frac{x}{v}$ в уравнение (3.25) показва с какво закъснение по фаза пристига изменението u в точка x спрямо изменението в началната точка O на координатната система. Формула (3.25) се нарича още уравнение на бягащи вълни, които пренасят енергия, като се отдалечават от източника.

Интерференция на вълните се наблюдава при такова наслагване в пространството на две или на повече вълни, при което в различните му точки се получават постоянни с времето усилвания или отслабвания на амплитудата на резултатните вълни. За да се получи устойчива интерференчна картина, са необходими кохерентни (съгласувани) източници на вълни: източници с еднаква честота f и постоянна с времето фазова разлика $\Delta\Phi$. Там, където измененията пристигат във фаза

$$\Delta\Phi=2n\pi,\ n=0,\pm1,\pm2,\ldots, \tag{3.26}$$

амплитудите на вълните се събират, а където измененията пристигат в противофаза

$$\Delta\Phi=(2n+1)\pi, \tag{3.27}$$

амплитудите на вълните се изваждат.

Дифракция на вълните е отклоняването им от препятствие поради взаимодействие с него. Според принципа на Хюйгенс — Френел всяка точка от вълновата повърхнина може да се разглежда като елементарен източник на нови вълни, от интерферирането на които се получава фронтът на по-нататъшното разпространяване на вълните.

В неограничена еднородна и изотропна среда с плътност ρ, обемен модул на еластичност K и модул на хлъзгане G при достатъчно малки относителни деформации може да се разпространяват надлъжни еластични вълни със скорост

$$v_l=\sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}} \tag{3.28}$$

и напречни еластични вълни със скорост

$$v_t=\sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{3.29}$$

Скоростта на надлъжните вълни в тънък дълъг прът е

$$v_l=\sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{3.30}$$

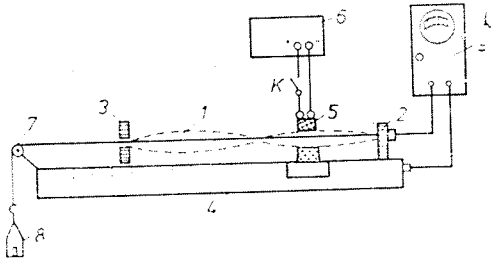
където E е линейният модул на еластичност на средата (модул на Юнг). В течности и газове модулът на хлъзгане $G=0$, поради което там се разпространяват само надлъжни еластични вълни. Тъй като процесът на деформирането им може да се счита адиабатен, за идеален газ формула (3.28) приема вида

(3.31) $$v_l=\sqrt{\frac{K}{\rho}}=\sqrt{\frac{\varkappa p}{\rho}},$$

където $\varkappa=C_p/C_v$ е адиабатният показател, а p е налягането на газа.

3.2.1. Стоящи вълни по струна

Ще разгледаме важния случай на стоящи вълни в ограничени еластични среди, каквито са например струната, пръчката, стълбът течност или стълбът газ в музикалните инструменти. Такива трептящи тела се наричат системи с разпределени параметри, защото всеки елементарен обем притежава и маса, и еластичност. За такива системи важно значение имат стоящите вълни, които са резултат от интерфериране на падащи и на отразени от границата на две среди вълни. В зависимост от граничните условия в еластичната среда се получават само стоящи вълни, когато дължината λ на вълните е такава, че по протежение на разпространяването им се нанасят цяло число полувълни или нечетен брой $\frac{\lambda}{4}$. Стоящите вълни не пренасят енергия.



Фиг. 3.10

Както е показано на фиг. 3.10, по дължината l на неподвижно закрепена в двата си края метална струна се нанасят цяло число n полувълни

(3.32) $$l=n\frac{\lambda}{2},\quad n=1,2,3,\ldots,$$

понеже в крайните ѝ точки на закрепване винаги има възли. За разтрептяване на струната с даден брой полувълни полюсите на електромагнита *5* трябва да се поставят на такова място по нейната дължина, където трептенията ще имат максимум. Такива трептения на струната се наричат собствени трептения, или моди, и са аналогични на собствените трептения на система със съсредоточени параметри. От връзката $\lambda_n=\frac{v}{f_n}$ и формула (3.32) за честотите на възможните моди се получава

(3.33) $$f_n=\frac{nv}{2l}.$$

При $n=1$ се получава най-малката собствена честота $f_1=\frac{v}{2l}$, наречена основна честота или основен тон на струната, а останалите все по-високи собствени честоти $f_2=2f_1$, $f_3=3f_1$ и т. н. се наричат обертонове на струната. Подобни закономерности са валидни при образуването на стоящи вълни във всякакъв вид ограничена среда, наречена резонатор, каквато е например и активната среда на лазера.

На фиг. 3.10 струната *1* е хваната в единия си край неподвижно с изолатор към държателя *2*, а отворът за нея през държателя *3* има диаметър, близък до нейната дебелина. Държателите са закрепени неподвижно към метална релса *4*, на която е закрепен обхващащ жицата електромагнит *5*, захранван от токоизправител *6*. Другият край на струната минава през жлеба на метална макара *7* и служи за окачване на чашка *8*, в която се поставя теглилка за изпъване на жицата. Нискочестотният генератор *9* поражда променлив ток с подходяща честота, който тече през струната, и от взаимодействието на променливото магнитно поле около нея с постоянното магнитно поле на електромагнита възниква периодична магнитна сила, която разтрептява струната.

Между дадена собствена честота f_n на струната, нейната дължина l, силата на опъване N и линейната плътност $\rho=\frac{m}{l}$ на нейната маса е в сила следната зависимост

(3.34) $$f_n=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{N}{\rho}}.$$

В реалните случаи има разсейване на енергия вследствие на триене във въздуха, изтичане на енергия през краищата на струната и т. н. Това води до възникване и на бягащи вълни, които пренасят енергия по дължината на трептящата струна. Влиянието на бягащите вълни може да се пренебрегне, когато загубата на енергия за един период е малка в сравнение със запасената енергия в струната. Тъй като енергията на вълните е пропорционална на квадрата на амплитудата, условието за пренебрегване влиянието на бягащите вълни може да бъде записано във вида

(3.35) $$A_b^2<<A_s^2,$$

където A_b е амплитудата на бягащите вълни, която се определя по големината на размитостта на възела, а A_s е амплитудата на стоящите вълни, измерена на мястото на най-близкия връх до този възел спрямо равновесното положение на струната. В началото на измерванията струната се изпъва с някаква теглилка

N_1, държателят *3* се фиксира поне на 80 cm от държателя *2* и електромагнитът *5* се разполага по средата на разстоянието l между държателите. След това на струната се прилага периодично действуваща магнитна сила. Като се мени плавно честотата на генератора 9, намира се основната собствена честота на трептене, при която между държателите най-ясно се очертава само един връх на стоящите вълни. Тази честота се отчита по скалата на генератора. При същата опъваща сила N_2 собствено разтрептяване с двойно по-висока честота се получава най-добре, като се разположи електромагнитът *5* на разстояние $\frac{l}{4}$ от единия държател и честотата на генератора се удвои. А ако честотата остане същата, най-добра картина на стоящи вълни с два върха се получава, като се разположи електромагнитът пак на разстояние $\frac{l}{4}$ от единия държател, но опъващата сила се намали 4 пъти.

Експериментът протича в следната последователност:

1. Изследване зависимостта между силата на опъване N на струната и броя на върховете на стоящите вълни при фиксирана честота f на генератора.

Поставя се в чашката възможно най-голяма теглилка. За неизменна честота f се избира онази, при която се получава най-добра картина на стоящи вълни само с един връх. После електромагнитът се поставя на разстояние $\frac{l}{4}, \frac{l}{6}, \frac{l}{8}$ и т.н. от единия държател на струната и за всяко от тези положения чрез комбиниране на теглилки се намира онази сила N, при която картината на стоящи вълни с n върха се получава най-добре. Проверява се дали получените сили на опъвания N_n съответствуват на пресметнатите по формула (3.34). При фиксирана честота f се проверява дали е в сила получаваната от (3.34) закономерност, че отношението на тежестите зависи само от отношението на n,

$$\frac{n_1}{n_2}=\sqrt{\frac{N_2}{N_1}}\,. \tag{3.36}$$

2. Изследване трептенето на струна при постоянно опъване N.

При постоянно опъване на струната N, като се увеличава честотата на генератора, се получават стоящи вълни, съответствуващи на $n=1, 2, 3\ldots$ Резултатите от измерванията се представят графично: по абсцисната ос се нанасят честотите на генератора, а по ординатната ос — собствените честоти на струната, пресметнати по формула (3.33). Проверява се съвпадат ли измерените и пресметнатите стойности на честотата.

При провеждането на измерванията по двете задачи се проверява валидността на неравенство (3.35). Ако условието $A_b^2 \ll A_s^2$ не се изпълнява достатъчно добре, трябва да се намали изходната мощност на звуковия генератор.

3.2.2. Повърхнинни водни вълни

Повърхнинни вълни може да се наблюдават по свободната повърхност на течност, където нарушеното равновесие се възстановява от силата на тежестта и от силата на повърхностното напрежение. Когато дължината на вълните λ е много по-малка от дълбочината h на течността, хидродинамичната теория на повърхнинните вълни дава за фазовата скорост v формулата

$$v=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}+\frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho}}\,, \tag{3.37}$$

където g е земното ускорение, σ — коефициентът на повърхностно напрежение, ρ — плътността на течността, а λ — дължината на вълната.

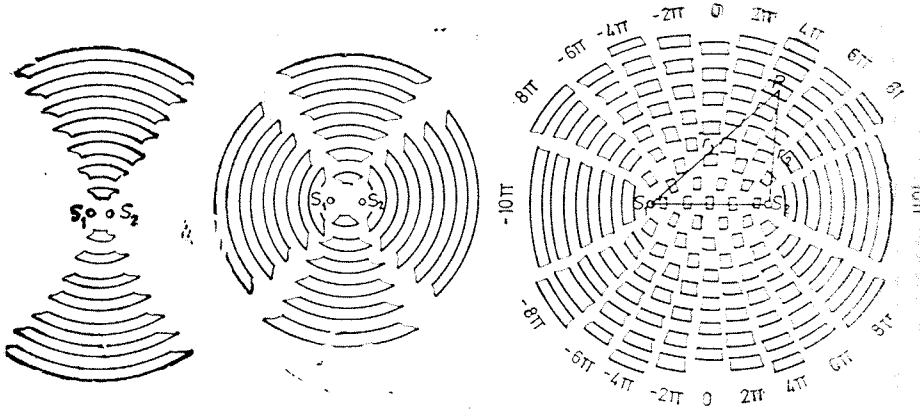
От формула (3.37) следва, че скоростта v е минимална при $\lambda_0=2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{g\rho}}$, като за $\lambda>\lambda_0$ тя зависи главно от силата на тежестта, а за $\lambda<\lambda_0$ — от силата на повърхностно напрежение. За водата $\lambda_0\approx 1{,}7$ cm. Ясно е, че при $\lambda\gg\lambda_0$ вълните се дължат преди всичко на гравитацията (гравитачни вълни). Когато $\lambda\ll\lambda_0$, действуват главно силите на повърхностно напрежение и вълните се наричат капилярни. Когато $\lambda>h$, скоростта v, с която се разпространяват тези гравитачно-капилярни вълни, зависи само от дълбочината h на слоя течност:

$$v=\sqrt{gh}\,. \tag{3.38}$$

Удобни за наблюдаване повърхнинни вълни се получават по воден слой с дълбочина от 1,5 cm до 2 cm върху стъкленото дъно на вана, чиито стени са направени с малък наклон, за да не отразяват вълните. Вълните се виждат през дъното на ваната върху екран под нея, когато водният слой подходящо се осветлява с лампа над нея. Контрастът в осветеността между образите на гребените и образите на падините на вълните се получава поради това, че изпъкналият воден слой на гребена събира светлинните лъчи, докато вдлъбнатият воден слой на падината ги разсейва. В началото на измерванията за източници на вълни се използват две едновременно разклащащи ципата на водната повърхност малки топчета S_1 и S_2. Те може да се фиксират на различни разстояния S_1S_2 едно от друго по разграфена в милиметри тръбичка, която е закрепена към свободния край на еластична пластинка. Когато отклоненията на трептящата система от равновесното ѝ положение са малки, честотата на нейните

свободни трептения не зависи от амплитудата. Източниците S_1 и S_2 са кохерентни — трептят с еднаква честота и са с постоянна фазова разлика.

Както е показано на фиг. 3.11 *в*, фазовата разлика $\Phi_1-\Phi_2=2\pi\frac{r_1}{\lambda}-2\pi\frac{r_2}{\lambda}=2\pi\frac{d}{\lambda}$, с която пристигат трептенията от



б

Фиг. 3.11

източниците S_1 и S_2 в производна точка P от повърхността, зависи само от постоянната с времето t разлика между разстоянията $r_1-r_2=d$, в резултат на което се получава интерференчна картина от два точкови източника. Картината се наблюдава най-добре при дължина на вълните $\lambda_1\approx 1{,}7$ cm, която се постига чрез избиране на подходяща дължина на свободния край на еластичната пластинка. Точковите източници S_1 и S_2 се разполагат над центъра на ваната, за да се вижда ясно цялата интерференчна картина.

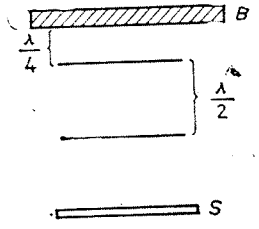
Когато разстоянието S_1S_2 е значително по-малко от $\frac{\lambda_1}{2}$, двата източника пораждат вълни като от един точков източник. Вълните имат вид на концентрични светли и тъмни окръжности, които се разбягват от източниците. С постепенното раздалечаване на източниците S_1 и S_2 от двете страни на отсечката S_1S_2 се появява ивица на минимум, където почти няма вълни, а по симетралата на отсечката възниква ивица на максимум, където се разпространяват вълни с удвоена амплитуда. Ивицата на минимум и ивицата на максимум добиват най-ясно очертание при $S_1S_2=\frac{\lambda_1}{2}$, което състояние може да се нарече първа интерференчна картина (фиг. 3.11,*а*). Като се увеличава по-нататък разстоянието между източниците, ивицата на минимум продължава

да се разширява, докато се разцепи на две такива ивици от ивица на нов максимум, който сега възниква по направлението на отсечката S_1S_2. Тази втора интерференчна картина с две ивици на минимум по клоновете на една хипербола и с две взаимноперпендикулярно разположени ивици на максимум е най-ясна при $S_1S_2=2\frac{\lambda_1}{2}$ (фиг. 3.11,*б*). Третата интерференчна картина, с три ивици на минимум и с три ивици на максимум, се получава най-добре при $S_1S_2=3\frac{\lambda_1}{2}$ и т. н. На фиг. 3.11,*в* е показана десетата интерференчна картина с десет ивици на максимум и съсъщо толкова ивици на минимум между тях. Трябва да се обърне внимание още на това, че по симетралата на отсечката S_1S_2 винаги има ивица на максимум независимо от номера на картината, докато по направлението на отсечката S_1S_2 има ивица на максимум при картините с четен номер и съответно ивица на минимум при картините с нечетен номер. Интерференчната картина при $S_2S_2<\frac{\lambda_1}{2}$ се приема за нулева. За определяне номера на всяка следваща картина е удобно да се броят само ивиците на максимум, по които вълните се разбягват от източниците. При това ивицата на максимум по цялата симетрала, ивицата на максимум по цял един клон на хипербола и ивицата на максимум по цялото направление на отсечката S_1S_2, когато там има такава ивица, се броят само по един път.

Дължината λ_1 на вълните може да се определи, като се измери разстоянието S_1S_2 за коя да е от интерференчните картини с ненулев номер m. В случая последователно се измерват и записват разстоянията между източниците поне за първите осем интерференчни картини. Дължината λ_1 на вълните се намира по формулата

$$\lambda_1=2\frac{S_1S_2}{m} \qquad (3.39)$$

от данните за картината с най-голям номер, понеже точността на определянето й от нея е най-голяма.



Фиг. 3.12

Почти плоски вълни се получават от специално направен източник S (фиг. 3.12), който е закрепен към свободния край на друга еластична пластинка, разположена в единия от ъглите на ваната. Чека срещу този източник, на разстояние няколко дължини на вълните, се постави успоредно на вълновите повърхнини преграда B. Наблюдава се как първоначално излъчваните и падащи върху преградата вълни интерферират с връщащите се, отразени от нея вълни. В резултат на това между източника и пре-

градата се получават стоящи вълни. Използваната преграда е твърда и спира трептенията на водните частици, поради което в точката на отразяването се получава възел на стоящите вълни. Той може да се обясни като породен от скок във фазата с половин период при отразяване на вълните. В такъв случай в мястото на отразяването падащите и отразените вълни са в противофаза. На разстояние $\frac{\lambda}{4}$ от преградата обаче падащите и отразените вълни са във фаза, в резултат на което се получава връх на стоящите вълни. На разстояние още $\frac{\lambda}{4}$ се получава втори възел, след още $\frac{\lambda}{4}$ — втори връх и т. н. Върховете се виждат като неподвижни светли линии, разграничени от съседните им тъмни възли. Понеже в другия край на получената картина на редуващи се върхове и възли се намира източникът S, тя се очертава най-ясно, когато на неговото място има връх. Тогава картината е съставена изцяло от стоящи вълни и източникът излъчва максимално. Това е изпълнено за онези разстояния SB между източника и преградата, които са кратни на нечетен брой $\frac{\lambda}{4}$ (фиг. 3.12).

Източникът S се настройва да трепти с такава честота, че когато преградата B е на разстояние $10 \div 15$ cm от него, между тях се образуват $5 \div 7$ неподвижни светли линии. След това преградата B се поставя на няколко пъти по-малко разстояние от източника S, при което лесно и сигурно се преброяват неподвижните светли линии. Постепенно разстоянието се увеличава и при всяка негова нова стойност се намира броят на светлите линии. Дължината λ_2 на плоските линии се пресмята по формулата

$$\lambda_2 = 4\frac{SB}{2n-1} \tag{3.40}$$

от картината с най-голям брой n неподвижни светли линии, който със сигурност може да бъде намерен по описания начин.

Според формула (3.38) фазовата скорост v на изследваните вълни не зависи от тяхната дължина λ, поради което тя съвпада с груповата им скорост, с която се разпространява фронтът на вълните. Това дава възможност лесно да се определи v, като се измери някакъв път s, преминаван от фронта на вълните, и интервалът от време τ, необходим за изминаване на този път, откъдето $v = s/\tau$. Удобно е тези вълни да се създадат с капка вода от капкомер в единия ъгъл на прозрачното дъно на водната вана. Измерва се със секундомер интервалът τ, за който фронтът на вълните изминава цялата прозрачна част s на диагонала на ваната през този ъгъл. От връзката $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$ се пресмятат честотите f_1 и f_2, с които са извършвали трептения

източниците на вълни при изследваните два случая на интерфериране.

Явлението дифракция от отвор се наблюдава, когато плоските вълни минават между две прегради, разположени успоредно на вълновите повърхнини. Може да се сравни как вълните се разпространяват след отвора, когато ширината му b е по-голяма от дължината λ и когато тя е по-малка от λ. Наблюдаваните явления се обясняват с принципа на Хюйгенс — Френел.

Експерименталната постановка дава възможност да се покаже и явлението пречупване на повърхнинните водни вълни, когато те преминават от слой с една дълбочина към слой с друга дълбочина. По-плиткият слой с дълбочина около 2 mm се получава над потопена във водата плексигласова плоча. При ъгъл на падане $i \neq 0$ ъгълът на пречупване r също е различен от нула и според закона за пречупване на вълните

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}, \tag{3.41}$$

където v_1 и v_2 са скоростите на разпространяване съответно в първата и във втората среда. Скоростта v_1 на разпространяване на вълните в дълбокия слой е равна на вече намерената скорост v. Ако се измерят ъглите i и r, по формула (3.41) може да се определи и скоростта v_2, с която се разпространяват вълните в плиткия слой.

Измерват се дълбочините h_1 и h_2 на двата слоя и резултатите за скоростите v_1 и v_2 се сравняват с резултатите v'_1 и v'_2, пресметнати по формула (3.38).

Относителната грешка на f_1 се намира по формулата

$$\frac{\Delta f_1}{f_1} = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta s}{s},$$

където $\Delta\lambda_1 = 2\frac{\Delta(S_1 S_2)}{m}$, а $\Delta(S_1 S_2)$, $\Delta\tau$ и Δs се оценяват от измервания. Съответната формула за относителната грешка на f_2 е

$$\frac{\Delta f_2}{f_2} = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta s}{s}, \quad \text{където} \quad \Delta\lambda_2 = 4\frac{\Delta(SB)}{2n-1}.$$

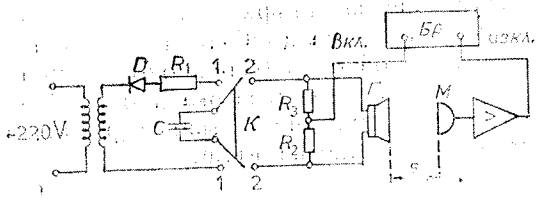
3.2.3. Скорост на звука във въздух

Газовете имат модул на хлъзгане $G = 0$, поради което в тях звуковите трептения се разпространяват само като надлъжни. При това свиването става толкова бързо, че процесът може да се разглежда като адиабатен. При тези условия за зависимостта на скоростта v от температурата се получава формулата

$$v = v_0\sqrt{1+\alpha t}, \tag{3.42}$$

където $v_0 = 331{,}45$ m/s е скоростта на звука при 0°C, а α е коефициентът на обемно разширение на газа, който за влажен въздух е 0,004 K^{-1}.

В еднородна среда звукът се разпространява с постоянна скорост и за определянето ѝ е достатъчно да се измери интервалът от време τ, за който е изминато дадено разстояние s, откъдето $v = s/\tau$. За целта се използва опитната постановка, показана на фиг. 3.13. При положение *1* на ключа *K* кондензато-



Фиг. 3.13

рът *C* се зарежда. Когато *K* се превключи на положение *2*, кондензаторът се разрежда през успоредно свързаните високоговорител Г и съпротивителен делител на напрежение R_2 и R_3. Това поражда звуков сигнал и електричен импулс, който включва брояча Бр. Когато фронтът на звуковите вълни стигне до микрофона *M*, в него се формира сигнал, който изключва брояча. Така върху него остава записан интервалът от време τ, за който звукът е изминал разстоянието s от говорителя до микрофона. С това е осигурено устройството да функционира при относително висок шум, без последният да влияе на работата му. Микрофонът проявява инертност, като закъснява да «отговори» на акустичния импулс. Това закъснение обаче е постоянно и се изключва, като се измери разстоянието s между две различни положения на микрофона, разположен на оптична релса, при което за τ се взема разликата от показанията на брояча при двете положения.

Експериментът се извършва в следната последователност.

1. Отначало микрофонът се поставя на около 2 m от високоговорителя и се отчита интервалът от време τ, за който звукът е изминал разстоянието s. След това микрофонът се отдалечава още 1, 2, 3, 4, 5 m и пак се отчита интервалът от време, като се взема разликата от показанията на брояча при всеки две последователни положения. Данните се подреждат в табл. 3.5.

Таблица 3.5

τ, μs \ s, m	1,00	2,000	3,000	4,000	5,000
τ_1					
τ_2					
.					
.					
τ_n					
$\bar{\tau} = \frac{\sum \tau_i}{n}$					
$\sqrt{\frac{\sum (\tau_i - \bar{\tau})^2}{n(n-1)}}$					
$\frac{\Delta v}{v} \cdot 100$, %					
$v = \bar{v} \pm \Delta v$					

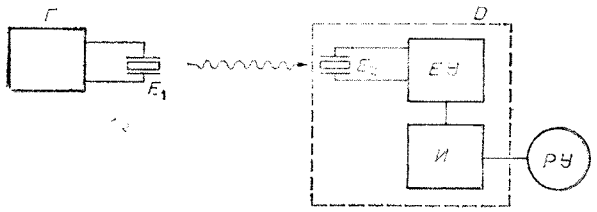
2. Ако е възможно да се изменя температурата t на въздуха в помещението, определя се скоростта v на звука при различни температури. Строи се графика на зависимостта $v(t)$ и се търси аналитичният вид на тази зависимост.

3.2.4. Разпространение на ултразвукови вълни във въздушна среда

Еластичните вълни с честота на трептения от 20 до 20 000 Hz предизвикват в човешкото ухо специфично усещане, наречено звук. Когато честотата на трептене е по-малка от 20 Hz, звуковите вълни се наричат инфразвук, а при честота, по-голяма от 20 000 Hz, ултразвук. Горната граница на честотата на еластичните трептения се определя от най-малкото средно разстояние между частиците на материалната среда и не може да надвишава 10^{13} Hz. Прието е звуковите вълни с честота от 10^9 до 10^{13} Hz да се наричат хиперзвук.

Както е показано на фиг. 3.14, генератор Г създава променливо електрично поле между електродите на пиезокерамичен елемент E_1 с честота f. Тя се избира да е равна на основната собствена честота на надлъжните еластични вълни на пиезокерамичния елемент. Под действие на електричното поле по дължината на елемента E_1 се възбуждат ултразвукови трептения (това явление се нарича обратен пиезоефект), които на свой ред пораждат ултразвукови вълни във въздуха. Вълните достигат

еднакъв с E_1 пиезокерамичен елемент E_2, който периодично се деформира под тяхното действие. Това води до поява на разноименни електрични заряди върху неговите срещуположни по-



Фиг. 3.14

върхнини (прав пиезоефект) и на променливо електрично напрежение, което се усилва от електронен усилвател *ЕУ*, изправя се от изправител *И* и се измерва от регистриращо устройство *РУ*. Пиезоелементът E_2, електронният усилвател и изправителят са монтирани в един корпус и образуват приемника ***D*** с включено към него регистриращо устройство. За удобство генераторът Г и приемникът *D* се поставят върху релса с милиметрова скала по нея.

Заедно с прехвърления по въздуха звуков сигнал е възможно върху електродите на пиезоелемента да възникне и индуцирано променливо електрично напрежение. За да не се получи това, е необходимо добро екраниране на генератора и приемника. Затова те се монтират в отделни метални корпуси с отвори само за пиезоелементите.

1. Определяне дължината λ на ултразвуковите вълни.

Определянето дължината на вълната λ на ултразвуковите вълни с опитната постановка, описана по-горе, може да се извърши с помощта на стоящи вълни и по дифракционен метод.

За определяне дължината на вълната чрез стоящи вълни е необходимо челата на пиезоелементите E_1 и E_2 да са строго паралелни и точно едно срещу друго. Бягащите ултразвукови вълни, излъчени от пиезоелемента E_1, достигат до челото на пиезоелемента E_2 и се отразяват от него. Интерференцията на падащите и отразените вълни води до възникването на стоящи вълни в пространството между двата пиезоелемента E_1 и E_2. Условието за възникване на стоящи вълни е разстоянието l между двата пиезоелемента да е кратно на цяло число n полувълни $\frac{\lambda}{2}$, т. е. $l=n\frac{\lambda}{2}$. Тогава падащите и отразяваните вълни и за двете чела са във фаза.

Експериментът със стоящи вълни се извършва, като генераторът Г и приемникът *D* се поставят върху релса един срещу друг на разстояние около 0,30 — 0,50 m. При плавно преместване на приемника *D* (или на генератора Г) по релсата амплитудата на сигнала се изменя периодично от минимална до максимална. Разстоянието между два съседни максимума е равно на $\frac{\lambda}{2}$. По-добре е да се изброят примерно 10 максимални отклонения на стрелката на регистриращото устройство и от разстоянието l между ограничаващите ги минимуми да се изчисли средната стойност на дължината на вълните $\bar{\lambda}$.

За определяне дължината на ултразвуковите вълни по дифракционен метод на разстояние 0,15—0,20 m от генератора се поставя непрозрачен за вълните екран с два процепа (аналогично на опита на Юнг в оптиката). Приемникът се движи плавно зад процепите по дъга от окръжност с център точката от екрана, лежаща на средата между тях, и с радиус от 0,40 до 0,70 m. Фиксират се централният интерференчен максимум и единият от двата съседни на него максимуми, като се измерва разстоянието s между средите им. Ако константата на дифракционната решетка е $d=a+b$, където a е ширината на един процеп, b е разстоянието между процепите, а l е разстоянието между приемника и решетката, тогава дължината λ на ултразвуковите вълни се определя по формулата

$$\lambda=\frac{sd}{l}. \tag{3.43}$$

Като се изменя разстоянието l през няколко сантиметра, се правят поне десет такива измервания и резултатите се записват и обработват, както е показано в табл. 3.6

Таблица 3.6

№	l, m	s, m	λ, m	Δλ	$(\Delta\lambda)^2$
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

Като се определи дължината λ и се използва таблична стойност за скоростта v на звука, може да се изчисли честотата f на генератора.

Ако се направи дифракционна решетка с повече процепи и се закриват по желание определен брой от тях с помощта на непрозрачна пластинка, може да се наблюдава интерференция от един процеп, от два (Юнг) и от повече процепи.

2. Определяне показателя $\varkappa$ на адиабатата.

Когато дължината λ на ултразвуковите вълни е вече известна, може да се изчисли скоростта v на ултразвуковите вълни

във въздушна среда, като се използва формулата $v=\lambda f$, където f е честотата на генератора. При известни скорост v и абсолютната температура T на газа може да се изчисли показателят $\varkappa$ на адиабатата от зависимостта

$$\varkappa=\frac{v^2\mu}{RT}, \tag{3.44}$$

където $R=8{,}31$ J/(mol. K) е универсалната газова константа, $\mu=29.10^{-3}$ kg/mol е ефективната моларна маса на въздуха. Формула (3.44) се получава, като се приема, че разпространението на ултразвука в газове е адиабатен процес. И действително при разпространяването на ултразвукови вълни в газова среда възникват локални области с повишена и с понижена концентрация на частици на газа. Вследствие на това възниква допълнително налягане, наречено звуково (акустично) налягане. То се изменя спрямо средното налягане на газа в тази точка. Сгъстяванията и разреждането на газа се съпровождат с нагряване и охлаждане. Но поради бързото протичане на процеса и слабата топлопроводност на газовете получената разлика от температурите не успява да се изравни чрез топлообмен и процесът може да се приеме за адиабатен.

Относителната грешка, с която е определен показателят $\varkappa$ на адиабатата, се намира по формулата

$$\frac{\Delta\varkappa}{\varkappa}=\frac{2\Delta\lambda}{\lambda}+\frac{\Delta T}{T},$$

където абсолютните грешки $\Delta\lambda$ и ΔT се оценяват от измерващия. Ако например се използва дължината на вълната, получена по дифракционния метод, отношението $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ е $\frac{\sigma_{\bar{\lambda}}}{\bar{\lambda}}$, където $\bar{\lambda}$ е стойността на средноаритметичното от n измервания, а $\sigma_{\bar{\lambda}}$ е стойността на средното стандартно отклонение.

3. Отражение на ултразвукови вълни.

Когато ултразвукови вълни падат върху плоска повърхност със значително по-големи размери от дължината им λ, отразяването на вълните се подчинява на законите на геометричната оптика.

Генераторът се насочва под определен ъгъл (различен от 90°) към закрепена на държател еталонна метална пластинка с гладка повърхност. Приемникът се поставя така, че отразените звукови вълни да попаднат в него. След това той се мести плавно, докато стрелката на регистриращото устройство покаже максимално деление n_e по скалата. При така фиксираните положения на генератора и на приемника на държателя се закрепват последователно плоскости от различни материали и с различна гладкост. Записват се съответните показания n на регистриращото устройство. Относителният коефициент k на отражение за всяка от изследваните плоскости се намира по формулата

$$k=\frac{n}{n_e}. \tag{3.45}$$

4. Затихване на ултразвукови вълни.

Ефективното звуково налягане p намалява с разпространяване на вълните във въздуха поради тяхната разходимост, вътрешно триене, топлопроводност и отражение. За плоски вълни налягането p_x на разстояние x от челото на пиезоелемента E_1 се дава с формулата

$$p_x=p_0e^{-\alpha x}, \tag{3.46}$$

където p_0 е ефективното звуково налягане за разстояние $x=0$. Коефициентът на отслабване α е характерна константа за всяка среда, в която се разпространяват плоски вълни с дадена честота f. Според формула (3.46) $\alpha=\frac{1}{x_e}$, където x_e е онова изминато от вълната разстояние, след което налягането p намалява e пъти. Ако се измерят ефективните звукови налягания p_1 и p_2 на две различни разстояния x_1 и x_2 от челото на пиезоелемента E_1, коефициентът α се намира по формулата

$$\alpha=\frac{\ln p_1-\ln p_2}{x_2-x_1}. \tag{3.47}$$

Понеже коефициентът α е правопропорционален на f^2, често като акустичен параметър на средата се използва отношението α/f^2.

Звуковото налягане p, интензитетът на звука и мощността се изменят в широки граници. Поради това за изразяване на техните отношения е удобно да се използва логаритмичната единица децибел (dB). В тази относителна логаритмична скала величината ниво на звуковото налягане L_p в децибели се определя по формулата

$$L_p=20\lg\frac{p_1}{p_2}, \tag{3.48}$$

където p_1 и p_2 са амплитудите на звуковото налягане на вълната в точките x_1 и x_2.

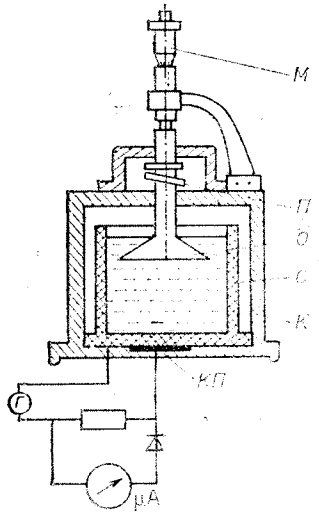
Според формула (3.46) зависимостта на $\ln p_x$ от разстоянието x е линейна. Тази зависимост се определя, като генераторът и приемникът се поставят отново върху релсата с милиметрова скала и в началото регистриращият уред трябва да показва максимум при разстояние около 0,1 m между челата на пиезоелементите E_1 и E_2. След това разстоянието се увеличава с по няколко дължини λ на вълните. При всяко избрано разстояние се отчита ефективното звуково налягане в брой деления (относителни единици), показвани от регистриращия уред. Получените експериментални точки се осредняват графично с права линия. Намереният по формула (3.47) коефициент на отслаб-

ване α се използва за пресмятане на акустичния параметър $\frac{\alpha}{f^2}$ на въздуха.

Като се използва формула (3.48) за две точки x_1 и x_2 съответно със звуково налягане p_1 и p_2, се изчислява затихването L_p на звука в децибели.

3.2.5. Измерване скоростта на ултразвук по интерференчен метод

За измерване скоростта на ултразвук по интерференчен метод се използва експерименталното устройство, дадено на фиг. 3.15, което се нарича ултразвуков интерферометър. Той представлява цилиндричен съд C, към чието дъно е залепена кварцова пластинка $КП$. Тя трепти под действието на променливо електрично напрежение, приложено към посребрените ѝ хоризонтални стени. За тази цел се включва специален генератор Г, в който има резонансен усилвател, настроен на собствената честота на кварцовата пластинка. От пиезокварцовата пластинка ултразвукът прониква в изследваната течност.



Фиг. 3.15

Интензивността на трептенията в стълба течност между $КП$ и диска $О$ зависи от съотношението между височината h на стълба течност и дължината λ на вълните. Установените стоящи вълни са резултат от интерференцията на падащи и отразени вълни. Токът, захранващ кварцовата пластинка, се контролира от микроамперметър за определяне състоянието на резонанс, при което развиваната мощност, а следователно и токът рязко се увеличават.

Долната плоска повърхност на диска, направен от неръждаема стомана, е успоредна на излъчващата повърхност на кварцовата пластинка. С микрометричния винт M дискът се премества във вертикално направление в течността, а пружината $П$ повдига удължения му край до упор в микрометричния винт. Корпусът на ултразвуковия интерферометър е означен с $К$.

Изследваната течност се налива в съда на интерферометъра, включва се генераторът и се отчита началното положение на микрометричния винт при установени стоящи вълни. След това плавно се премества дискът надолу и се следи изменението на тока в микроамперметъра. По броя на максимумите на стоящите вълни се намира броят и на полувълните n, които се насят на разстояние d между кварцовата пластинка и диска. В такъв случай $d=n\frac{\lambda}{2}$, откъдето $\lambda=\frac{2d}{n}$ при $n=1, 2, 3\ldots$

Скоростта на разпространение на ултразвук в дадена течност при определена температура се намира по формулата $v=\lambda f$, където λ е експериментално намерената дължина на вълните, а f е честотата на генератора.

Скоростта на ултразвука в течност е свързана с нейната плътност ρ и с адиабатната ѝ свиваемост β по формулата

$$v=\sqrt{\frac{1}{\rho\beta}}. \tag{3.49}$$

От (3.49) се пресмята адиабатната свиваемост β, като плътността ρ се взема от таблица или се определя чрез измерване. Единицата за β е Pa^{-1}, тъй като се измерва с относителното изменение на обема $\frac{\Delta V}{V}$, разделено на изменението на налягането Δp. Данните се нанасят в табл. 3.7.

Таблица 3.7

№	n	$\lambda=\frac{2d}{n}$	$\Delta\lambda$	$(\Delta\lambda)^2$	β, Pa^{-1}
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

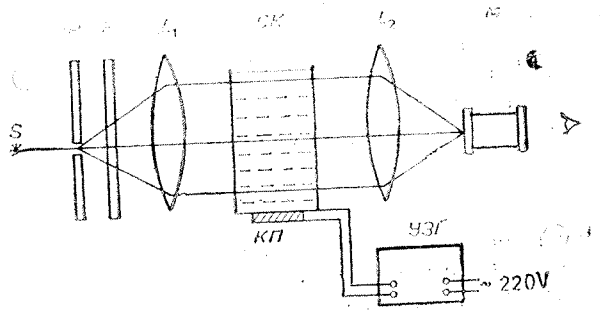
Променливото напрежение на ултразвуковия генератор се подава с относителна грешка под 1%, поради което тя може да се пренебрегне и относителната грешка на скоростта v може да се определи по формулата $\frac{\Delta v}{v}=\frac{\sigma_{\bar{\lambda}}}{\lambda}$. Крайният резултат за v се записва с доверителния интервал.

3.2.6. Измерване скоростта на ултразвук по дифракционен метод

На фиг. 3.16 е показана опитната постановка за определяне скоростта v на ултразвук по оптичен път — чрез дифракция на светлинни вълни от ултразвукови вълни. Светлината от източника S осветлява хоризонтално разположен процеп P, който е поставен в главната фокална равнина на леща L_1. Между L_1 и P се намира светлинен филтър F. Успоредният светлинен сноп след излизането си от лещата L_1 преминава през плоско-

паралелната стъклена кювета $СК$ (напълнена с течност) и през лещата L_2, след което попада в микроскопа $М$.

Ако в течността не се пропуска ултразвук, през микроскопа се вижда само образът на $Р$. Ако обаче от кварцовата



Фиг. 3.16

пластинка $КП$, разположена на дъното на кюветата, започват да се разпространяват ултразвукови вълни, създавани от ултразвуков генератор $УЗГ$, картината на фокалната равнина на лещата L_2 се изменя. Причината е в сгъстяванията и разредяванията на течността, които са перпендикулярни на светлинните лъчи и изменят нейния показател на пречупване n. За преминаващото светлинно лъчение периодичното изменение на плътността ρ е като дифракционна решетка. Константата на дифракционната решетка се определя от дължината λ на ултразвуковите вълни. За да се наблюдава ултразвукова дифракционна картина в течности, трябва да се работи с честоти $10^6 \div 10^7$ Hz.

Тъй като скоростта c на светлината е много пъти по-голяма от скоростта v на звука, движението на ултразвуковата решетка (сгъстяванията и разредяванията) не оказва влияние на картината. Обикновената дифракционна решетка, съставена от редуващи се прозрачни успоредни ивици, предизвиква периодично изменение на амплитудата на фронта на падащите върху решетката вълни от нула до някаква максимална стойност. При преминаването на светлинните лъчи през ултразвуковата решетка възниква пространствено периодично изменение на фазата на светлинните вълни, без да се изменя амплитудата им по фронта. Поради това ултразвуковата решетка се нарича фазова дифракционна решетка. Условието на дифракционните максимуми на светлинните вълни след преминаването им през ултразвуковата решетка е

$$\lambda_2 \sin\varphi = k\lambda_1, \tag{3.50}$$

където φ е ъгълът, под който се наблюдава дифракционният максимум, $k = 1, 2, 3, \ldots$ — редът на дифракционния максимум, λ_1 — дължината на светлинните вълни, а λ_2 — дължината на ултразвуковите вълни.

От фиг. 3.16 е ясно, че при ъгли $\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi = \frac{z}{2F}$, където F е фокусното разстояние на лещата L_2, а z — разстоянието между два симетрично разположени максимума от k-ти ред. В такъв случай от формула (3.50) за дължината λ_2 на ултразвуковите вълни се получава

$$\lambda_2 = \frac{2kF\lambda_1}{z}. \tag{3.51}$$

Тук $z = k_1 N$, където k_1 е константата на окулярния микрометър, а N — броят на деленията между два максимума от k-ти ред, разположени от двете страни на централния максимум на дифракционната картина.

След определяне на λ_2 за v се получава $v = \lambda_2 f$, където f е честотата на ултразвуковите вълни, създавани от генератора.

Измерват се разстоянията z между максимумите от 1-ви, 2-ри и 3-ти ред и като се знаят F, λ_1 и f, се пресмятат λ_2 и v. Могат да се направят измервания с различни светофилтри и да се определят $\bar{v}$ и $\bar{\lambda}_2$.

Относителната грешка на λ_2 се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2} = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta N}{N},$$

където абсолютната грешка $\Delta\lambda_1$ е означена върху устройството, а абсолютната грешка ΔN се оценява от измерващия. Резултатът за λ_2 се записва с доверителния интервал.

4. ТЕРМОДИНАМИКА И СТАТИСТИЧНА ФИЗИКА

4.1. ГАЗООБРАЗНО СЪСТОЯНИЕ НА ВЕЩЕСТВОТО

Величините, които служат за определяне състоянието на една термодинамична система и могат да се изменят под влияние на външни фактори, се наричат параметри. Броят параметри, необходими за еднозначно определяне състоянието на системата, зависи от нейната сложност. Най-простата система представлява някакво количество идеален газ. За равновесно термодинамично състояние на такъв газ с маса m при температура T, налягане p и обем V е изпълнено уравнението

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \tag{4.1}$$

където μ е моларната маса на газа, измервана в единици килограм на мол (kg/mol), а $R = 8{,}314$ J(mol. K) е моларната газова константа.

4.1.1. Измерване на температура

Температурата T не може да бъде измерена пряко, поради което се използват косвени методи, основаващи се на функционалната зависимост между нея и други физични величини, които могат да бъдат измервани непосредствено. Познати са много физични величини, които в някаква степен зависят от температурата. Към тях се поставят редица изисквания, например: избраната величина да се изменя с температурата непрекъснато в достатъчно широк интервал, без да има еднакви стойности при различни температури; да не зависи от други фактори; желателно е функционалната зависимост да бъде линейна. Съществуват редица физични явления, при които тези изисквания се изпълняват с достатъчна точност — топлинно разширение на телата, зависимост на електродвижещото напрежение на термоелемент от температурната разлика, зависимост на съпротивлението на проводници от температурата и др.

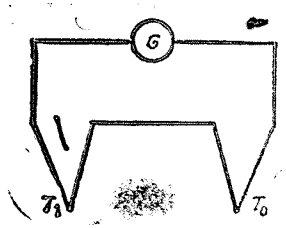
Температурните скали са емпирични и може да бъдат построени по две основни температури, които съответствуват на две различни равновесни състояния на дадена термодинамична система. Обикновено се избира еднокомпонентна система с температурите ѝ на топене и кипене и определена част от температурния интервал между тях се приема за големина на температурната единица.

В нашата страна се използват две температурни скали:

целзиева и термодинамична. При термометрите с целзиева скала интервалът между двете основни температури (температурата на топене на леда — приета за нула, и температурата на кипене на водата — приета за 100, при нормални условия — 760 mm Hg = = 101 325 Pa), се дели на 100 равни части и големината на целзиевия градус (°C) е 1/100 от избрания температурен интервал. Съществуват и други температурни скали: при скалата на Реомюр този интервал се дели на 80, а при скалата на Фаренхайт — на 180 равни части.

През 1848 г. английският физик У. Томсън (лорд Келвин) въвежда понятието абсолютна температура и абсолютна температурна скала, носеща неговото име. Тя не зависи от природата на веществото и се дефинира на основата на II принцип на термодинамиката. Приема се, че $T_1 = 0$ при абсолютната температурна нула и $T_2 = 273{,}15$ K в точката на топене на леда при нормални условия. Келвин, единицата за термодинамична температура в Международната система, е 1/273,16 част от термодинамичната температура на тройната точка на водата*. Връзката между термодинамичната температура T, измервана по термодинамичната, и целзиевата температура t, измервана по целзиевата скала, е $T = t + 273{,}15$, при което големините на единиците за температурен интервал в двете скали са еднакви, т.е. 1 °C = 1 K.

Газовите термометри са изключително точни, но поради големия им обем и многообройните операции и изчисления практически са непригодни за обикновени измервания. Използват се в лабораторни условия като нормални термометри за сравняване на показанията на термометри с различни термометрични вещества.



Фиг. 4.1

Пирометърът е прибор, действието на който се основава на яркостния оптичен метод за определяне на температурата на нажежено тяло от разстояние, като се използва сравняването на лъчението на лампа с нажежаема жичка с това на нагрято абсолютно черно тяло.

Действието на термоелемента се основава на ефекта на Зеебек Ако спойките на два различни метала (фиг. 4.1) поставим при раз-

*Тройна точка се нарича състоянието, при което едно вещество съществува едновременно в твърда, течна и газообразна фаза. — *Бел. ред.*

лични температури, във веригата протича ток. С повишаване на температурната разлика расте и големината на протичащия ток. Явлението в количествен вид се описва чрез възникналото термоелектродвижещо напрежение

$$\mathcal{E}=\gamma\Delta T,$$

където γ е температурен коефициент, който показва изменението на термоелектродвижещото напрежение при температурна разлика един градус. За различни двойки проводници тази величина е различна и е от порядъка на няколко микроволта на градус.

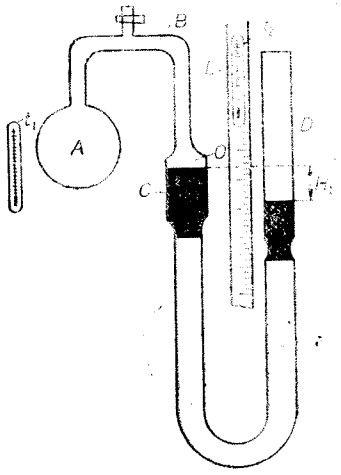
Някои от преимуществата на термоелементите пред останалите видове термометри са следните:

— могат да се използват в широки температурни области;

— с тях могат да се измерват нищожни температурни разлики;

— притежават много малък топлинен капацитет, дават възможност за измерване на температури от разстояние, за упражняване на автоматичен контрол, запис и др.

Съществуват различни видове термометри — течни, газови, пирометър, термоелемент и др. Практическа реализация температурните скали намират при течните термометри, от които най-голямо разпространение имат живачните. Използването на живак като термометрично вещество се основава на редицата предимства, които той има в сравнение с другите течности: при нормално атмосферно налягане остава течен в широк температурен интервал (—38,8 до +356,7 °C), не мокри стъклото. Живачните термометри имат линейна скала почти до 200° C.



Фиг. 4.2

При немного ниски температури някои от реалните газове, като водород, кислород, азот, въздух и др., могат да се разглеждат като идеални газове, поради което могат да се използват като термометрично вещество, т. е. като газови термометри.

Устройството на газов термометър е показано на фиг. 4.2. Състои се от стъклена колба A, напълнена със сух газ. Тя е съединена с тръбите B и D, напълнени с живак, които са свързани една с друга посредством гумен маркуч. С термометри се отчитат температурите на пространството до колбата и в съседство с двете тръби. Чрез поставяне на колбата последователно в съд с топящ се лед и в пари на кипяща вода се отчитат наляганията p_1 и p_2, като

$$p_1=p_0-H_1, \quad p_2=p_0+H_2,$$

където p_0 е атмосферното налягане.

Използва се зависимостта

$$T=t_1-\frac{p_2-p_1}{p_1\beta-3p_2\alpha},$$

от която при известни β и α (β — коефициент на обемно разширение на стъклото, α — коефициент на линейно разширение) се определя температурата T.

За измерване на термоелектродвижещото напрежение често се използват пирометрични миливолтметри. Тези прибори обикновено са пригодени за работа с определен тип термоелемент и са градуирани направо в градуси.

Термисторите са прибори, чието действие се основава на изменение на съпротивлението им при промяна на температурата. Изменението на съпротивлението на металите и сплавите с температурата се описва с линейна зависимост. Чувствителният елемент на съпротивителния термометър е тънка жичка от определен метал, навита на макара. Съпротивлението на метала се изменя средно с 0,5% на всеки градус. При полупроводниците (т. нар. термистори) съпротивлението намалява с повишаване на температурата, а температурният коефициент е 8—10 пъти по-висок, отколкото при металите.

Съпротивителните термометри и термистори притежават голяма чувствителност, малки са по размери, имат достатъчно надеждна стабилност с времето. Недостатък на термистора е нелинейната зависимост на съпротивлението от температурата.

При термометрите с течно термометрично тяло се получават показания, които поради различни причини невинаги отговарят на истинската температура. Отклоненията от действителните стойности могат да се получат поради нееднакъв диаметър на капилярката по цялата ѝ дължина, неравномерни деления на скалата или нейно отместване, релаксационни изменения (свиване) в стъклото, продължаващи дълги години след производството на термометъра. Поради стесняване на капилярката се завишават показанията средно до 0,04 K за година. Затова при точни измервания е необходимо да се въведат корекции за всяко скално деление.

Корекцията Δt се намира, като от действителната температура извадим измерената:

$$\Delta t=t_{д.}-t_{изм.\,в}$$

откъдето

$$t_{д.}=t_{изм.}+\Delta t.$$

Изчисляването на корекцията може да се извърши по два начина:

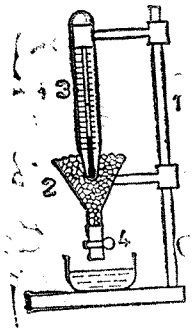
а) чрез сравняване с еталонен термометър (например газов), чиято точност е гарантирана от дирекциите по стандартизация със специално свидетелство;

б) чрез проверка на основните деления — нулевото и стотното. Поправката за различните деления е различна и се дава с формулата

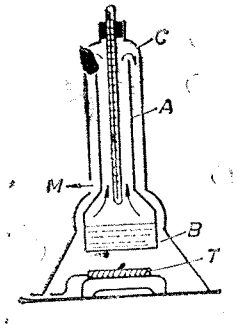
$$\Delta t = \Delta t_0 + \frac{\Delta t_{100} - \Delta t_0}{100} \cdot t, \tag{4.2}$$

където Δt_0 и Δt_{100} са поправките съответно за нулевото и за стотното деление, а t е скалното деление, което ще бъде коригирано.

Постановката за определяне на поправката за нулевото деление е дадена на фиг. 4.3.



Фиг. 4.3



Фиг. 4.4

Напълнената с лед стъклена фуния *2* е закрепена към статива *1*. Термометърът *3* е поставен така, че целият му резервоар и тръбичката до нулевото деление да бъдат в леда. Изваря кранчето *4*, за да изтича стопената от леда вода. Поправката Δt_0 се получава от разликите между действителната температура на топене на леда 0°C и измерената от термометъра:

$$\Delta t_0 = 0 - t_{изм.} = -t_{изм.}. \tag{4.3}$$

За корекция на стотното деление се използва уред, наречен хипсометър (фиг. 4.4).

В съда B се налива вода, която се загрява от нагревателя T. В горната, по-тясна част на съда се поставя проверяваният термометър, като резервоарът с живака не трябва да бъде потопен във водата. Над запушалката е необходимо да се виждат само няколко деления под стотното. Целият термометър се нагрява от парите на водата, които минават равномерно между двете тръби A и C и излизат през отвора M. По този начин термометърът също се нагрява до температурата на наситените

пари и се избягва неговото охлаждане чрез лъчеизпускане. Температурата на кипенето на водата се отчита по термометъра тогава, когато живачната му нишка престане да се покачва.

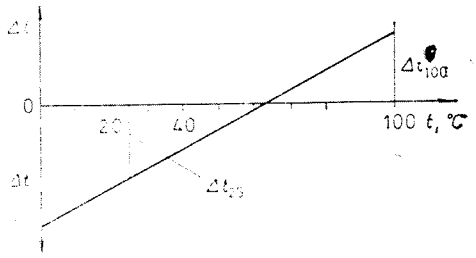
Истинската температура на кипене на водата, съобразена с атмосферното налягане, се намира или от таблица, или чрез изчисляване по формулата

$$t_д = 100 + 28{,}012\left(\frac{p}{760} - 1\right) - 11{,}64\left(\frac{p}{760} - 1\right)^2 + 7{,}1\left(\frac{p}{760} - 1\right)^3,$$

където p е барометричното налягане при 0 °C. Оттук

$$\Delta t_{100} = t_д - t_{изм.} \tag{4.4}$$

За кое да е скално деление между 0 и 100 °C корекцията може да се намери и графически (фиг. 4.5). Върху абсцисната ос се нанасят температурите от 0 до 100 °C. Графиката се определя от двете ординати на нулевото и стотното деление, т. е. от Δt_0 и Δt_{100}. Корекцията на търсеното скално деление е ординатата на това деление, отчетено чрез графиката.



Фиг. 4.5

4.1.2. Измерване на налягане

Налягането, което оказва атмосферата върху земната повърхност вследствие теглото на въздуха, се нарича атмосферно или барометрично налягане. Числено то е равно на теглото на въздушен стълб с височина, равна на височината на атмосферата, и сечение единица. За нормално се приема налягането, равно на 101325 N/m² (760 mm Hg).

В системата SI единицата за налягане е нютон на квадратен метър, наречена още паскал (Pa):

$$1\ \text{Pa} = 1\ \text{N/m}^2.$$

В практиката обикновено се използва единицата милиметър живачен стълб (mm Hg), която се нарича още тор (Torr):

$$1\ \text{Torr} = 1\ \text{mm Hg} = 133{,}322\ \text{Pa}$$

Често се използват и извънсистемните единици физическа атмосфера (atm) и бар (bar):

$$1\ \text{atm} = 760\ \text{mm Hg} = 101\,325\ \text{Pa};\quad 1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}.$$

а) Живачен барометър

Един от най-точните методи за измерване на атмосферното налягане е предложен от Торичели (1664 г.) и се състои в уравновесяване на атмосферното и хидростатичното налягане. Обикновено за течност се използва живак. Ако означим плът-

ността му с ρ, височината на стълба с h и земното ускорение с g, то

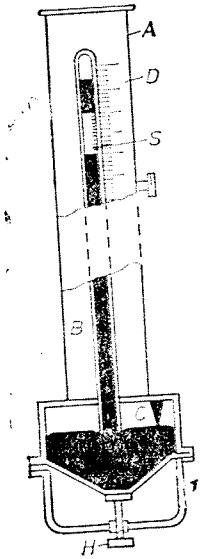
(4.5) $$p=\rho gh.$$

Тъй като за дадено място на земната повърхност g и ρ са постоянни, то

$$p=f(h),$$

т. е. височината h на живачния стълб може да се приеме за мярка на атмосферното налягане.

На практика най-често използваният барометър е този на Фортен (фиг. 4.6). В металния кожух A е поместена стъклена тръба B. По дължината на основната скала се плъзга метален пръстен S с нониусна скала.



Фиг. 4.6

В чаша с подвижно дъно е налят живак, в който е потопена тръба със запоено дъно и напълнена с живак. В горния край на тръбата се образува пространство без въздух, напълнено с наситени живачни пари. Живачният стълб се установява на определена височина вследствие уравновесяването на теглото му и атмосферното налягане, действуващи едновременно върху повърхността на живака в чашата.

Преди всяко отчитане с микрометричния винт H се повдига подвижното дъно на чашата, докато горният й край се допре до върха на острието C, служещо за начало на милиметровата скала. Образуването на малка трапчинка под върха на острието при почукване на чашата е указание за допирането му до свободната живачна повърхност.

Височината на живачния стълб се отчита в милиметри по скала D, нанесена върху металния кожух на барометъра. За избягване на паралактична грешка нониусът трябва да се нагласи така, че предният и задният край на ръба на долната му част да съвпадат.

Градуировката на милиметровата скала на живачния стълб е извършена при 0 °C и стойността на отчетеното барометрично налягане зависи от температурата на мястото, където е поставен барометърът. Освен това температурните изменения на живака и метала, от който е изработен барометърът, са различни, следователно линейните и обемните разширения са различни. Това означава, че крайният резултат за наляганията, отчетени при различни температури, ще бъде различен и затова се налага те да бъдат редуцирани към 0 °C. За целта се въвежда температурна корекция k_t, която е отрицателна за температури, по-високи от 0°C, и е необходимо да се изважда от показанията на барометъра p_t, т. е.

(4.6) $$p_r=p_t-k_t,$$

където p_r е редуцираното налягане на дадено място към 0 °C, а p_t — при t °C.

Температурната корекция k_t се взема от таблица или се изчислява по формулата

(4.7) $$k_t=p_t(\alpha-\beta)\,t,$$

където α е коефициентът на обемно разширение на живака, а β — коефициентът на линейно разширение на метала. На практика барометрите се изработват от месинг, за който $\beta=19.10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$. За живака $\alpha=18.10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$.

Данните от измерванията се нанасят в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№	p_t, mm Hg	Δp_t	$(\Delta p_t)^2$
1.			
2.			
3.			
.			
.			
.			

Полученият резултат е $p_{t_{ср.}}=\dfrac{\sum(p_t)_i}{n}$ в единици mm Hg.

б) Метален барометър (анероид).

Известно е, че с увеличаване на височината налягането намалява по експоненциален закон. Функционалната зависимост между атмосферното налягане и височината при постоянна температура се нарича барометрична формула и има вида

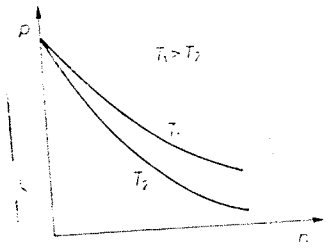
(4.8) $$p=p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

където p_0 е налягането при височина $h=0$, μ — масата на един мол от газа, R — газовата константа. Графичният вид на тази зависимост за две температури е показан на фиг. 4.7.

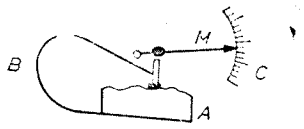
Барометричната формула се прилага за измерване на височини, като се има предвид, че на всеки 11 метра атмосферното налягане се изменя с 1 mm Hg. Уредът, който се използва в практиката, се нарича анероид (фиг. 4.8).

Основната част на анероида е цилиндрична кутия A, въздухът от която е изтеглен. За повишаване на чувствителността й горната повърхност се прави вълнообразно нагъната. При повишаване на атмосферното налягане повърхността се деформира, като кутията се свива; при понижаване на налягането деформацията се намалява и кутията се издува. Движението на

повърхността се предава посредством чувствителна система от лостове на стрелка M. Нейните показания върху скалата C дават стойността на атмосферното налягане в mmHg. Анероидите могат да бъдат снабдени със скала, даваща височината направо в метри.



Фиг. 4.7



Фиг. 4.8

Тъй като въздухът в металната кутия е изтеглен, за да се предотврати деформирането от атмосферното налягане, вълнообразната повърхност се поддържа от метална пружина B.

Ред на работата

Измерва се атмосферното налягане в най-ниската и в най-високата точка на определен обект и разликата се умножава по 11. Определя се височината на неколкоетажна сграда с анероид.

Точността на отчитаните резултати се изменя непрекъснато поради остатъчните деформации, настъпващи в анероида. Затова е необходимо уредът да се сверява с живачен барометър.

4.1.3. Определяне на $\varkappa$ по метода на Клемант и Дезорм

Топлинният капацитет на едно вещество по дефиниция е

$$C=\frac{\delta Q}{dT}.$$

При изменение на температурата и условията, при които нагряваме дадено количество газ, измененията, които настъпват в него, могат да се разглеждат или при постоянно налягане (изобарен процес), или при постоянен обем (изохорен процес). В съответствие с това се въвеждат два специфични топлинни капацитета: C_p — при постоянно налягане, и C_V — при постоянен обем. Същите се дефинират по следния начин:

$$C_V=\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_{V=\text{const}}=\frac{\partial U}{\partial T},$$

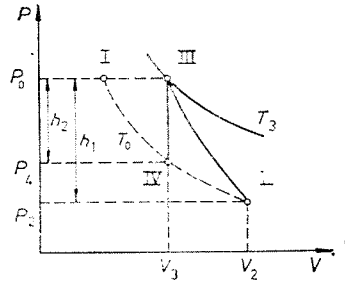
$$C_p=\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_{p=\text{const}},\ \text{като}\ C_p=C_V+R.$$

C_p е по-голям от C_V, тъй като при изменението на обема газът извършва работа, за която се изразходва част от внесената топлина. Непосредственото определяне обаче на C_V е трудно, тъй като малко количество газ заема голям обем и топлинният капацитет на съда с газа ще бъде няколко пъти по-голям от този на газа. Затова на практика се определя отношението C_p/C_V, което се означава с $\varkappa$ и влиза в уравнението на Поасон, описващо адиабатното разширение на газа:

$$pV^{\varkappa}=\text{const}.$$

Величината $\varkappa$ има важно значение при изучаване на адиабатните процеси, тъй като от нея зависи скоростта на разпространение на звука в газове, изтичане на газове от тръби, дюзи, отверстия и др.

Нека съд съдържа определено количество газ, който в състояние I има налягане, равно на атмосферното p_0, и стайна температура T_0 (фиг. 4.9). След изотермично разширение той се привежда в състояние II, характеризиращо се с налягане $p_2=p_0-h_1$, обем V_2 (обемът на съда) и температура $T_2=T_0$. Това всъщност е изходното начало на измерването. Понеже при дадената опитна постановка газът не е топлинно изолиран, за да не се извърши топлообмен с външната среда, чрез бързо адиабатно свиване се довежда до състояние III, чиито параметри са: $p_3=p_0$ и $V_3<V_2$. Това е метастабилно състояние и чрез бавно изохорно охлаждане газът идва до състояние IV, като $p_4=p_0-h_2$ и $T_4=T_0$.



Фиг. 4.9

От законите на Гей-Люсак и Поасон получаваме

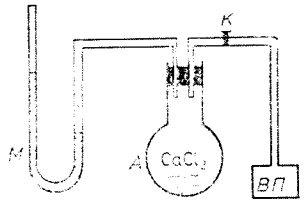
$$\varkappa=\frac{h_1}{h_1-h_2}. \tag{4.9}$$

Равенството дава възможност чрез измерване на височините h_1 и h_2 на дадена течност в манометър да определим $\varkappa$.

Апаратът на Клемант и Дезорм представлява стъклен балон A, манометър M и вакуумна помпа $ВП$, отделена от балона чрез крана K (фиг. 4.10). Чрез него в съда A можем да установим налягане на газа, равно или по-малко от атмосферното. На дъното на балона се поставя $CaCl_2$ за изсушител.

Чрез крана K свързваме колбата с помпата и изпомпваме въздуха, докато нивото на течността достигне височина 25—30 cm.

Затваря се кранът и когато налягането престане да се изменя, се отчита височината h_1. Бързо се изважда кранът K, с което свързваме балона с околния въздух. Отначало налягането в съда се изравнява с атмосферното, след което нивото на течността в манометъра се издига и се установява в положение, отчитано като h_2. Прекратяването на характерния звук (свистене) на разширяващия се въздух преди затварянето на крана е указание за изравняване на налягането в съда с външното. За по-точно фиксиране на тази височина е необходимо да се изчака около 5 минути.



Фиг. 4.10

Извършват се около 10 измервания при различни h_1 и h_2 и за $\varkappa$ се взема средната стойност от резултатите, получени при отделните опити.

Данните от експериментите се подреждат в табл. 4.2.

Таблица 4.2

N	h_1, mm	h_2, mm	h_1-h_2	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$(\Delta\varkappa)^2$
1.						
2.						
3.						

Необходимо е да се има предвид, че полученият по опитен път резултат за $\varkappa$ се различава от теоретично изчисления вследствие трудностите при осъществяване на адиабатен процес.

4.1.4. Определяне на $\varkappa$ по метода на стоящите звукови вълни

Определянето на $\varkappa$ за газове дава възможност да се характеризира течението по тръби със звукови скорости и достигането на свръхзвукови скорости в разширяващи се тръби.

Локалните свивания и разширявания на газа се извършват почти адиабатно, тъй като за един период на трептене те се дуват толкова бързо, че топлообмен между слоеве на газа с различни температури не е възможно да се извърши. Скоростта на звуковите вълни чрез уравнението на Клапейрон—Менделеев се записва във вида

$$\varkappa=\frac{\mu v^2}{RT}, \tag{4.10}$$

или

$$\varkappa=k\frac{v^2}{T},$$

където $k=\frac{\mu}{R}$.

По такъв начин за определяне на показателя на адиабатата е достатъчно да се измерят скоростта на разпространение на звука и температурата на газа.

Скоростта на звука се определя по метода на стоящите вълни. При разпространение на звукови вълни в тръби падащата и отразената вълна се наслагват, образувайки стояща вълна, чието уравнение има вида

$$y=\left(2a\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos\omega t, \tag{4.11}$$

като a е амплитудата на падащата или отразената вълна, x — координатата, определяща положението на точките от средата, λ — дължината на вълната, ω — честота на трептенията.

Разстоянието между два съседни възела или върха е равно на половин дължина на вълна и ако отражението на падащата вълна се извършва без загуба на енергия, на затворения край на тръбата винаги се образува възел.

При разпространението си в тръбата звуковата вълна многократно се отразява и теоретичното или експерименталното описание на процеса е достатъчно сложно. Ако обаче дължината на тръбата l е равна на цяло число n ($n=1,2,3\ldots$) полувълни, т. е.

$$l=n\frac{\lambda}{2}, \tag{4.13}$$

получената картина ще бъде достатъчно опростена.

Скоростта на звука се определя по формулата

$$v=\lambda\nu. \tag{4.14}$$

От (4.13) и (4.14) получаваме

$$v=\frac{2l\nu_n}{n}=\frac{2l\nu_{n+1}}{n+1}=\frac{2l\nu_{n+k}}{n+k}, \tag{4.15}$$

където ν_n е честотата на първата стояща вълна,

ν_{n+k} — честотата при k-тото наблюдение на стоящи вълни.

От горното равенство получаваме

$$n=k\frac{\nu_n}{\nu_{n+k}-\nu_n}.$$

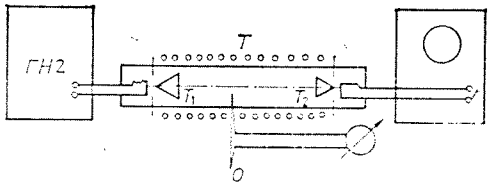
Заместваики в 4.13, и 4.14, за скоростта на звука получаваме

$$v=\frac{2l(\nu_{n+k}-\nu_n)}{k}. \tag{4.16}$$

Определената за дадена температура скорост на разпространение на звукови вълни се замества в (4.10) и се определя отношението C_p/C_v.

Опитната постановка за определяне на отношението C_p/C_V по метода на стоящите звукови вълни е дадена на фиг. 4.11.

В краищата на стъклена или пластмасова тръба T са поставени две телефонни капсули (слушалки) T_1 и T_2. Капсулата T_1 е свързана с тонгенератор (напр. ГН 2) и чрез нея се създават трептенията, а капсулата T_2 ги приема и получеият сигнал се подава на вертикалния усилвател на осцилоскопа. Въздухът в тръбата може да се нагрява с електронагревател, като измененията на температурата в тръбата се следят с термоелемент O.



Фиг. 4.11

При плавно изменение на честотата (обикновено се работи в диапазона 200—2000 Hz) наблюдаваните на екрана амплитуди на електричните трептения рязко нарастват, когато се изпълнява условието (4.13). Отчита се честотата ν_n и още k последователни честоти ν_{n+k}, при които се получават стоящи вълни. Измерва се дължината на тръбата и от формула (4.16) определяме скоростта на звуковата вълна. Заместваики в (4.10), определяме $\varkappa$.

Опитните данни се подреждат в табл. 4.3

Таблица 4.3

N	ν_{n+k}	$\nu_{n+k}-\nu_n$	v, m/s	v^2	$\varkappa=k\frac{v^2}{T}$	$\Delta\varkappa$	$(\Delta\varkappa)^2$
1.							
2.							
.							
.							
.							

Построяваме графика $\nu=\nu(n)$, като по абсцисната ос нанасяме номера n на съответното резонансно положение, а по ординатата — съответните честоти ν, отчетени по скалата на тонгенератора.

При използване на въздух $k=\frac{\mu}{R}$, където $\mu=29$ kg/kmol, $R=8{,}31$ J/(mol. K).

При работа по описания метод дължината на въздушния стълб се запазва постоянна ($l=$const), а се изменя честотата на звуковите трептения, следователно се изменя и дължината на вълната.

Може да се използва и друг метод (при малка модификация на постановката), като честотата на звуковите вълни се запазва постоянна ($\nu=$const), а се изменя дължината на въздушния стълб чрез изменение дължината на тръбата.

4.1.5. Изследване зависимостта на $\varkappa$ от температурата

Теоретично би следвало, че топлинният капацитет не трябва да зависи от температурата. На практика обаче се получават отклонения, като топлинният капацитет на всички вещества при ниски температури е по-малък, отколкото при високи. За много високи и много ниски температури класическата електронна теория не дава задоволително обяснение. Затова изчислените във формула (4.10) стойности на $\varkappa$ зависят от стойностите на скоростта на звука при различни температури.

Ред на работа:

Използва се постановката на фиг. 4.11, като се включва нагревател. Интервалът от стайна температура до 100 °C се разделя на 5 равни участъка и измерването се провежда по метода, описан в предния експеримент, като се има предвид, че температурата е необходимо да се стабилизира при всяко отчитане. Данните се нанасят в таблица и се построяват графическите зависимости

$$v=f(T) \quad \text{и} \quad \varkappa=f(T).$$

Точността на измерването се оценява по метода на Гаус чрез намиране на стандартното отклонение на средния резултат. При прецизно измерване и построяване на графиките се получава, че около средата на изследвания интервал $\varkappa$ не зависи от температурата.

Измервания при температури, по-високи от 110°C, не се препоръчват, тъй като магнитите на телефонните слушалки ще се размагнитят и данните от отчетените резултати ще бъдат неточни.

4.1.6. Топлопроводност на въздуха

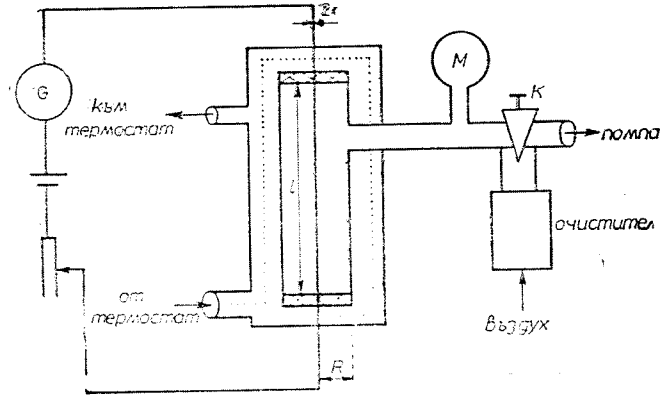
Пренасянето на топлина се извършва по три начина: чрез топлопроводност, конвекция и топлоизлъчване. Топлопроводността е явление, при което се пренася количество топлина от части на тялото с по-висока температура към части с по-ниска температура. При топлопроводността пренасянето на енергия в тялото става чрез непосредствено предаване на енергия от частици с по-високо енергетично състояние (молекули, атоми, електрони) на частици с по-ниско енергетично състояние. Най-прост е механизмът на пренасяне на топлината при газовете,

при които количеството топлина dQ, което се пренася от слой с по-висока температура T_1 към слой с по-ниска температура T_2, се изразява чрез закона на Фурие

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \frac{dT}{dx} dS, \tag{4.17}$$

където $\frac{dQ}{dt}$ е количеството топлина, преминаваща за единица време през площта dS, разположена перпендикулярно на оста x, $\frac{dT}{dx}$ — градиентът на температурата, λ — коефициент на пропорционалност, зависещ от свойствата на средата, който се нарича коефициент на топлопроводност. В Международната измерителна система (СИ) се измерва в единици W/(m. K). Знакът «—» показва, че топлината се разпространява в посоката на намаляване на температурата.

Ако пренасянето на топлина в процеса на топлопроводност се осъществява между топлопроводящ цилиндър с радиус R и височина l и съосен с него цилиндричен проводник с радиус r, намиращи се при температури T_1 и T_2, то при всяка коаксиална с вътрешния цилиндър повърхност с промеждутъчен радиус x за единица време ще преминава количество топлина (фиг. 4.12)



Фиг. 4.12

$$Q = -\lambda 2\pi l x \frac{dT}{dx},$$

откъдето след заместване в (4.17) и съответни преобразования получаваме

$$\lambda = \frac{Q}{T_r - T_R} \frac{1}{2\pi l} \ln \frac{R}{r}. \tag{4.18}$$

Уравнението може да се използва за определяне на коефициента на топлопроводност. За целта е необходимо да се знаят радиусът r на проводника, радиусът R и дължината l на цилиндъра, количеството топлина, преминала за единица време (потокът топлина Φ_Q), и температурната разлика на повърхността на нишката и цилиндъра.

По оста на вертикално поставена медна тръба с дължина около 400 mm и диаметър 10—30 mm е опъната никелова жичка с диаметър 0,10 mm (фиг. 4.12). С помощта на двупътен кран K тръбата е свързана с вакуумна инсталация или атмосферен въздух. Същата е поместена в кожух, свързан с термостат.

Ред на работа:

1. По проводника се пропуска електричен ток. Температурата на жичката T_r се измерва по изменение на електричното съпротивление, а температурата на тръбата T_R е равна на температурата на водата и се измерва с термометър, поместен в термостата.

2. Количеството топлина, преминаващо за единица през въздуха, е равно на количеството топлина, отделяно време от проводника, и се намира по закона на Джаул — Ленц

$$Q = I^2 R, \tag{4.19}$$

като силата на тока се отчита по галванометър, свързан във веригата.

3. Измерените величини се заместват във формула (4.18) и се изчислява коефициентът на топлопроводност.

4. Чрез вакуумната помпа (обикновено се използват помпи за преден вакуум) се изпомпва въздухът от тръбата, след което чрез крана K се пуска въздух, преминал през очистител и изсушител. С помощта на съпротивителен термометър се снема зависимостта $R = f(T)$ за никеловия проводник.

5. Топлопроводността на въздуха се измерва при две стойности на температурата на стените на тръбата t_R — 25 °C и 75 °C, като за всяка една от тях силата на тока през проводника се мени, например през 50 mA. За всяка стойност на тока се изчислява разликата $\Delta T = T_r - T_R$, количеството топлина Q и топлопроводността λ.

Съпротивлението се измерва с уитстънов мост, едно от рамената на който е никеловият проводник. За стойност на R се взема средноаритметичната от 3—4 измервания при една и съща стойност на тока.

6. Резултатите от опитите се нанасят в таблица и се построява графика, като по абсцисата се нанасят стойностите на температурната разлика ΔT, а по ординатата — λ.

Таблица 4.4

N	$t_{R_1}=25$ °C					$t_{R_2}=75$° C				
	I, A	R, Ω	T_r, K	Q, W	λ, W/(m.K)	I, A	R, Ω	T_r, K	Q, W	λ, W/(m.K)
1.										
2.										
3.										

7. Получените опитни данни могат да се използват за изследване на зависимостта на коефициента на топлопроводност от температурата, като измерените стойности на λ се отнасят до средната температура

$$\bar{T}=\frac{T_R+T_{r_i}}{2}.$$

Описаната постановка и методика може да се използват и за определяне топлопроводността на различни газове.

При малки температурни разлики графичната зависимост $\lambda=f(\Delta T)$ се апроксимира с права линия, чийто наклон спрямо абсцисната ос е сравнително малък, т. е. топлопроводността на въздуха представлява линейна функция на абсолютната температура. При по-големи температурни разлики се получават изменения в линейния характер на графичната зависимост, тъй като към процеса топлопроводност се прибавя и пренасяне на топлина чрез конвекция.

Между теоретично изчислените и експериментално получените данни се получава известна разлика поради пренебрегване топлоотдаването през краищата на тръбата.

4.1.7. Определяне на абсолютната влажност на въздуха по тегловен метод

За създаване на оптимални условия на работа в производствени среди, както и за нормално протичане на редица технологични процеси е необходимо в атмосферата да се съдържат определено количество водни пари, които определят онова нейно качество, наречено влажност на въздуха.

Влажността се дефинира със следните величини:

1. Абсолютна влажност (f) — това е количеството водни пари, изразено в килограми, които се съдържат в $1\,m^3$ въздух (kg/m^3).

2. Максимална абсолютна влажност (f_0) — количеството наситени водни пари, които се съдържат в $1\,m^3$ въздух при дадена температура. Същата може да се изрази и чрез налягането на наситените пари (kg/m^3).

3. Относителна влажност (r) — отношението на абсолютната влажност към максималната абсолютна влажност на въздуха. Относителната влажност определя степента на насищане на въздуха с водни пари. Може да се дефинира още и като отношение на парциалното налягане (e) на наличните водни пари на въздуха към парциалното налягане на наситените водни пари (e_0) при съответната температура на въздуха, т. е.

$$r=\frac{f}{f_0}=\frac{e}{e_0}. \tag{4.20}$$

Обикновено относителната влажност се изразява в проценти

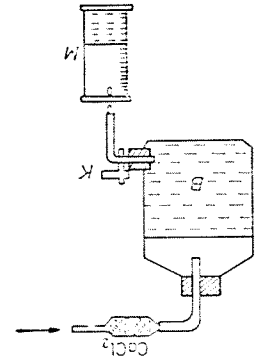
$$r\%=\frac{f}{f_0}\,100\%.$$

Съществуват различни начини за определяне влажността на въздуха: тегловен, психрометричен, чрез точка на оросяване и други.

Резултатите от тегловния метод са с достатъчно голяма точност. Въздухът, чиято абсолютна влажност ще измерваме, преминава през съд, съдържащ хигроскопично вещество (P_2O_5, силикагел, $CaCl_2$) (фиг. 4.13). Измерва се изменението на теглото на съда след преминаването на определен обем въздух през него, след което абсолютната влажност се изчислява по формулата

$$f=\frac{\Delta m}{V}=\frac{m_2-m_1}{V}, \tag{4.21}$$

където m_1 е масата на съда с изсушител преди опита, m_2 — масата на съда след опита, V — обемът преминал въздух.



Фиг. 4.13

Ред на работа:

1. Тръбичката, съдържаща хигроскопично вещество, се претегля с точност до 0,1 mg (m_1). След поставянето ѝ от съда B чрез отваряне на крана K се пуска да тече съвсем бавно вода на капки. Поради разликата в наляганията вътре в съда и в атмосферата в съда навлиза въздух, чиято водна пара се задържа в тръбичката от хигроскопичното вещество. След напълването на мензурата M (2—3 минути) кранът се затваря. Обемът на въздуха, отдал количеството водни пари, е равен на изтеклата от съда B вода.

2. Претегля се отново тръбичката и се определя масата на водните пари m_2. Заместваме данните във формула (4.21) и определяме абсолютната влажност на въздуха.

3. Данните от експеримента се нанасят в табл. 4.5

Таблица 4.5

N	m_1, kg	m_2, kg	Δm, kg	V, m^3	f	Δf	$(\Delta f)^2$
1.							
2.							
.							
.							
.							

4. Относителната влажност се пресмята по формула (4.20), като максималната абсолютна влажност за съответната температура се взема от таблица.

4.1.8. Определяне на абсолютната и на относителната влажност на въздуха по психрометричен метод

Същността на метода се състои в следното: Ако два еднакви термометъра се намират в един и същ въздушен поток, показанията им ще бъдат еднакви. Ако обаче резервоарът на единия от тях непрекъснато се мокри, отчетените показания ще бъдат различни. Температурната разлика ще бъде толкова по-голяма, колкото влажността на околния въздух е по-малка. Мокрият термометър ще показва по-ниска температура поради изпаряването на водата от неговата повърхност. След известен интервал от време температурната разлика остава постоянна, тъй като количеството топлина Q_1, което е необходимо за изпаряването на единица маса от водата, е равно на количеството топлина Q_2, отдадено от живачния резервоар на термометъра, т. е.

$$Q_1 = Q_2. \tag{4.22}$$

Количеството топлина Q_2 може да се намери по закона на Нютон

$$Q_2 = k\,(t - t_1).S, \tag{4.23}$$

където k е коефициент на пропорционалност, наречен още коефициент на външно топлоотдаване, S — повърхността на резервоара на мокрия термометър, t — температурата на сухия, t_1 — температурата на мокрия термометър.

Отдаденото от резервоара количество топлина Q_1 е

$$Q_1 = \lambda m, \tag{4.24}$$

където λ е специфичната топлина на изпарение на водата.

Масата на изпарената вода по закона на Далтон е

$$m = \frac{c\,S_1\,(e_0 - e)}{p}, \tag{4.25}$$

където c е коефициент на пропорционалност, зависещ от скоростта на въздушния поток, който обтича резервоара, S_1 — площта на изпаряващата се течност, e_0 — налягането на наситените пари при температурата на мокрия термометър, e — парциалното налягане на водните пари при температурата на изпарение, p — нормалното атмосферно налягане.

От уравнения (4.25), (4.24) и (4.20) и като имаме предвид, че $S = S_1$, получаваме

$$e = e_0 - Kp\,(t - t_1), \tag{4.26}$$

където K е константа на уреда, която се определя опитно и зависи от скоростта на въздуха. За средно подвижен въздух $K = 8.10^{-4}\,K^{-1}$. С увеличаване скоростта на въздуха стойността на константата значително намалява.

За определяне влажността на въздуха по психрометричния метод се използва психрометърът на Август, при който единият термометър показва температурата на околния въздух, а другият, чийто резервоар е обвит с тънко влажно платно, показва по-ниска температура поради изпарението на водата. Налягането на наситените пари при температурата на влажния термометър се взема от таблица.

На практика количеството водна пара, която се съдържа в 1 m^3, може да се определи и посредством аспирационния психрометър на Асман. Отличава се от психрометъра на Август по това, че при него има вентилатор, който се привежда в действие от часовникова пружина, навивана посредством ключ. Вентилаторът създава постоянен въздушен поток около резервоара на двата термометъра и по този начин изпаряването се извършва винаги при едни и същи условия. Отчитането се извършва при установен режим на изпарение, т. е. когато температурната разлика остава постоянна. Измерванията се извършват неколкократно и се записват в таблица.

Таблица 4.6

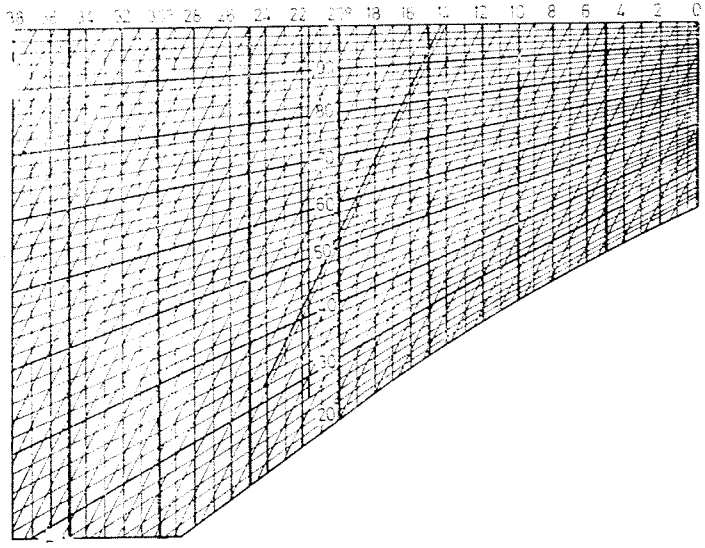
N	t, °C	t_1, °C	e	Δe	$(\Delta e)^2$
1.					
2.					
3.					
.					
.					
.					

От средните стойности по формула (4.26) се изчислява парциалното налягане на наличните водни пари във въздуха, а по формула (4.20) — относителната влажност.

4.1.9. Определяне на относителната влажност на въздуха по хигрометричен метод и посредством психрометрична таблица

Независимо от голямата грешка, която се допуска (~5%), хигрометричният метод е един от най-разпространените. Експериментално е установено, че обезмасленият човешки косъм при изменение на влажността на околния въздух изменя дължината си. На този принцип действува хигрометърът с косъм (на Сосюр — Копе). Единият край на косъма е закрепен неподвижно на рамка, а другият му край, прехвърлен през макаричка, е опънат с пружина. При изменение на дължината на косъма от влагата макаричката се завърта и стрелката, свързана с нея, се отмества по скалата. Същата отчита влажността направо в проценти.

Хигрометърът с косъм трябва да се проверява често, като се сравняват показанията му с тези на Август (или Асман) или като се провери само 100%-то деление. Рамката с платно се намокря и се поставя на мястото ѝ, след което капакът на хигрометъра се затваря добре. След известно време затвореното пространство се насища с водни пари и хигрометърът трябва



Фиг. 4.14

да показва 100%. Ако има разлика, се извършва корекция чрез съответния винт. След това хигрометърът се открива и след малко стрелката му отчита по скалата влажността на околния въздух.

За непрекъснатото измерване и регистриране на влажността на околния въздух се използват самопишещи хигрометри. Принципът на действие е същият като описания по-горе, като относителната влажност на въздуха се записва върху лента, задвижвана от часовников механизъм.

Определянето на относителната влажност посредством психрометрична таблица се извършва по следния начин. По вертикалната линия (фиг. 4.14) се отбелязват показанията на сухия термометър, а по наклонената — показанията на мокрия (работи се по метода, описан в предната задача). Пресечната точка на тези две линии показва относителната влажност, изразена в проценти. Линиите, съответствуващи на десети от процента, са означени с цифрите 20, 30, . . . , 90.

Например температурата на сухия термометър е 21,7° С, температурата на мокрия — 14,3 °С. Пресечната точка на прекараните две линии (вертикалната и наклонената) съответствува на относителна влажност, приблизително 43%.

При работа с термометри, чиито скали са разграфени в десети от градуса, е необходимо да се ползва психрометрична таблица (графика), на която са нанесени десети от градуса. Ако няма такава на разположение, е необходимо да се извършат изчисления по метода на интерполацията.

4.2. ТЕЧНО СЪСТОЯНИЕ НА ВЕЩЕСТВОТО

4.2.1. Коефициент на обемно разширение при течности

При изменение на температурата на телата се изменят техните размери. Относителното изменение на обема $\frac{\Delta V}{V}$ на едно тяло, отнесено към един градус, дефинира т. нар. коефициент на обемно разширение β на тялото. За различните агрегатни състояния той има различни стойности.

Ако V_0 е обемът на дадена течност при температура t_0, а V — при температура t,

$$V = V_0(1+\beta\Delta t). \tag{4.27}$$

За температура $t_0 = 0\,^{\circ}\mathrm{C}$

$$V = V_0(1+\beta t). \tag{4.28}$$

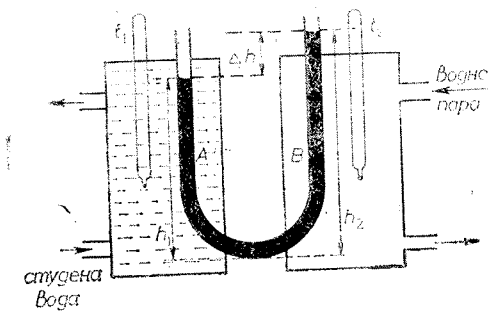
Изменението на обема на дадена маса течност m изменя и нейната плътност

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{4.29}$$

Като имаме предвид, че $m = m_0 = \text{const}$, от (4.28) и (4.29) получаваме

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta t}. \tag{4.30}$$

В U-видна тръба се налива изследваната течност (спирт, живак). Тръбата е поставена в два съда A и B, като през A се пропуска студена, а през B — гореща вода (фиг. 4.15). Поради различното топлинно въздействие плътността на течността в двете колена се изменя. В тръбата B течността се загрява и плътността ѝ намалява, а в A поради охлаждането — се увеличава. В резултат на това изменение се получава разлика във височините Δh на стълбовете течност в двете колена. При скачените съдове височините на уравновесяващите се течности са обратнопропорционални на плътностите им, т. е.



Фиг. 4.15

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2. \tag{4.31}$$

Освен това съгласно формула (4.30)

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1+\beta t_1}, \tag{4.32}$$

а

$$\rho_2 = \frac{\rho_0}{1+\beta t_2}. \tag{4.33}$$

От съвместното решаване на последните три уравнения получаваме

$$\beta = \frac{\Delta h}{h_1 t_2 - h_2 t_1}. \tag{4.34}$$

По такъв начин по отчетените разлики в температурите и височините можем по формула (4.34) да изчислим коефициента на обемно разширение на изследваната течност.

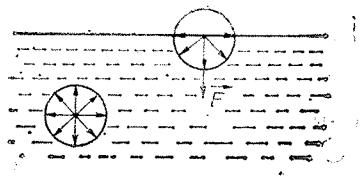
Поради малките разлики във височини и температури, необходимо е Δh да бъде измерено с точност най-малко до 0,1 mm, а температурите — до 0,1 K.

4.2.2. Определяне на σ по метода на откъсване на капки

Всяка молекула вътре в течността изпитва сили на привличане от страна на всички нейни съседни молекули. Във вътрешността на течността тези сили взаимно се уравновесяват и разултантната им е равна на нула (фиг. 4.16). За молекули, намиращи се близо до повърхността, симетрията се нарушава и

възниква сила, която е некомпенсирана и е насочена навътре към течността. Затова за преместването на молекула от повърхностния слой навън е необходимо да се извърши работа.

При отсъствие на външни сили молекулите на течността се стремят да заемат положение, отговарящо на минимална енергия, поради което течността в свободно състояние заема формата на сфера. Повърхностният слой се уплътнява и силите, чието направление е по допирателната към повърхността на течността, се наричат сили на повърхностно напрежение. Следователно повърхността на течността с площ dS притежава допълнителна енергия dW, наречена повърхностна. Отношението



Фиг. 4.16

$$\sigma = \frac{dW}{dS}, \tag{4.35}$$

се нарича коефициент на повърхностно напрежение на течности.

Коефициентът на повърхностно напрежение може да се дефинира още и чрез работата, която е необходима да се извърши, за да се увеличи свободната повърхност на течността с единица

$$\sigma = \frac{dA}{dS}, \tag{4.36}$$

или още чрез силите на повърхностно напрежение F, действуващи върху единица дължина от граничната линия, т. е.

$$\sigma = \frac{F}{l}. \tag{4.37}$$

От формулата се вижда, че в системата СИ коефициентът на повърхностно напрежение се измерва в N/m.

Повърхностното напрежение зависи от температурата. С нейното увеличаване силите на междумолекулното взаимодействие намаляват и при критичната температура коефициентът на повърхностно напрежение става равен на нула. (Критична е онази температура, при която границата между течната и газообразната фаза на веществото изчезва.) Коефициентът на повърхностно напрежение на водата при $T = 291$ K е равен на $72{,}75.10^{-3}$ N/m.

Коефициентът на повърхностно напрежение зависи от химичния състав на течността и от чистотата ѝ. Веществата, които намаляват повърхностното напрежение, се наричат повърхностно активни, а тези, които го повишават — повърхностно пасивни. Например разтворен във рода сапун намалява коефициента на повърхностно напрежение до 45.10^{-3} N/m, обратното — сол (NaCl), довежда до увеличаване на повърхностното напрежение.

Методът на откъсване на капките е един от най-често сре-

щащите се в практиката. При бавно изтичане на течност от капилярен канал се образува капка. В момента, когато теглото на капката се уравновеси със силите на повърхностното напрежение на течността, капката се откъсва, т. е.

ако $$F = G.$$

(4.38) $$2\pi R\sigma = \rho g V,$$

откъдето

(4.39) $$\sigma = \frac{\rho g V}{2\pi R},$$

като R е радиусът на капката, ρ — плътността на течността, V — обемът на капката.

Тъй като практическото определяне на радиуса на капката е трудно, вместо коефициента на повърхностно напрежение по формула (4.39) се определя т. нар. относителен коефициент на повърхностно напрежение, като в този случай радиусът на капката не влиза в съответната формула.

Относителният коефициент на повърхностно напрежение на дадена течност се намира, като през една и съща капилярна тръбичка се пускат две течности с еднакъв обем, повърхностното напрежение σ_0 на едната от които, наречена еталонна, е известно — например дестилирана рода. Съгласно (4.39)

(4.40) $$\sigma_0 = \frac{\rho_0 g V_0}{2\pi R}.$$

При равни обеми $V_1 = V_2$ на еталонната и на изследваната течност обемът на една капка се намира от $V_0 = V_1/n_0$ — за еталонната течност, и $V = V_2/n$ — за изследваната течност, където n_0 е броят на капките в обем V_1, n — в обем V_2.

Като заместим тези изрази в (4.39) и (4.40), получаваме

(4.41) $$\sigma = \sigma_0 \frac{n_0 \rho}{n \rho_0}.$$

Определянето на коефициента на повърхностно напрежение се извършва с прибор, наречен сталагмометър, представляващ стъклена капилярна тръба със сферично уширение по средата. Под и над него са нанесени белези, с които се ограничава определен обем от течността. Преди всеки експеримент е необходимо уредът да се почиства много добре с дестилирана вода и спирт и да се подсушава с топъл въздух. Течностите се засмукват с гумена круша малко над горния белег. Броенето на капките се извършва от долния до горния белег. Опитът се провежда многократно, тъй като невинаги е възможно да се побират точен брой капки между двата белега. При провеждането на опитите е необходимо сталагмометърът да бъде закрепен добре, за да не оказват влияние външни механични сили.

Подходящи течности за работа са спирт и бензол. Данните за плътностите се вземат от таблица.

Таблица 4.8

N	вода			изсл. течност			$\Delta\sigma$	$(\Delta\sigma)^2$
	n_0	ρ_0, kg/m³	σ_0, J/m²	n	ρ, kg/m³	σ, J/m²		
1.								
2.								
3.								
.								
.								
.								

Получените от проведените експерименти данни се нанасят в таблица и осреднените стойности се заместват във формула (4.41).

4.2.3. Определяне на σ по тензометричен метод

Използва се везна, на едното рамо на която е окачен пръстен или пластинка. С помощта на винта за повдигане и сваляне на везните пръстенът се докосва до повърхността на изследваната течност, налята в съд. Везната е в равновесие, когато пръстенът е допрян до самата повърхност. Когато се натовари другото блюдо на везната, издигането на пръстена нагоре се възпрепятствува от силите на повърхностното напрежение. Ако натоварването продължава, равновесието на везните се нарушава, пръстенът започва да се издига, но заедно с него поради силите на сцепление в допирната линия на пръстена течността също се издига, образувайки цилиндричен слой. При определена стойност на теглилките пръстенът се откъсва от течността. Това се извършва в момента, когато резултантната сила на повърхностното напрежение и силата на опъване се уравновесяват, т. е.

$$F = G.$$

Поради мокренето на пръстена от външната и вътрешната страна дължината на окръжността се взема удвоена, т. е.

$$\sigma_p 2l = mg.$$

Оттук

(4.42) $$\sigma = \frac{mg}{2\pi d},$$

където d е диаметърът на пръстена, m — масата на теглилките, $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

Ред на работа:

1. Измерва се с шублер неколкократно диаметърът на пръстена, като се внимава същият да не се пипа с пръсти (мокренето е необходимо да се извършва равномерно навсякъде).

2. Правят се няколко опита за определяне на максималното тегло, при което пръстенът все още не се е откъснал. Течният цилиндър под пръстена трябва да се издигне до такава височина, че следващото поставяне на най-малката теглилка да откъсне течността от тялото.

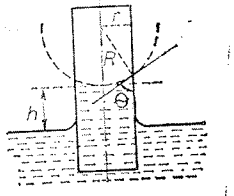
3. Данните се записват в таблица и средните стойности се заместват в (4.42).

Таблица 4.9

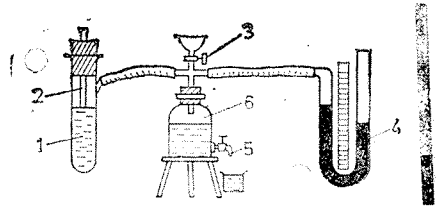
N	d, m	m, kg	σ, J/m^2	$\Delta\sigma$	$(\Delta\sigma)^2$
1.					
2.					
3.					
.					
.					
.					

4.2.4. Определяне на σ по метода на откъсване на мехури

Силите на повърхностно напрежение предизвикват допълнително налягане над изкривената повърхност на течността. Ако r е радиусът на капилярката, θ — граничният ъгъл между нивото на течността и стените на капилярката, σ — повърхностното напрежение, налягането е (фиг. 4.17)



Фиг. 4.17



Фиг. 4.18

$$p_{д.}=\frac{2\sigma}{r}\cos\theta.$$

Под негово влияние течността се придвижва в посока на центъра на кривината на повърхностния слой. В зависимост от големината на граничния ъгъл θ менискът може да заема различни положения.

Ако в капилярката се продуха въздух, налягането, необходимо за отделянето на въздушно мехурче в течността, зависи от коефициента на повърхностното напрежение σ и големината на кривината на мехурчето. Общото налягане върху мехура е сума от хидростатичното налягане ρgh и допълнителното налягане $p_д$. Когато общото налягане върху мехура е максимално, $\cos\theta=1$. В този случай получаваме

$$p=p_0+p_g=p_0+\frac{2\sigma}{r}, \tag{4.43}$$

откъдето

$$\sigma=\frac{1}{2}r\,(p-p_0)=\frac{r\,\Delta p}{2}. \tag{4.44}$$

Предимството на този метод е, че във формула (4.44) не участвува граничният ъгъл θ, чието измерване на практика представлява значителна трудност.

Ред на работа:

1. Изследваната течност се налива в епруветка *1* (фиг. 4.18), през запушалката на която е прокарана капилярната тръбичка *2*. Тя се нагласява по такъв начин, че леко да се допира до повърхността на течността. Епруветката е съединена с аспиратора *6* и манометъра *4*.

2. Ако кранът *5* е затворен, а *3* — отворен, налягането на въздуха в епруветката над свободната повърхност на течността ще бъде равно на атмосферното и нивата на течността в манометъра *4* ще бъдат изравнени.

3. Ако кранът *3* се затвори, а *5* се отвори, водата, която изтича от аспиратора, създава разреждане в епруветката, чиято стойност може да се определи по разликата в нивата на течността в манометъра.

4. При някаква разлика между атмосферното налягане и налягането вътре в системата през капилярката в епруветката ще премине въздушно мехурче. В този момент ще се изпълни условието (4.43).

5. Налягането Δp се измерва с манометъра и от формула (4.44) се изчислява коефициентът на повърхностното напрежение. Параметърът $k=\frac{r}{2}$ се нарича константа на уреда.

6. Отначало се извършва измерването на Δp_0 за еталонната течност (дестилирана вода), повърхностното напрежение на която е известно. За константата на уреда получаваме

$$k=\frac{\sigma_0}{\Delta p_0},$$

където $\Delta p_0=h_0$ е разликата във височините на течността (водата) в двете колена на манометъра. Повърхностното напрежение на изследваната течност се определя по формулата

$$\sigma=kh=\sigma_0\frac{h}{h_0}. \tag{4.45}$$

7. Опитите се повтарят няколко пъти, като за изследвана течност можем да използваме спирт или бензол, взети в раз-

лични процентни отношения. Данните се нанасят в таблица и стойността на σ се получава по формула (4.45).

8. При различни концентрации на изследваната течност може да се построи зависимостта

$$\sigma = f(c),$$

където c е съответната концентрация.

Таблица 4.10

N	h_0, m	Δh_0	$(\Delta h_0)^2$	h, m	Δh	$(\Delta h)^2$	σ, J/m²	$\Delta\sigma$	$(\Delta\sigma)^2$
1.									
2.									
3.									
.									
.									
.									

4.2.5. Определяне на σ по капилярен метод

Ако в течност се потопят тесни стъклени тръбички (капилярки), в тях се наблюдава издигане или слизане на течността. Под действие на силите на взаимодействие между молекулите на течността и стъклото повърхността на течността се изкривява. Тази изкривена повърхност се нарича мениск. В зависимост от вида на течността — мокреща или немокреща, менискът е изпъкнал или вдлъбнат. Силите на повърхностното напрежение причиняват допълнително налягане, което предизвиква покачване или понижаване нивото на течността в капилярката, насочено към центъра на кривината на повърхностния слой. Това налягане се дава с формулата на Лаплас

$$p_{д.} = \frac{2\sigma}{R}, \tag{4.46}$$

където R е радиусът на кривината на сферичната повърхност.

Ако потопим капилярката в съд с мокреща течност, тя ще се изкачва в капилярката дотогава, докато допълнителното налягане и хидростатичното налягане на стълба течност в тръбичката се изравнят, т. е.

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{R},$$

или

$$\sigma = \frac{\rho gh R}{2}, \tag{4.47}$$

където ρ е плътността на изследваната течност, g — земното ускорение. От

$$r = R\cos\theta$$

при $\theta = 0$, т. е. идеално мокреща течност (фиг. 4.17), получаваме

$$\sigma = \frac{\rho grh}{2}, \tag{4.48}$$

като височината h се отчита по милиметровата скала, прикрепена към капилярната тръбичка.

Резултатите от проведените опити се записват в табл. 4.11.

Таблица 4.11

№	h, m	σ, J/m²	$\Delta\sigma$	$(\Delta\sigma)^2$
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				

Капилярните тръбички и ваната преди всеки опит е необходимо да се почистват много добре с бихромова смес и дестилирана вода, за да не се внасят допълнителни грешки в измерването на височината.

4.2.6. Изследване зависимостта на σ от температурата

С повишаване на температурата на дадена течност нейната плътност намалява, разстоянието между молекулите и силите на взаимодействие между тях също се изменят. В резултат на това повърхностното напрежение намалява и при критичната температура (когато границата между течната и газообразната фаза на веществото изчезва) коефициентът на повърхностно напрежение става равен на нула.

Функционалната зависимост $\sigma = f(T)$ може да се изследва с помощта на описаните в предните експерименти методи.

Ред на работа:

1. Взема се течност и се загрява до 350—360 К. (Работи се с такава течност, която не се възпламенява при тази температура.) Съдът с изследваната течност се поставя в друг съд, свързан с термостат.

2. Течността се охлажда и през всеки 10 К се измерват величините, необходими за изчисляването на коефициента на повърхностното напрежение по капилярния метод.

3. Резултатите се нанасят в табл. 4.12.

Таблица 4.12

№	T, K	σ, J/m²	$\Delta\sigma$	$(\Delta\sigma)^2$
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				

4. С помощта на получените експериментални резултати се чертае графичната зависимост.

По отклонението на точките от експерименталната крива може да се прецени при кои измервания е допусната грешка и колко е големината ѝ.

4.3. ТВЪРДО СЪСТОЯНИЕ НА ВЕЩЕСТВОТО

4.3.1. Коефициент на линейно разширение при твърди тела

Повишаването на температурата на телата води до изменение на обема им. Когато дължината на тялото е много по-голяма в сравнение с напречното му сечение, разширението в посока на неговата дължина е забележимо и в случая се наблюдава линейно удължение.

Нека пръчка изменя началната си дължина l_0 с Δl при изменение на температурата с Δt. Полученото удължение зависи от началната дължина и от материала, от който е направена:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t.$$

Коефициентът на пропорционалност

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} \tag{4.49}$$

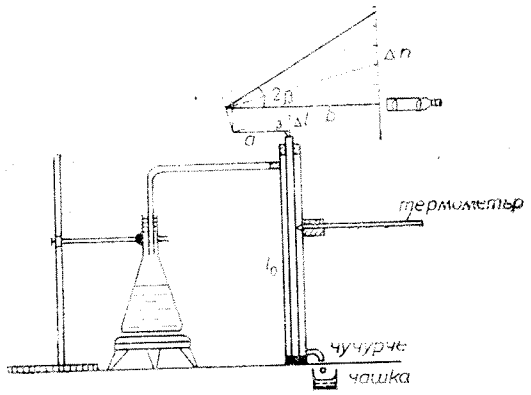
се нарича температурен коефициент на линейно удължение на тялото и числено е равен на относителното изменение на дължината на тялото при промяна на температурата с един градус. Тук α се явява средна стойност за температурния интервал, тъй като температурният коефициент по принцип нараства с повишаване на температурата.

Коефициентът α за дадено вещество се определя по метода на Лаплас — Лавоазие (фиг. 4.19).

Тяло под формата на пръчка се поставя в подходящо дълга тръба. Единият край на пръчката е закрепен неподвижно, а другият е свободен, но се догира до лостче с огледало. Чрез подходяща далекогледна тръба в огледалото се наблюдава образът на вертикална скала.

Пръчката от изследвания материал се загрява от парите на

кипяща вода. При разширението си свободният край на пръчката повдига лостчето, огледалото се завърта и образът се измества.



Фиг. 4.19

Нека Δl е удължението на пръчката, a — дължината на лостчето, b — разстоянието от огледалото до скалата, $\Delta n = n - n_0$ — ъгълът, на който се е завъртяло огледалото. От фиг. 4.19 получаваме следните съотношения:

$$\Delta l = a \operatorname{tg}\beta, \tag{4.50}$$

$$\operatorname{tg} 2\beta = \Delta n / b. \tag{4.51}$$

Тъй като ъгълът 2β на практика е много малък, $\operatorname{tg} 2\beta = 2 \operatorname{tg}\beta$ и (4.51) може да се напише във вида

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\Delta n}{2b}. \tag{4.52}$$

От (4.49), (4.50) и (4.52) получаваме, че

$$\alpha = \frac{a\,\Delta n}{2b\,l_0\,(t^0 - t_0^0)}. \tag{4.53}$$

Ред на работа:

1. Преди започване на опита се измерва дължината на пръчката l_0, дължината на лостчето a, разстоянието от огледалото до скалата b, температурата t_0^0.

2. Поставя се лостчето върху свободния край на пръчката и чрез далекогледната тръба се отчита n_0 върху скалата.

3. Пръчката се загрява във водна пара дотогава, докато проектираният белег престане да се движи. Отчитат се скалното деление n и температурата t. Заместваме отчетените величини в (4.53) и изчисляваме температурния коефициент на линейно удължение на изследваното вещество.

Относителната грешка $\Delta\alpha/\alpha$ на измерваната величина се изчислява по формулата

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha}=\frac{\Delta a}{a}+\frac{\Delta l_0}{l_0}+\frac{\Delta b}{b}+\frac{\Delta(\Delta n)}{\Delta n}+\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}. \tag{4.54}$$

Крайният резултат се записва във вида

$$\alpha=\alpha_{\text{екс.}}\pm\Delta\alpha.$$

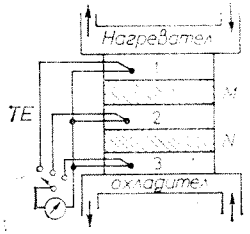
4.3.2. Коефициент на топлопроводност при твърди тела

Количеството топлина, което преминава през дадена повърхност за единица време, се нарича топлинен поток

$$\Phi_Q=\frac{dQ}{dt}. \tag{4.55}$$

За определяне коефициента на топлопроводност (вж. 4.1.6) се използва метод, който се състои в сравняване на топлопроводността на две вещества, топлопроводността на едното от които е известна. При това се разглежда преминаването на топлината през няколко слоя от различен материал, единият от които е изследваният.

Приборът се състои от три правоъгълни или кръгли медни пластинки (*1*, *2*, *3*) (фиг. 4.20) с дебелина около 1 cm, между които се поставят изследваните вещества M и N. Топлопроводността на веществото M е известна.



Фиг. 4.20

При установяване на топлинен режим се приема, че топлинният поток от нагревателя преминава през всички слоеве и излиза от повърхността на последната медна плочка, допряна до охладителя. Възникналият топлинен поток е

$$\Phi_Q=-\lambda\left(\frac{\Delta T}{x}\right)S, \tag{4.56}$$

като x е дебелината на слоя, S — площта му.

През междината между медните плочи *1* и *2*, в която се намира веществото M, ще премине топлинен поток

$$\Phi_{Q_1}=-\lambda_0\frac{T_2-T_1}{x_1}\cdot S, \tag{4.57}$$

където T_1 и T_2 са температурите на пластинките *1* и *2*, а x_1 е дебелината на слоя M.

През междината между пластинките *2* и *3*, където се намира изследваното вещество, ще преминава топлинен поток

$$\Phi_{Q_2}=-\lambda\frac{T_3-T_2}{x_2}\cdot S, \tag{4.58}$$

където T_3 е температурата на пластинката *3*, x_2 — дебелината на веществото N.

При допускането, че топлинният поток, преминал през първата пластинка, излиза от нея непроменен, можем да напишем, че

$$\Phi_{Q_1}=\Phi_{Q_2},\quad\text{или}$$

$$\lambda_0\frac{T_2-T_1}{x_1}=\lambda\frac{T_3-T_2}{x_2}, \tag{4.59}$$

откъдето

$$\lambda=\lambda_0\frac{x_2}{x_1}\cdot\frac{T_2-T_1}{T_3-T_2}. \tag{4.60}$$

Изразът (4.60) позволява, ако знаем коефициента на топлопроводност на веществото M, дебелината и температурните разлики между повърхностите на всеки от слоевете, да определим топлопроводността на изследвания материал.

Ред на работа:

1. Поставяме между медните пластинки *1* и *2* тяло, чийто коефициент на топлопроводност е известен, например ебонит ($\lambda=19{,}7.10^{-3}$ W/(m. K)/, а между пластинките *2* и *3* изследваното вещество с неизвестна топлопроводност. За да не се допуска пренасянето на топлина чрез конвекция, през долния резервоар се пропуска студена вода, а през горния — гореща вода или пара. Температурата на всеки слой се измерва с термоелемент. Измерваната температурна разлика от всеки термоелемент е пропорционална на силата на тока, измерена с предварително градуиран галванометър.

2. Измерванията се извършват след установяването на стационарен режим, за който е необходимо време около 10 минути. Величините се отчитат неколкократно и данните се нанасят в табл. 4.15.

Таблица 4.15

№	x_1, m	x_2, m	T_1, K	T_2, K	T_3, K	λ, W/(m. K)	Δλ	$(\Delta\lambda)^2$
1.								
2.								
3.								
.								
.								

3. Средните стойности на измерените величини заместваме във формула (4.60) и определяме коефициента на топлопроводност на изследваното вещество.

Най-голям принос в неточността на коефициента на топлопроводност имат неточностите в определяне на температурните режими.

4.4. ФАЗОВИ ПРЕХОДИ НА ВЕЩЕСТВОТО

4.4.1. Специфична топлина на топене на метали

Преминаването на веществото от една фаза в друга се нарича фазов преход (фазово превръщане). Фазовите преходи се делят на два вида: от първи и от втори род.

При фазовите преходи от първи род се променят скокообразно обемът и ентропията на системата

$$\Delta V = V_2 - V_1 \neq 0; \quad \Delta S = S_2 - S_1 \neq 0,$$

където V_1, S_1 и V_2, S_2 са съответно обемът и ентропията на първата и втората фаза. От

$$dS = dQ/T, \tag{4.61}$$

като предположим, че процесът е обратим, получаваме $dQ = TdS$ — при прехода се поглъща или отделя топлина, наречена топлина на прехода. Фазови преходи от първи род са изпарението, топенето, сублимацията, преминаването от една кристална форма в друга (полиморфните превръщания) и др.

При фазовите преходи от втори род обемът и ентропията не претърпяват скок, а се изменят непрекъснато при промяна на температурата. Поради това при тях липсва топлина на прехода. Скок търпят други величини, например специфичният топлинен капацитет и коефициентът на топлинно разширение. Примери за фазови преходи от втори род са преминаването от феро- в парамагнитно състояние и, обратно, превръщането на хелий-I в хелий-II, преминаването на някои течности от обикновено в течнокристално състояние и др.

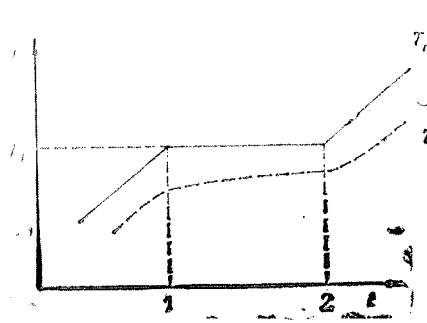
При фазовите преходи от първи род претърпяват прекъсване първите производни на термодинамичния потенциал спрямо температурата, а при фазовите преходи от втори род — вторите производни. Тези следствия са дали наименование на преходите.

При нагряване до 770 °C желязото има обемноцентрирана кубична решетка (α—Fe) и е феромагнетик. При 770 °C то се превръща в парамагнетик (β—Fe), като видът на решетката се запазва, извършва се фазов преход от II род. Този преход се състои в разрушаване на магнитната доменна структура. При температура 906 °C кристалната решетка от обемноцентрирана се превръща в стенноцентрирана (γ—Fe). Извършва се фазов преход от I род. При температура 1401° C отново се образува обемноцентрирана кубична решетка (δ—Fe), като се извършва фазов преход от първи род. При β—γ-превръщане става намаляване на обема със скок. Наистина ръбът на елементарния куб на обемноцентрираната решетка преди прехода е $2{,}90.10^{-4}$ μm, а обемът на клетката е $2{,}4.10^{-11}$ μm³. Ръбът на елементарния куб на стенноцентрираната решетка след прехода е $3{,}63.10^{-4}$ μm, а обемът — $4{,}783.10^{-11}$ μm³. На една обемноцентрирана елементарна клетка принадлежат 2 йона желязо, а на една стенноцентрирана — 4 йона. Обемът, отнесен за един йон при обемноцентрираната кубична решетка, е $1{,}219.10^{-11}$ μm³, а при стенноцентрираната — $1{,}195.10^{-11}$ μm³. Относителното изменение на обема е $\approx 0{,}02$, т. е. $\approx 2\%$.

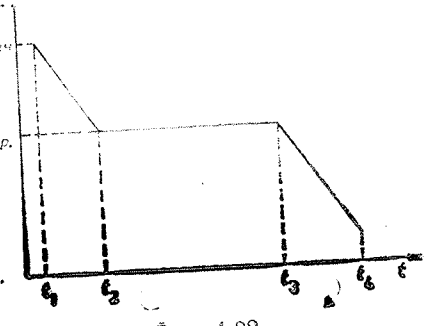
Преходът на едно кристално тяло в течно състояние се извършва при точно определена за всяко вещество температура. Количеството топлина, необходимо за извършването на фазов преход на един килограм от тялото, се нарича специфична топлина на топене q_m и се измерва в J/kg.

Изменението на температурата на едно тяло при осъществяване на фазов преход е показано на фиг. 4.21. Отначало температурата расте и при достигане на температурата на топене независимо от непрекъснатото подаване на топлина температурата остава постоянна. От този момент кристалната решетка на тялото започва да се разрушава и в края на фазовия преход се получава течност. От точка *2* започва нагряването на течността.

Кривата на нагряване на аморфните тела се различава от тази на кристалните. За тях няма точно определена температура на фазов преход. Той протича непрекъснато, а не със скок (фиг. 4.21 — прекъснатата линия).



Фиг. 4.21



Фиг. 4.22

На практика специфичната топлина на топене е по-удобно да се определи чрез кривата на охлаждане, която изразява зависимостта на температурата на тялото с времето (фиг. 4.22). При охлаждане на течността до температура, при която твърдата и течната фаза се намират в равновесие при дадено налягане, започва едновременно израстване на кристални групировки около центровете на кристализация. Този процес се съпровожда с отделянето на същото количество топлина, което е погълнато при топене.

Частта от графиката, заключена между t_1 и t_2, съответствува на изстиване на стопения метал, между t_2 и t_3 — на процеса кристализация, между t_3 и t_4 — охлаждане на втвърдения метал.

Количеството топлина, което се отделя от разтопения метал и съда (тигел), в участъка $t_1 \div t_2$ е

(4.62) $$Q_1=(c_1m_1+c_2m_2)\,(T_{\text{теч.}}-T_{\text{кр.}}),$$

където c_1 е специфичният топлинен капацитет на разтопения метал, c_2 — специфичният топлинен капацитет на тигела, m_1 и m_2 — масите на разтопения метал и на тигела.

Количеството топлина, отделено при кристализация на метала (участък $t_2 \div t_3$), е

(4.63) $$Q_2=q_m m_1,$$

където q_m е специфичната топлина на топене на метала.

Количеството топлина, отделено при изстиване на втвърдения метал, е

(4.64) $$Q_3=(c_1' m_1+c_2 m_2)\,(T_{\text{кр.}}-T_{\text{тв.т.}}),$$

където c_1' е специфичният топлинен капацитет на втвърдения метал.

Тъй като отделянето на топлина в процеса на кристализация зависи от температурната разлика между нагрятото тяло и околната среда, можем да приемем, че в участъка $t_2 \div t_3$ количеството топлина ще бъде средноаритметично на топлините, отделяни до и след фазовия преход, т. е.

(4.65) $$Q_2=\frac{Q_1+Q_3}{2}.$$

След заместване на съответните стойности от (4.62), (4.63) и (4.64) получаваме

(4.66) $$q_m=\frac{(c_1m_1+c_2m_2)\;T_{\text{теч.}}+(c_1' m_1-c_1m_1)\;T_{\text{кр.}}-(c_1' m_1+c_2m_2)\;T_{\text{тв.т.}}}{2\,m_1}.$$

Ред на работа:

В малка тигелна пещ се поставя металът, на който ще се определя специфичната топлина на топене. Може да се използва калай, олово и др.

1. Претеглят се масите на метала m_1 и тигела m_2 на аналитична везна.

2. След стопяването поставяме кварцов термометър или термоелемент и през 10 секунди отчитаме температурата на охлаждане на втвърдения метал.

3. За сигурност в отчитанията можем да повторим опита чрез загряване до пълно разтопяване на метала.

4. Построяваме зависимостта $T=f(t)$, като двете графики (при кристализация и при втвърдяване) трябва да съвпадат.

5. От графиката избираме три равни участъка по такъв начин, че $t_2-t_1=t_3-t_2=t_4-t_3$, и отчитаме съответните температури $T_{\text{течн.}}$, $T_{\text{кр.}}$ и $T_{\text{тв.т.}}$ по ординатната ос. След заместване в (4.66) определяме специфичната топлина на топене на съответния метал. Стойностите на c_1, c_2 и c_1' се вземат от съответните таблици.

Допусканите грешки се дължат на неточно измерване на масите на метала и тигела и на грешки при отчитане на температурата.

4.4.2. Изучаване на процеса $\gamma \rightleftarrows \beta$ превръщане при желязото

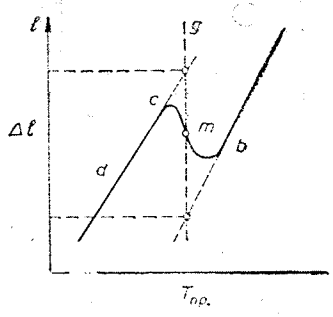
Нека изследваният образец е във вид на тънка жица, която може да се нагрява. При температурата на фазовия преход обемът ѝ се изменя с $\Delta V=V_2-V_1$, където V_1 и V_2 са обемите преди и след прехода. Относителното изменение $\Delta V/V$ може да се получи от относителната промяна на дължината $\Delta l/l$ (l — дължината на жицата, Δl — удължението ѝ). От израза за обема на жицата $V=\pi r^2 l$, където r е радиусът ѝ, получаваме

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta l}{l}+\frac{2\Delta r}{r}.$$

За хомогенна изотропна жица $\Delta l/l=\Delta r/r$, така че

(4.67) $$\frac{\Delta V}{V}=3\,\frac{\Delta l}{l}.$$

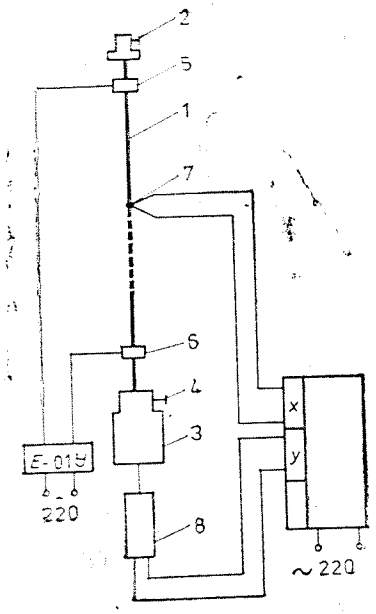
Δl се определя по кривата $l=f(T)$, изразяваща зависимостта на дължината от температурата. На фиг. 4.23 е показана типична крива, изразяваща дължината във функция от температурата при охлаждане на жицата, след като е била нагрята над температурата на фазовия преход $T_{\text{пр.}}$. Частта от кривата ab съответствува на охлаждането преди фазовия преход, частта bc — на фазовия преход и частта cd — на охлаждането след фазовия преход. Видът на bc се определя от два ефекта: изменението на дължината поради преминаването от γ- в β-фаза и от линейното термично разширение. Може да се докаже, че чистият ефект от фазовия преход се получава от кривата $abcd$. За целта продължаваме ab и dc (прекъснатите линии на фиг. 4.23). Определяме точката m в средата на частта bc и прекарваме правата g, успоредна на ординатната ос. Удължението Δl, дължащо се само на преструктурирането на кристалната решетка (прехода $\gamma \longrightarrow \beta$), е разстоянието между пресечните точки на правата g и продълженията на ab и dc.



Фиг. 4.23

При провеждането на експеримента се определя относителното изменение $\Delta V/V$ на образеца при прехода и температурата на прехода $T_{\text{пр.}}$. Изследваният образец *1* (жица от армко-желязо с дължина около 1 метър) се окачва, като се затяга с винта *2*

. 4.24). На долния край на жицата е окачена тежестта *3* средством винта *4*, която виси свободно и я опъва. Загряването става посредством електричен ток, който се взема от електроженов трансформатор Е—01У, включен между точките *5* и *6* на жицата. Температурата се измерва с термоелемент *7*, свързан към буксите *x* на записващ уред. Линейното удължение на жицата се измерва с индуктивния измерител на удължение *8*, свързан към тежестта *3*, сигналът от който се подава на буксите *y* на записващия уред.



Фиг. 4.24

След като постановката се приведе в работно положение съгласно инструкцията, се записва $l=l(T)$. За целта през жицата се пуска ток, тя се загрява над температурата на фазовия преход като започва да свети, след което токът се прекъсва и се записва $l(T)$ при охлаждане. От нея се отчита $T_{пр}$. Обработва се кривата $l=l(T)$ и се намира Δl. Измерва се l между точките *5* и *6* и по формула (4.67) се пресмята $\Delta V/V$.

Описаният експеримент позволява лесно и бързо да се определи температурата на прехода и относителното изменение на обема в условията на учебната лаборатория. Той обаче не претендира за голяма точност, като някои от източниците на грешки са: поради топлопроводност жицата се загрява и извън контактите *5* и *6*, което внася грешки при определянето на Δl. Ако проводниците на термоелемента са много дебели, поради топлопроводност на това място жицата се охлажда по-бързо от останалите места, а същевременно нейните изменения са все още малки, за да се регистрират от измерителя на линейни премествания.

4.4.3. Изучаване на прехода феромагнитно — парамагнитно състояние

За характеризиране намагнитването на телата се въвежда величината намагнитеност M, която е векторна сума от магнитните моменти на атомите (молекулите) в единица обем. За магнити в немного силни полета $M=\varkappa H$, където H е интензитетът на полето, а $\varkappa$ — магнитната възприемчивост на веществото. В зависимост от знака и големината на $\varkappa$ магнитите се разделят на: диамагнити ($\varkappa<0, |\varkappa|<<1$); парамагнити ($\varkappa>0, |\varkappa|<<1$); феромагнити ($\varkappa>0, |\varkappa|>>1$). Изключително високите стойности на $\varkappa$, съответно на M, за феромагнитите се обясняват със съществуването в тях на малки области, намагнитени до насищане — домени, чийто магнитен момент, отнесен към единица обем, се нарича самопроизволна или спонтанна намагнитеност M_s. Последната зависи от температурата T, но не зависи или слабо зависи от наличието или отсъствието на външно магнитно поле. При някаква стойност H_s на интензитета на външното поле настъпва насищане в намагнитването на феромагнита, т. е. магнитните моменти на домените са се преориентирали по посока на интензитета на магнитното поле. Намагнитеността на насищане се определя от стойността на спонтанната намагнитеност M_s. При повишаване на температурата спонтанната намагнитеност намалява постепенно и при дадена температура T_C, наречена температура на Кюри, изчезва. При тази температура се извършва фазов преход от втори род. При температури, по-ниски от температурата на Кюри ($T<T_C$), веществото е във феромагнитно състояние (подредена фаза), а при температури, по-високи от температурата на Кюри ($T>T_C$), веществото е в парамагнитно състояние (неподредена фаза).

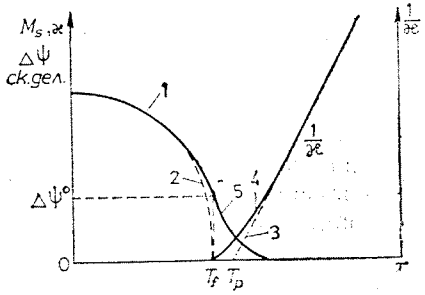
Зависимостта на магнитната възприемчивост $\varkappa$ за парамагнитната фаза от температурата T при $T>T_C$, но близко до температурата на Кюри, се дава с израза

$$\frac{1}{\varkappa}-\frac{1}{\varkappa_0}=C(T-T_C)^{\gamma}, \tag{4.68}$$

където $\varkappa_0$ е магнитната възприемчивост при $T=T_C$, показателят $\gamma>1$, а C е определена константа. При по-високи температури зависимостта (4.68) преминава в закона на Кюри—Вайс

$$\varkappa=\frac{C}{T-T_C}. \tag{4.69}$$

Графичният вид на зависимостите (4.68) и (4.69) е показан на фиг. 4.25, съответно криви *4* и *3*. Температурата T_p, определена от пресичането на праволинейната част на $1/\varkappa=f(T)$ с температурната ос (фиг. 4.25), се нарича парамагнитна температура на Кюри.



Фиг. 4.25

В температурния интервал $0<T<T_C$ температурната зави-

симост на магнитната възприемчивост на феромагнитната фаза има сложен характер. В този интервал може да се изследва температурната зависимост на намагнитеността на насищане

$$M_s = f(T).$$

За температури, близки до температурата на Кюри, тя се представя с израза

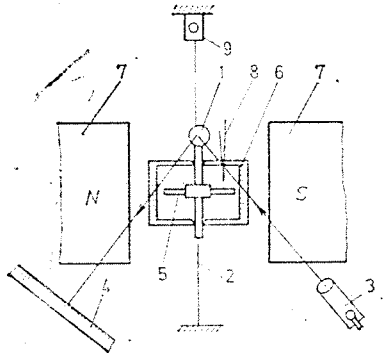
(4.70) $$M_s - M_s^0 = C\,(T_C - T)^{\beta},$$

където M_s^0 е някаква остатъчна намагнитеност при $T = T_C$, показателят $\beta = {}^1/_2$, а C е определена константа. При значително по-ниски температури от температурата на Кюри (4.70) преминава в

(4.71) $$M_s = C\sqrt{T_C - T}.$$

Изразите (4.71) и (4.70) са показани графично на фиг. 4.25 с кривите *2* и *5* съответно. Температурата T_f, определена от закона (4.71), при която изчезва спонтанната намагнитеност на феромагнетика ($M_s = 0$), се нарича феромагнитна температура на Кюри. Тя се определя от екстраполацията на експерименталната зависимост $M_s = f(T)$ (крива *1* на фиг. 4.25) по закона (4.71) (крива *2*), докато се получи пресичане с температурната ос.

Зависимостта на намагнитеността на насищане M_s и на магнитната възприемчивост $\varkappa$ от температурата T се изследва с магнитометъра, показан схематично на фиг. 4.26. Намагнитеността M_s се определя чрез измерване на механичния момент, който действува на цилиндричен образец от изследваното вещество, поместен в хомогенно поле под ъгъл ψ спрямо направлението на интензитета H на полето. Механичният момент, действуващ на образеца, е



Фиг. 4.26

$$M_1 = VM_sH_s\sin(\psi - \varphi),$$

където V е обемът на образеца, φ — ъгълът между намагнитеността на насищане M_s и оста на образеца, H_s — интензитетът на полето, при който се получава насищане. Със завъртането на образеца нишката, на която е окачен, се усуква и в резултат на деформацията възниква възвръщащият момент M_2 на еластичните сили, пропорционален на ъгъла на усукване $\Delta\psi$:

$$M_2 = D\Delta\psi,$$

където D е дирекционният момент на нишката. В състояние на равновесие $M_1 = M_2$, откъдето

$$M_s = \frac{D}{VH_s\sin(\psi - \varphi)}\,\Delta\psi.$$

При $\psi < 20^0$ и $\Delta\psi \leqq 2^0 \div 3^0$, $(\psi - \varphi)$ почти не се изменя, т. е. величината $D/V, H_s\sin(\psi - \varphi) = k$ остава практически постоянна. Тогава

(4.72) $$M_s = k\,\Delta\psi.$$

Величината $\Delta\psi$ може да се измери с помощта на огледалцето *1*, прикрепено към оста, носеща образеца, която е окачена на нишката *2*, осветителят *3* и скалата *4*. Образецът *5* се поставя в пещта *6*, която се намира между полюсите на електромагнита 7, като за температурата се следи чрез термоелемента *8*, поставен в близост до образеца. Чрез винта *9* се регулира началното положение на нишката с огледалцето.

Ред на работа:

1. Включват се автотрансформаторът и осветителят. Скалата се нагласява така, че да се получи ясен образ на светлинния белег.

2. През намотките на електромагнита се пропуска постоянен ток, който постепенно се увеличава, докато светлинният белег престане да се движи по скалата. Отчита се тази стойност на тока и от таблицата към експерименталната постановка се определя H_s — интензитетът на полето, при който настъпва насищане.

3. Чрез винта *9* се регулира нишката с огледалцето до попадане на светлинния белег върху нулата на скалата.

4. Прочита се инструкцията за работа с пещта. С ръкохватката на автотрансформатора се регулира подаваното променливо напрежение към пещта до указаната максимална стойност на уредбата. Температурата на пещта се следи с термоелемент, свързан с миливолтметър. От приложената таблица показанията на последния се превръщат в градуси по Целзий или Келвин.

На основата на материала в 4.4.3 могат да се изпълнят и следните задачи:

Задача 1. *Определяне спонтанната намагнитеност M_s^0 и магнитната възприемчивост $\varkappa_0$ при феромагнитната температура на Кюри T_f*

Ред на работа:

1. Включва се пещта. Бавно се повишава температурата на образеца и се отчитат положението на светлинния белег в скални деления и температурата, като се спазва указанието за регулиране температурата на пещта по време на изследването.

2. Построява се графично зависимостта $\Delta\psi = f(T)$ и от нея се определя отклонението $\Delta\psi_{ст.}$ при стайна температура. Взема се табличната стойност на намагнитеността на насищане при стайна

температура $M_s^{ст.}$ за никел и се определят константите $k_1 = M_s^{ст.}/\Delta\psi_{ст.}$ за намагнитеност и $k_\varkappa = k_1/H_s$ за възприемчивост.

3. От графиката $\Delta\psi = f(T)$ се определя отклонението $\Delta\psi^0$ при феромагнитната точка на Кюри $T_f = 627{,}2$ K за никел и се пресмятат $M_s^0 = k_1 \Delta\psi^0$ и $\varkappa = k_1 \Delta\psi$.

Задача 2. *Изследване на зависимостта* $\varkappa = f(T)$ *при* $T > T_f$. *Определяне парамагнитната точка на Кюри* T_p *за никел и критичната стойност на степенния показател* γ

Ред на работа:

1. Построява се графиката $\varkappa = f(T)$ при $T > T_f$ и съответно графиката $\frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\varkappa_0} = f\,(T - T_f)$, като от последната чрез линейна екстраполация от областта на високите температури се определя T_p за никел.

2. Построява се графично зависимостта $\lg\left(\frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\varkappa_0}\right) = f[\lg(T - T_f)]$. От получената права се определя стойността на показателя $\gamma = \operatorname{tg}\delta$, където δ е наклонът на правата.

Задача 3. *Изследване на зависимостта* $M_s = f(T)$ *при* $T < T_{cf}$. *Определяне критичната стойност на степенния показател* β

Ред на работа

1. Построява се зависимостта $M_s = f(T)$ в температурната област, близка до точката на Кюри при $T < T_f$.

2. Като се използват данни от горната графика, се построява графично зависимостта $\lg(M_s - M_s^0) = f[\lg(T_f - T)]$ и от получената права линия се определя стойността на показателя $\beta = \operatorname{tg}\delta$, където δ е наклонът на правата.

4.5. СТАТИСТИЧНИ СИСТЕМИ

Статистична е материалната система, която достатъчно добре се описва като цяло с осреднените характеристики на съставящите я микрообекти. Например при m килограма идеален газ, съставен от n еднакви частици, масата на отделната частица $m_c = \frac{m}{n}$ килограма. Нейната средна кинетична енергия $\bar{\varepsilon}_c$ се определя по формулата

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{\varepsilon_{c_1} + \varepsilon_{c_2} + \cdots + \varepsilon_{c_n}}{n} = \frac{m_c \hat{v}^2}{2}, \tag{4.73}$$

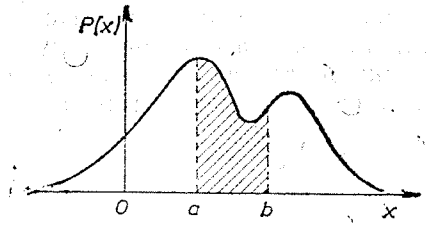
където средноквадратичната ѝ скорост $\hat{v} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2}{n}}$.

Ако частиците на газа са едноатомни,

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{2}{3} kT, \tag{4.74}$$

където k е константата на Болцман, а T — термодинамичната температура на газа.

Осреднените характеристики на микрообектите, наречени параметри на съставяната от тях система, зависят от разпределението на броя на микрообектите по съответната описваща ги величина. Температурата T на газа например се определя от разпределението на броя n на хаотично движещите се частици по тяхната скорост v. Разпределенията изобщо се разделят на прекъснати и на непрекъснати според прекъснатостта или непрекъснатостта на описващия ги закон за разпределението $q(y)$, записван обикновено като $p(x)$. За осъществяване на отделна стойност x_k на прекъсната величина y_k в интересуващите ни случаи съществува различна от нула вероятност p_k, при което законът за разпределението се изразява с прекъснатата функция $p_k(x_k)$. Но когато законът за разпределението е непрекъснат, стойността p на вероятността q да се получи дадена стойност x на разсеяната величина y винаги е равна на нула, поради което в този случай няма смисъл да се говори за такава стойност на вероятността. Почти винаги обаче е възможно да се въведе такава непрекъсната неотрицателна функция $p(x)$, наречена плътност на вероятността, за която $\int_a^b p(x)dx$ дава за интересуващия ни интервал (a, b) различна от нула стойност p_{ab} на вероятността q стойностите x на величината y да лежат в интервала (a, b) (фиг. 4.27). Според условието за нормиране на вероятността цялата площ между представящата разпределението крива линия и абсцисната ос се приема да бъде равна на единица.



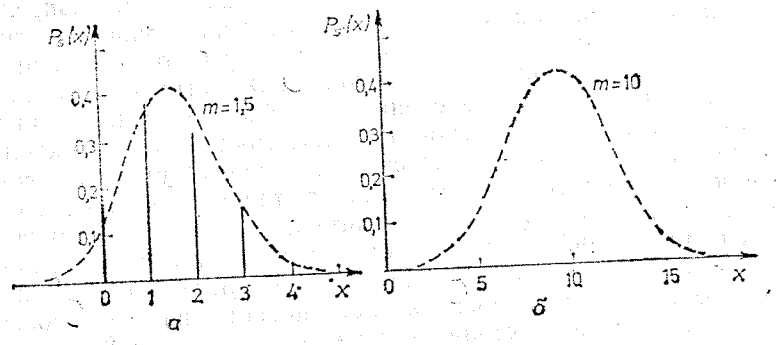
Фиг. 4.27

Често срещащите се разпределения са взаимно свързани посредством т. нар. биномно разпределение. Нека при s независими опитвания (например да спечелим с билети от лотарията) стойността p на вероятността за осъществяване на дадено събитие е една и съща, при което стойността на вероятността за неговото неосъществяване ще бъде $1 - p$. Тогава стойността $p_s(x)$ на вероятността при s опитвания събитието да се осъществи точно $x = 0, 1, 2, \ldots, s$ пъти се дава с формулата

$$p_s(x) = \frac{s!}{x!\,(s-x)!}\, p^x\,(1-p)^{s-x}, \tag{4.75}$$

изразяваща закона за биномното разпределение. За това прекъснато разпределение стойността на математичното очакване $m = sp$, а стойността на дисперсията $D = sp\,(1-p)$. На фиг. 4.28 е пока-

зана зависимостта на $p_s(x)$ от x при $s=5$ и при $s=30$ опитвания, при всяко от които стойността на вероятността за осъществяване на събитието е $p=0{,}3$.

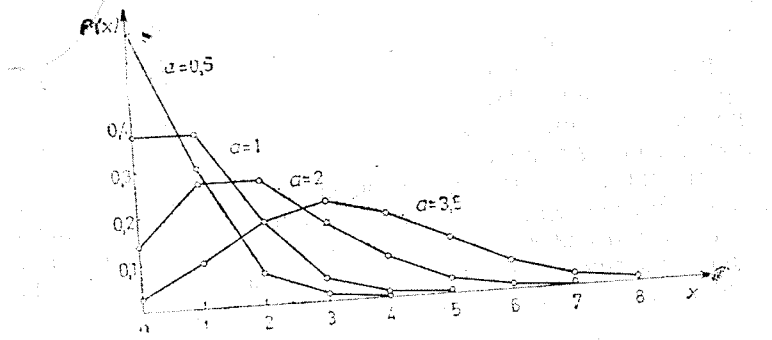


Фиг. 4.28

Ако във формула (4.75) се приеме, че $p\longrightarrow 0$, а броят s на опитванията се увеличава по такъв начин, че $sp=a=\text{const}$, за стойността $p(x)$ на вероятността събитието да се осъществи x пъти се получава изразът

$$p(x)=\frac{a^x}{x!}\cdot e^{-a}, \tag{4.76}$$

наречен поасоново разпределение. При него $m=D=a>0$. Поасоновото разпределение дава вероятността за осъществяване на независими едно от друго събития, които са малко вероятни и статистически равномерно разпределени със средна плътност a в съвкупността на възможните си стойности. Такива събития са например самопроизволните превръщания на атомите, повикванията в автоматична централа и др. На фиг. 4.29 е показан общият вид на това разпределение при няколко различни стойности на параметъра a.

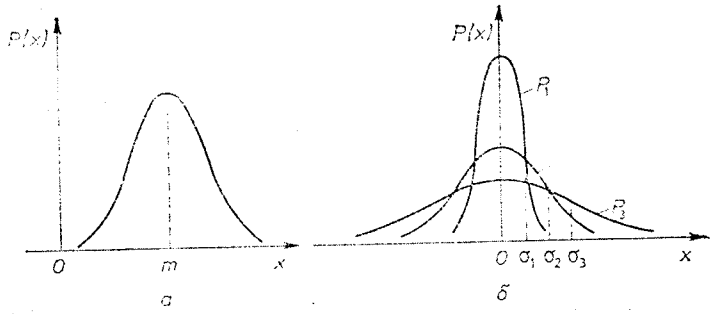


Фиг. 4.29

При $s\longrightarrow\infty$ от прекъснатото биномно разпределение (4.75) се получава непрекъснато нормално разпределение на плътността на вероятността

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \tag{4.77}$$

наричано още разпределение на Гаус. На фиг. 4.30, a е показан симетричният камбанообразен вид на нормалното разпределение,



Фиг. 4.30

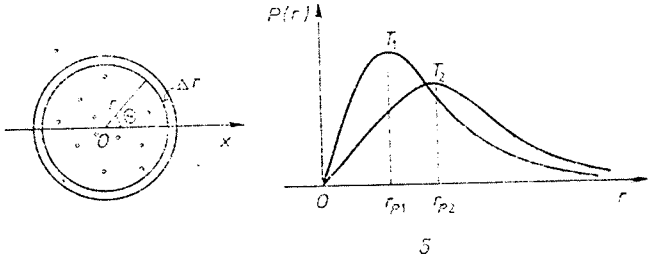
чиято плътност на вероятността има максимум $p(m)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ точно при стойността на математичното очакване $m=\int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx$.

На фиг. 4.30, $б$ са дадени три криви p_1, p_2 и p_3 с една и съща стойност на математичното очакване $m=0$, но с три различни стойности $\sigma_1=\frac{\sigma_2}{2}=\frac{\sigma_3}{3}$ на стандартното отклонение. Тъй като площта под всяка от тези криви е равна на единица, с намаляването на σ и плътността на вероятността се съсредоточава около m. А с променянето на m се изменя само началото на координатната система, без да се мени формата на кривата. Както се вижда от фигурата, стандартното отклонение е равно на разстоянието от абсцисата на инфлексната точка на съответната крива до математичното очакване m.

На фиг. 4.31, a са показани n_0 на брой попадения около центъра O на мишена при стрелба по нея. Разпределението на броя n на тези попадения по направлението на произволна ос x през центъра O е нормално разпределение с математично очакване в точката $x=0$. Обаче плътността на вероятността $p(r)=\frac{dn}{n_0\,dr}$ някакво попадение да има отклонение r по оста, прекарана от центъра на мишената към попадението, независимо от ъгъла θ между тази ос и предварително избраната ос x се дава с израза

(4.78) $$p(r)=\varkappa \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \cdot r,$$

където $\varkappa$ представлява константа, определена от условието за нормиране на вероятността. Зависимостта на $p(r)$ от r за двама



5

Фиг. 4.31

различно точно улучващи целта стрелци е представена графично на фиг. 4.31, *б*. От формула (4.78) и от фигурата се вижда, че при $r<\sigma\sqrt{2}$ зависимостта на $p(r)$ от r е почти линейна, докато при $r\geqq\sigma\sqrt{2}$ определяща става ролята на експоненциалния множител.

За газ с n_0 на брой молекули, който е в състояние на термодинамично равновесие при определена температура T, разпределението на броя n на молекулите на газа с дадена съставяща v_x на вектора скорост $\vec{v}$ по направлението на произволна ос x през центъра на масата на газа аналогично е нормално разпределение с математично очакване при $v_x=0$. Обаче плътността на вероятността $p(v)=\frac{dn}{n_0\,dv}$ някаква молекула да има скорост v по оста, прекарана от центъра на масата на газа към молекулата, независимо от ъгъла θ между тази ос и предварително избраната ос x се дава с израза

(4.79) $$p(v)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_c}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m_c v^2}{2kT}} \cdot v^2,$$

където нормирането на вероятността е направено въз основа на модела на идеалния газ. Зависимостта на $p(v)$ от v при три различни температури $T_1<T_2<T_3$ е представена графично на фиг. 4.32. За кривата при температура T_1 са означени най-вероятната скорост v_p на молекулите

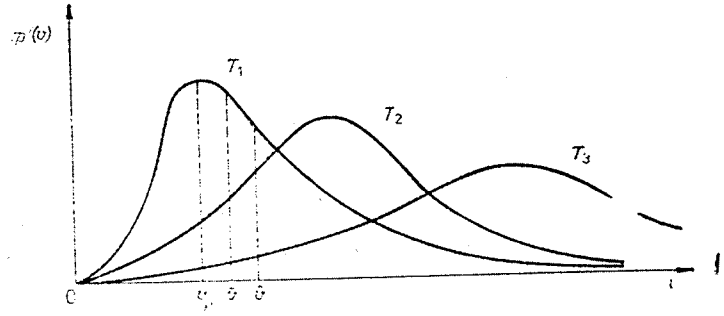
(4.80) $$v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m_c}},$$

средноаритметичната скорост $\bar{v}$ на молекулите

(4.81) $$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_c}}$$

и средноквадратичната скорост $\hat{v}$ на молекулите

(4.82) $$\hat{v}=\sqrt{\frac{3kT}{m_c}}.$$



Фиг. 4.32

От формула (4.80) и от фигурата се вижда, че при $v<v_p$ зависимостта на $p(v)$ от v се определя от множителя v^2, докато при $v\geqq v_p$ определяща става ролята на експоненциалния множител. Според условието за нормиране на вероятността площта под всяка от тези криви е равна на единица. Като се използва връзката (4.80), законът за разпределението (4.79) често се записва и във вида

(4.83) $$n(v)=\frac{4n_0}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{v^2}{v_p^2}} \cdot \frac{v^2}{v_p^3}.$$

Това е формула за плътността на вероятността $n(v)=n_0p(v)$ молекулите на газа да имат скорост v. Зависимостите $p(v)$ и $n(v)$ се наричат максуелово разпределение на молекулите на газа по тяхната скорост v.

4.5.1. Поасоново разпределение

Ако в началния момент $t_0=0$ броят на радиоактивните атоми е N_0, според закона за самопроизволното им превръщане в някакъв следващ момент t техният брой N ще е

(4.84) $$N=N_0e^{-\lambda t},$$

където λ е характерна за дадения вид атоми константа на самопроизволното превръщане, а знакът «—» показва, че в резултат на превръщането броят на първоначалния вид атоми намалява. Когато константата λ е толкова малка, че използваните от нас

интервали Δt са много по-малки от $\frac{1}{\lambda}$, тогава и броят k на превърналите се атоми за един такъв интервал е много по-малък от N. В този случай може да се приеме, че $N \approx \text{const}$, поради което може да се очаква и броят k да бъде почти непроменен с течение на времето t. Вследствие на самопроизволността на превръщанията обаче в еднакви последователни интервали Δt_i броят k_i на превърналите се атоми обикновено е различен. Разпределението на стойностите на вероятността $p(k)$ да се получи даден брой k превръщания е поасоново

$$p(k)=\frac{\bar{k}^k}{k!}\cdot e^{-\bar{k}}. \tag{4.85}$$

Несиметричността на това разпределение се проявява забележимо, когато характеризиращият го параметър $a=\bar{k}=\frac{k_1+k_2+\ldots+k_n}{n}$ не надминава 20. При $\bar{k}>20$ несиметричността му практически изчезва, а за достатъчно големи $\bar{k}$ прекъснатото поасоново разпределение преминава в непрекъснато нормално разпределение (вж. 4.5.2).

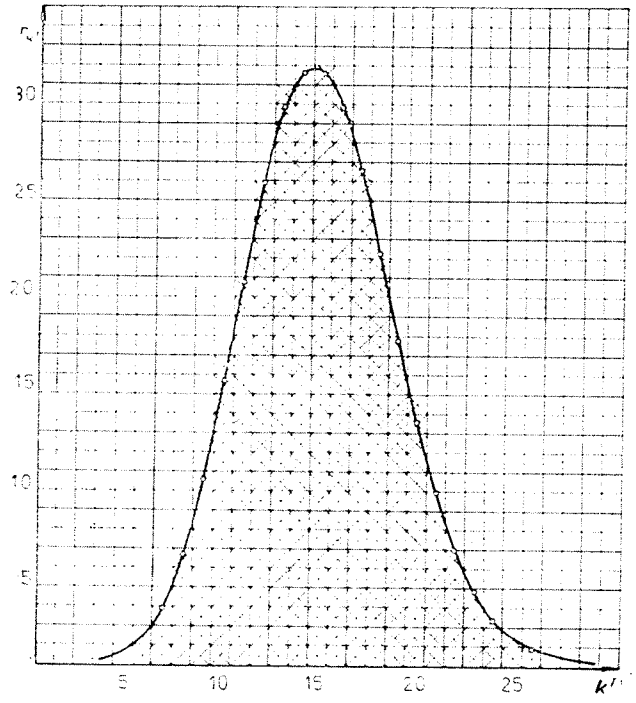
Добре изразено поасоново разпределение се получава при многократно ($n=200\div300$ пъти) измерване с радиометър на пропорционалния на k брой k' на регистрираните с радиометъра йонизиращи частици за интервали, да речем, от по 10 s, когато $\bar{k}'<20$. Начинът за работа с радиометъра е даден в упътването към него. Резултатите от измерванията k_i' се записват в табл. 4.16, след което се обработват в координатна мрежа, разчертана

Таблица 4.16

№	k_i'	№	k_i'	. . .	№	k_i'
1.		31.			271.	
2.		32.			272	
.		.			.	
.		.			.	
.		.			.	
30.		60.			300.	

върху милиметрова хартия със стъпка по 5 mm и за двете оси, както е показано на фиг. 4.33. По абсцисната ос на мрежата са означени възможните стойности на измервания брой k', а по ординатната ос са означени възможните стойности на броя $r_{k'}$ на регистрираните резултати k_i' с една и съща стойност на броя k'. Затова стълбовидната диаграма, наречена хистограма на разпределението $r_{k'}(k')$, се строи по следния начин: при първи резултат с дадена стойност k' се зачертава по диагоналите първото най-долно квадратче от колонката квадратчета над тази стойност, при втори резултат със същата стойност се зачертава по

диагоналите следващото квадратче от същата колонка и т. н. Като се завършат измерванията и се построи хистограмата, средноаритметичният брой k' лесно се намира по формулата



Фиг. 4.33

$$\bar{k}'=\sum_{k'_{\min}}^{k'_{\max}}\frac{k'\,r_{k'}}{n}, \tag{4.86}$$

където $r_{k'}$ е окончателният брой на резултатите k_i' с една и съща стойност на броя k', а $k'_{\min}$ и $k'_{\max}$ са съответно най-малката и най-голямата измежду всички получени стойности за измерваният брой k'.

Стойността $p(k')$ на вероятността за регистриране на k' частици се изразява с отношението $p(k')=\frac{r_{k'}}{n}$. Ако измерванията са $n=300$, нанесените по ординатната ос стойности $r_{k'}=np(k')=300\,p(k')=3\,p(k')\%$ представляват утроени проценти стойности на съответните вероятности. Това дава възможност лесно да се сравни експериментално полученото разпределение със съответното му теоретично определено поасоново разпределение. За тази

цел с намереното по формула (4.86) $\bar{k}'$ се пресмятат по формула (4.85) стойностите $p_т(k')$ за интересуващите ни стойности k'. Ако няма калкулатор за такова пресмятане, за теоретично определени стойности $p_т(k')$ на вероятността се вземат от табл. 4.17 процентните стойности $p(k)\%$ на вероятността от онази колонка, на която $\bar{k}$ е най-близо до k'. Сравняването се прави, като в координатната мрежа с хистограмата се построява и теоретичната крива за съответното поасоново разпределение по теоретично намерените точки с ординати $r_{k'т}=3\,p_т(k')\%$. Точките се нанасят по средното междулиние на съответното квадратче и графично се осредняват с непрекъсната плавна крива линия.

Проверете доколко сумата от отклоненията на експерименталните точки от едната страна на теоретичната крива е равна на сумата от отклоненията им от другата страна, като изразите евентуалната разлика между двете суми в брой милиметри. Може ли да се обясни тази разлика само с абсолютните грешки на графичното представяне и отчитане на данните, както е на фиг. 4.33?

Таблица 4.17

на стойността на вероятността $p(k)\%$

k \ $\bar{k}$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0,7	0,2									
1	3,4	1,5	0,6	0,3							
2	8,4	4,5	2,2	1,1	0,5						
3	14,0	8,9	5,2	2,9	1,5	0,8	0,4				
4	17,6	13,4	9,1	5,7	3,4	1,9	1,0	0,5	0,3		
5	17,6	16,1	12,8	9,2	6,1	3,8	2,2	1,3	0,7	0,4	
6	14,4	16,1	14,9	12,2	9,1	6,3	4,1	2,5	1,5	0,9	0,5
7	10,0	13,8	14,9	13,9	11,7	9,0	6,5	4,4	2,8	1,7	1,0
8	6,5	10,3	13,0	13,9	13,2	11,3	8,9	6,6	4,6	3,0	1,9
9	3,6	6,9	10,2	12,4	13,2	12,5	10,9	8,7	6,6	4,7	3,2
10	1,8	4,1	7,1	9,9	11,9	12,5	11,9	10,5	8,6	6,6	4,9
11	0,8	2,3	4,5	7,2	9,7	11,4	11,9	11,4	10,2	8,4	6,6
12	0,3	1,1	2,6	4,8	7,3	9,5	10,5	11,4	11,0	9,8	8,3
13		0,5	1,4	3,0	5,0	7,3	9,2	10,5	11,0	10,6	9,6
14			0,7	1,7	3,2	5,2	7,3	9,0	10,2	10,6	10,2
15			0,3	0,9	1,9	3,5	5,3	7,2	8,8	9,9	10,2
16				0,5	1,1	2,2	3,7	5,4	7,2	8,7	9,6
17					0,6	1,3	2,4	3,8	5,5	7,1	8,5
18					0,3	0,7	1,5	2,6	4,0	5,5	7,1
19						0,4	0,8	1,6	2,7	4,1	5,6
20							0,5	1,0	1,8	2,9	4,2
21								0,6	1,1	1,9	3,0
22								0,3	0,6	1,2	2,0
23									0,4	0,7	1,3
24										0,4	0,8
25											0,5
26											0,3

k \ $\bar{k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
7	0,6									
8	1,2	0,7	0,4							
9	2,1	1,4	0,8	0,5						
10	3,4	2,3	1,5	0,9	0,6	0,3				
11	5,0	3,6	2,5	1,6	1,1	0,7	0,4			
12	6,6	5,0	3,7	2,6	1,8	1,2	0,7	0,5	0,3	
13	8,1	6,6	5,1	3,9	2,7	2,0	1,3	0,8	0,5	0,3
14	9,3	8,0	6,5	5,1	3,9	2,8	2,0	1,4	0,9	0,5
15	9,9	9,1	7,9	6,5	5,2	3,9	2,9	2,0	1,5	1,0
16	9,9	9,6	8,8	7,7	6,5	5,2	4,0	3,0	2,2	1,5
17	9,3	9,6	9,4	8,6	7,6	6,4	5,2	4,1	3,6	2,3
18	8,3	9,1	9,4	9,1	8,4	7,5	6,4	5,2	4,1	3,2
19	7,0	8,1	8,9	9,1	8,9	8,3	7,4	6,3	5,2	4,2
20	5,6	6,9	8,0	8,7	8,9	8,7	8,1	7,2	6,2	5,2
21	4,3	5,6	6,8	7,8	8,5	8,7	8,5	7,9	7,1	6,2
22	3,1	4,3	5,6	6,8	7,7	8,3	8,5	8,3	7,8	7,0
23	2,2	3,2	4,4	5,6	6,7	7,6	8,1	8,3	8,1	7,6
24	1,4	2,3	3,3	4,4	5,6	6,6	7,4	7,9	8,1	8,0
25	0,9	1,5	2,4	3,4	4,5	5,6	6,5	7,3	7,8	8,0
26	0,6	1,0	1,6	2,5	3,4	4,5	5,5	6,5	7,2	7,7
27	0,3	0,6	1,1	1,7	2,5	3,5	4,5	5,5	6,4	7,1
28		0,4	0,7	1,2	1,8	2,6	3,5	4,5	5,5	6,3
29			0,4	0,8	1,3	1,9	2,7	3,6	4,5	5,5
30				0,5	0,8	1,3	2,0	2,8	3,6	4,5
31					0,5	0,9	1,4	2,0	2,8	3,7
32						0,5	1,0	1,5	2,1	2,9
33							0,6	1,0	1,5	2,2
34							0,4	0,7	1,1	1,6
35								0,5	0,7	1,1
36									0,5	0,8
37										0,5

4.5.2. Нормално разпределение

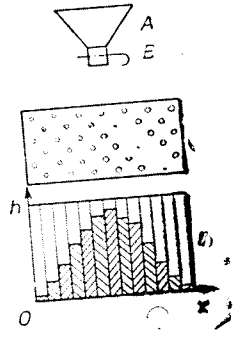
Законът за нормалното разпределение (4.77) заема централно място сред останалите закони за разпределение, защото към него клони разпределението на всяка сумарна разсеяна величина y, стига само най-голямата от съставящите я разсеяни величини z_j да е достатъчно малка в сравнение с y. Пример за стойности на такава сумарно разсеяна величина y представляват стойностите x_i на резултатите y_i при обикновено срещащите се многократни физични измервания. Ако броят n на измерванията е достатъчно голям (практически при $n>20$), от (4.77) следва, че стойностите x_i се получават в интервала $U_\sigma=\bar{x}\pm\sigma_{\bar{y}}$ с коефициент на доверие $p_\sigma=0{,}682\,69$, т. е. около 68% от тях попадат в този доверителен интервал. За доверителния интервал $U_{2\sigma}=\bar{x}\pm2\sigma_{\bar{y}}$ коефициентът на доверие е $p_{2\sigma}=0{,}954\,50$, а за доверителния интервал $U_{3\sigma}=\bar{x}\pm3\sigma_{\bar{y}}$ коефициентът на доверие е $p_{3\sigma}=0{,}997\,30$. И обратно, на всеки предварително избран коефициент на доверие p_α отговаря някаква пресметната по формула (4.77) стойност $\Delta_{\alpha\infty}$ на доверително отклонение на стойно-

Таблица 4.18

Стойности $\Delta_{\alpha n}$ на доверителното отклонение

n \ p_α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999	p_α / n
2	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,08	6,31	12,71	31,8	63,7	636,6	2
3	142	289	445	617	0,816	1,061	1,336	1,886	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6	3
4	137	277	424	584	765	0,978	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94	4
5	134	271	414	569	741	941	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60	8,61	5
6	132	267	408	559	727	920	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03	6,86	6
7	131	265	404	553	718	906	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	3,71	5,96	7
8	130	263	402	549	711	896	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40	8
9	130	262	399	546	706	889	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04	9
10	129	261	398	543	703	883	1,100	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78	10
11	129	260	397	542	700	879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17	4,59	11
12	129	260	396	540	697	876	1,088	1,363	1,796	2,20	2,72	3,11	4,49	12
13	128	259	395	539	695	873	1,083	1,356	1,782	2,18	2,68	3,06	4,32	13
14	128	259	394	538	694	870	1,079	1,350	1,771	2,16	2,65	3,01	4,22	14
15	128	258	393	537	692	868	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14	15
16	128	258	393	536	691	866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95	4,07	16
17	128	258	392	535	690	865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,58	2,92	4,02	17
18	128	257	392	534	689	863	1,069	1,333	1,740	2,11	2,57	2,90	3,96	18
19	127	257	392	534	688	862	1,067	1,330	1,734	2,10	2,55	2,88	3,92	19
20	127	257	391	533	688	861	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88	20
21	127	257	391	533	687	860	1,064	1,325	1,725	2,09	2,53	2,84	3,85	21
22	127	257	391	532	686	859	1,063	1,323	1,721	2,08	2,52	2,83	3,82	22
23	127	256	390	532	686	858	1,061	1,321	1,717	2,07	2,51	2,82	3,79	23
24	127	256	390	532	685	858	1,060	1,319	1,714	2,07	2,50	2,81	3,77	24
25	127	256	390	531	685	857	1,059	1,318	1,711	2,06	2,49	2,80	3,74	25
26	127	256	390	531	684	856	1,058	1,316	1,708	2,06	2,48	2,79	3,72	26
27	127	256	390	531	684	856	1,058	1,315	1,706	2,06	2,48	2,78	3,71	27
28	127	256	389	531	684	855	1,057	1,314	1,703	2,05	2,47	2,77	3,69	28
29	127	256	389	530	683	855	1,056	1,313	1,701	2,05	2,47	2,76	3,67	29
30	127	256	389	530	683	854	1,055	1,311	1,699	2,04	2,46	2,76	3,66	30
31	127	256	389	530	683	854	1,055	1,310	1,697	2,04	2,46	2,75	3,65	31
41	126	255	388	529	681	851	1,050	1,303	1,684	2,02	2,42	2,70	3,55	41
61	126	254	387	527	679	848	1,046	1,296	1,671	2,00	2,39	2,66	3,46	61
121	126	254	386	526	677	845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,36	2,62	3,37	121
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29	∞
n / p_α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999	n / p_α

стите x_i от стойността $\bar{x}$, в границите на което стойностите x_i се получават с избраната стойност на вероятността p_α. При немного голям брой n на измерванията обаче действителната стойност $\Delta_{\alpha n}$ на доверителното отклонение е съществено по-голяма от пресметнатата по формула (4.77) стойност $\Delta_{\alpha\infty}$, която е вярна за $n \longrightarrow \infty$. В табл. 4.18 са дадени стойностите $\Delta_{\alpha n}$ на доверителното отклонение, изразено в $\sigma_{\bar{x}}$ за различни коефициенти на доверие p_α при различен брой n на измерванията. От таблицата се вижда, че при $n=20$ различието на стойностите $\Delta_{\alpha 20}$ от съответните им стойности $\Delta_{\alpha\infty}$ стига до техните втори значещи цифри почти за всички избрани там p_α. Затова при $n \leqq 20$ вече е наложително да се използват взетите от тази таблица по-коректни стойности $\Delta_{\alpha n}$ на доверителното отклонение вместо стойностите $\Delta_{\alpha\infty}$. Така например за резултатите от табл. 1.2 при стандартно закръгляване се получава $\sigma_{\bar{x}} \approx 0{,}606.10^{-5} \approx 0{,}006.10^{-3}$. Ако броят n на измерванията беше повече от 20, в доверителния интервал $d = (2{,}323 \pm 0{,}006).10^{-3}$ m щяха да попадат около 68% от стойностите x_i на резултатите d_i. Но броят на измерванията е $n=10$ и най-близко до коефициента на доверие $p_\sigma \approx 0{,}68$ в табл. 4.18 е коефициентът на доверие $p_\alpha = 0{,}7$. По данните $n=10$ и $p_\alpha = 0{,}7$ от таблицата се намира, че за да се получат 70% от стойностите x_i в доверителния интервал, за стойност на доверителното отклонение трябва да се вземе $\Delta_{\alpha 10} = 1{,}100\,\sigma_{\bar{x}} = 0{,}6666.10^{-5} \approx 0{,}007.10^{-3}$. Тогава за търсения действителен доверителен интервал се получава $d = (2{,}323 \pm 0{,}007).10^{-3}$ m, колкото в случая се получи и по предложения в началото опростен начин за закръгляване на началната оценка за абсолютната грешка и за стандартното отклонение.



Фиг. 4.34

Нормално разпределение на стойностите x на сумарна разсеяна величина y се получава с уредбата, показана на фиг. 4.34. Дребни и почти еднакви зърна се пускат да изтичат от фуния A през предварително избран отвор на затваряща дъното ѝ лента B. По пътя си към кутия D те минават през разсейвател C, съставен от подходящо подредени в него отделни решетки, в които има равномерно разположени взаимноуспоредни пръчки. При някои уредби разсейвателят C е съставен от пак така разположени, но неподвижно свързани към него пръчки. Разсеяни от независимите едно от друго сблъсквания с пръчките, зърната попадат в еднакви и разграфени по височината им h килийки на кутията D, чиито стени са прозрачни. Съставяща разсеяна величина z_j тук е попадението g_b на зърното g в килийката b. Нека поредното номериране на килийките да е отляво надясно

S. Panayotova

за застаналия срещу скалите им измерващ и за начало O на координатната система да бъде избран левият край на кутията D. Ако освен това положението на b-тата килийка се изрази с разстоянието x_b от началото на координатната система до средата на килийката, попадението g_b ще има стойност x_b. При достатъчно голям брой N на зърната сумата от попаденията им в отделните килийки се изразява с добра точност посредством съответните височини h_b на получените нива на запълване на килийките. Така разпределението на височините h_b по оста Ox изразява разпределението на плътността на вероятността да се получи стойност x_b на сумарната величина y. Средноаритметичната стойност $\bar{x}$ на сумарната разсеяна величина y се намира по формулата

$$\bar{x} = \frac{\sum_{b=1}^{\nu} x_b h_b}{\sum_{b=1}^{\nu} h_b}, \tag{4.87}$$

където ν е броят на всички килийки в кутията D.

Разпределението на зърната по килийките моделира добре нормалното разпределение, когато се работи внимателно с добре настроена уредба. При наличието на отделни решетки в разсейвателя правилното разполагане на разсейващите пръчки се осигурява с подреждане на решетките според белязаните на тях номера, които трябва да нарастват отгоре надолу. Според размера на зърната се подбира такъв отвор на лентата, през който те да изтичат възможно най-бавно без задръстване. Този отвор се разполага над дадена килийка по средата на кутията, при което във фунията се изсипва препоръчаното по-долу количество зърна. Ако фунията има само един отвор на дъното си, зърната се изсипват в нея бавно, на възможно най-тънка струя срещу отвора. При този експеримент данните се обработват и представят най-просто и нагледно, когато броят на килийките е нечетен, средната килийка се намира точно под отвора за изтичане на зърната, разстоянието между средите на две съседни килийки е $d = 1$ cm и разстоянията x_b и височините h_b се отчитат в сантиметри.

При разсейвател с отделни решетки в него се поставя определен брой от тях така, че централната пръчка на горната решетка да е точно под отвора на лентата. През разсейвателя се пропускат зърна, докато нивото на най-запълнената килийка наближи горния край на разграфената ѝ част. Отчетените данни за разстоянията x_b и съответните им височини h_b се обработват според указанията, дадени за примерната табл. 4.19. Като се попълнят първите четири колонки на таблицата, по формула (4.87) максимално точно се определя центърът на всички попадения $\bar{x}$. От петата колонка се вижда, че за по-нататъшното об-

работване на експерименталните данни началото на координатната система мислено се пренася в $\bar{x}$. Около $\bar{x}$ на разстояние d една от друга се разполагат новите въображаеми килийки по такъв начин, че разстоянието k от средата на дадена въображаема килийка до $\bar{x}$ да бъде равно на нула или на цяло положително или отрицателно число разстояния d. Когато първоначално определената координата на центъра $\bar{x}$ съвпада с първоначалната координата x_{b0} на средата на килийката h_0 под отвора на лентата или е отместена спрямо нея на $|s_\alpha| = |\bar{x}-x_{b0}| < 0{,}1$ cm, за височини h_k на въображаемите килийки се вземат съответните височини h_b на реалните килийки. А когато отместването е $|s_\alpha| = |\bar{x}-x_{b0}| \geqq 0{,}1$ cm, то се изразява с алгебричния си знак по формулата $s=\frac{s_\alpha}{d}$ чрез единицата разстояние d между средите на две съседни килийки. Тогава височините h_k на въображаемите килийки се намират по формулата

(4.88) $h_k = rh_b + sh_{b+1}$ за $1>s>0$ и $h_k = |s|h_b + rh_{b+1}$ за $-1<s<0$,

където $r=1-|s|$, а h_b и h_{b+1} са височините на двете застъпени от h_k реални килийки. При отместване s_α, различаващо се от $\pm d$ с по-малко от 0,1 cm, за височини h_k се вземат съответните височини $h_{b\pm1}$, а при $1<|s|<2$ за множители във формули (4.88) се използват числата $s'=|s|-1$ и $r'=2-|s|$. При $0<s<1$ за пресмятане на h_{+k} с последния най-голям номер не достига една експериментално намерена височина h_+, а при $-1<s<0$ за пресмятане на h_{-k} с последния най-малък номер не достига една експериментално намерена височина h_-. Височините h_+ и h_- се определят чрез екстраполиране от съответните предшестващи ги експериментално намерени височини. За целта най-близката от експериментално намерените височини до търсената височина се намалява с толкова, колкото е разликата ѝ със съседната на нея експериментално намерена височина и така получената височина служи за h_+ и съответно за h_-. Определените с точност до стотни от сантиметъра височини h_k на въображаемите килийки се използват за намиране на експериментално полученото разпределение на плътността на вероятността $p_e(k)$ в относителни единици на метър $\left(\frac{\text{ur}}{\text{m}}\right)$, което става по формулата

(4.89) $$p_e(k) = \frac{h_k}{d\sum\limits_{k=-k}^{+k} h_k},$$

където $\sum\limits_{k=-k}^{+k} h_k \approx \sum\limits_{b=1}^{\nu} h_b$.

Таблица 4.19

b	$x_b, 10^{-2}$ m	$h_b, 10^{-2}$ m	$x_b h_b, 10^{-4}$ m²	k, 10^{-2} m	$h_k, 10^{-2}$ m	$p_e(k), \frac{\text{ur}}{\text{m}}$	$k^2, 10^{-4}$ m²	$k^2 h_k, 10^{-6}$ m³	$p_\tau(k), \frac{\text{ur}}{\text{m}}$
1	0,5			−11			121		
2	1,5			−10			100		
. . .	. . .			. . .			. . .		
11	10,5			−1			1		
12	11,5			0			0		
13	12,5			1			1		
. .	. .			. .			. .		
22	21,5			10			100		
23	22,5			11			121		
		$\sum_{b=1}^{23} h_b$	$\sum_{b=1}^{23} x_b' h_b$					$\sum_{k=-11}^{+11} k^2 h_k$	

Таблица 4.20

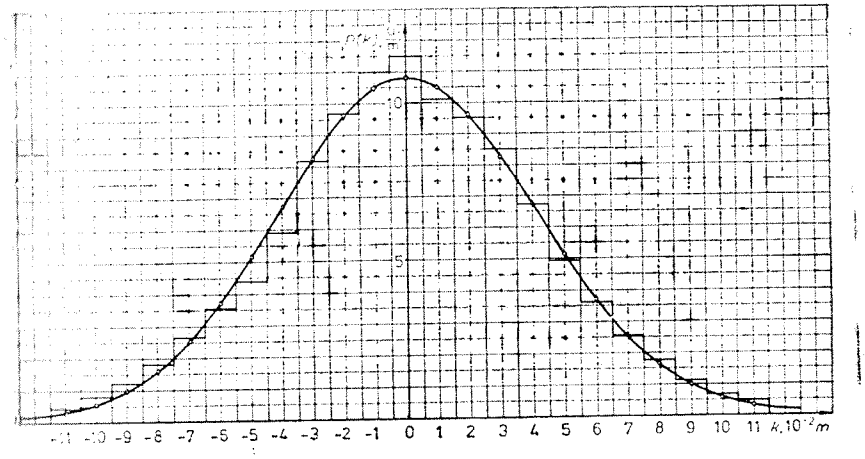
b	x_b, 10^{-2}m	h_{b1}, 10^{-2}m	h_{b2}, 10^{-2}m	h_{bs}, 10^{-2}m	$\bar{h}_b$, 10^{-2}m	$x_b\bar{h}_b$, 10^{-4}m^2	k, 10^{-2}m	h_k, 10^{-2}m	$p_e(k)$, $\frac{\text{ur}}{\text{m}}$	k^2, 10^{-4}m^2	k^2h_k, 10^{-6}m^3	$p_\text{т}(k)$, $\frac{\text{r}}{\text{m}}$
1	1						−12			144		
2	3						−10			100		
.	.						.			.		
.	.						.			.		
6	11						−2			4		
7	13						0			0		
8	15						2			4		
.	.						.			.		
.	.						.			.		
12	23						10			100		
13	25						12			144		
					$\sum_{b=1}^{13}\bar{h}_b$	$\sum_{b=1}^{13}x_b\bar{h}_b$					$\sum_{k=-12}^{+12}k^2h_k$	

Ако в разсейвателя има само неподвижно закрепени пръчки, препоръчаното количество зърна се пропуска през него три пъти. След всяко пропускане на зърната се отчитат съответните на разстоянията x_b височини h_b. Данните се обработват в табл. 4.20 съобразно указанията за предшествуващата примерна таблица. При този случай във формула (4.88) вместо h_b участвуват $\bar{h}_b$.

Намереното по формула (4.89) експериментално получено разпределение на плътността $p_e(k)$ е спрямо координатната система с начало в центъра на всички попадения $\bar{x}$. Като се използват данните от следващите две колонки на таблицата, може да се пресметне спрямо същата координатна система и стойността σ на стандартното отклонение на сумарната разсеяна величина y по формулата

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{k=-11}^{+11}k^2h_k}{\sum_{k=-11}^{+11}h_k}} \quad \text{или} \quad \sigma=\sqrt{\frac{\sum_{k=-6}^{+6}k^2h_k}{\sum_{k=-6}^{+6}h_k}}, \tag{4.90}$$

отнасящи се за първия и съответно за втория от примерно разгледаните случаи. Стойностите $p_\text{т}(k)$ на нормалното разпределение на плътността на вероятността със същата стойност σ спрямо същата координатна система се пресмятат по формула (4.77), където стойността на математичното очакван е $m=0$, а стойността



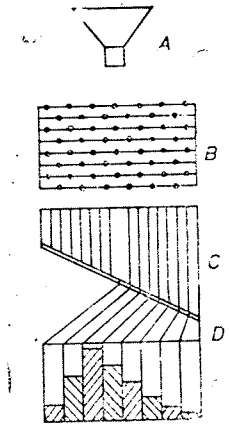
Фиг. 4.35

на отклонението $x=k$. Стълбовидната хистограма на експериментално полученото разпределение на плътността на вероятността $p_e(k)$ се сравнява графично с плавната крива на теоретично полученото нормално разпределение на плътността на вероятността $\varphi_m(k)$, както е показано на фиг. 4.35.

Ако обработката на данните е коректна и графичното им представяне е достатъчно прецизно, сумата от отклоненията на експерименталните точки от едната страна на теоретичната крива е равна на сумата от отклоненията им от другата страна с точност до 1 mm (фиг. 4.35). Проверете доколко направеното от вас графично сравняване отговаря на тези изисквания.

4.5.3. Модел на двумерен газ

Разпределението на броя n на молекулите на газа по тяхната скорост v може приближено да се възпроизведе с уредбата, показана на фиг. 4.36. Конусна фуния A насочва поток от зърна с еднаква големина към разсейвател B, който е съставен от решетки с квадратни отвори, образувани от кръстосването на подходящо дебели пръчки. Решетките са разположени така, че възлите на всяка следваща решетка се намират под центровете на отворите на предшествуващата я решетка. По този начин изсипващите се зърна се разсейват от решетките във всички посоки в равнина, успоредна на техните равнини, при което се разпределят в нея подобно на попаденията около центъра на мишена. След разсейвателя зърната попадат между отвесните стени на концентрично разположени цилиндри C, най-вътрешният от които се намира точно под отвора на фунията A. Радиусът на всеки следващ цилиндър се увеличава с толкова, колкото е радиусът ρ на най-вътрешния цилиндър. Поради наклона на дъната на цилиндрите всички попаднали в тях зърна се свличат към долния им край. Оттам през отвори зърната попадат в съответни улеи D, всеки от които ги изсипва в една от разграфените килийки на кутия с прозрачни стени. Така в първата килийка отляво на чертежа се събират зърната, попаднали в най-вътрешния цилиндър, които са изпитали отклонения от 0 до ρ, в следващата втора килийка се събират зърната с отклонения от ρ до 2ρ и изобщо в b-тата килийка се събират зърната с отклонения от $(b-1)\rho$ до $b\rho$. Това разпределение на броя n на зърната по тяхното отклонение r е аналогично на разпределението на броя n на молекулите по тяхната скорост v за случай на двумерен газ



Фиг. 4.36

$$\Delta n = n_0 \cdot e^{-\frac{v^2}{2v_p^2}} \cdot \frac{a}{v_p^2} \Delta v. \tag{4.91}$$

Когато разсейвателят е съставен от отделни решетки, най-напред в него се поставят само половината от тях според посо-

чения с номерацията има ред, при което се пропускат зърна, докато нивото на запълване на най-бързо пълнещата се килийка приближи горния край на разграфената ѝ част. Отчитат се височините h_{b1} на получените нива на запълване на всички ν на брой килийки в единици сантиметри с точност до милиметър, след което в разсейвателя се поставят всичките му решетки и през него се пропуска да мине същото количество зърна, за да се отчетат и височините h_{b2}. Ако радиусът ρ е достатъчно малък, например $\rho = 1$ cm, може да се приеме, че вероятността зърната да попаднат в даден цилиндър е правопропорционална на площта на отвора, който ги залавя в него. След още няколко опростяващи приемания се получава, че средното отклонение r_1 от общата ос на цилиндрите за зърната, събрани в първата килийка, е $r_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}\rho$, съответно средното отклонение r_2 за зърната, събрани във втората килийка, е $r_2 = \frac{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}\rho$ и изобщо това средно отклонение за зърната, събрани в b-тата килийка, е

$$r_b = \frac{2\sqrt{2b(b-1)+1}+2\sqrt{2}(b-1)+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}\rho. \tag{4.92}$$

Данните от измерванията се сбработват в табл. 4.21, където отклоненията r_b са пресметнати по формула (4.92) за случая $\rho = 1$ cm и $\nu = 15$. Експериментално намерените зависимости $h_{b1}(r_b)$ и $h_{b2}(r_b)$ се представят графично върху милиметрова хартия в една и съща координатна система, при което точките на

Таблица 4.21

b	r_b, 10^{-2}m	h_{b1}, 10^{-2}m	h_{b2}, 10^{-2}m	$h_{т1}$, 10^{-2}m	$h_{т2}$, 10^{-2}m
1	0,60				
2	1,54				
3	2,52				
4	3,52				
5	4,51				
6	5,51				
7	6,51				
8	7,51				
9	8,51				
10	9,51				
11	10,51				
12	11,51				
13	12,50				
14	13,50				
15	14,50				
		$\sum_{b=1}^{15} h_{b1}$	$\sum_{b=1}^{15} h_{b2}$		

всяка от тях се осредняват с плавна крива линия. Височините h_b на нивата на запълване на килийките отговарят на броя на молекулите Δn от формула (4.91), сумата $\sum_{b=1}^{\nu} h_b$ съответствува на общия им брой n_0, отклоненията r_b представляват скоростите v, а радиусът ρ играе ролята на Δv. Поради това двете експериментални криви представят разпределението на броя n на молекулите на двумерния газ по техните скорости v при две различни температури T_1 и T_2 (фиг. 4.31, *б*). От тези криви се определят графично най-вероятните отклонения r_{p1} и r_{p2}, които отговарят на най-вероятните скорости v_{p1} и v_{p2} на молекулите на газа. Тогава от формула (4.80) следва, че отношението между двете температури е $\frac{T_1}{T_2}=\frac{r_{p1}^2}{r_{p2}^2}$. Като се използва посочената аналогия и за база се вземе експериментално определеното най-вероятно отклонение $r_{p1}=v_{p1}$ или $r_{p2}=v_{p2}$, а също така $\sum_{b=1}^{\nu} h_{b1}=n_{01}\approx\sum_{b=1}^{\nu} h_{b2}=n_{02}$, $r_b=v$ и $\rho=\Delta v$, за всяко r_b по формула (4.91) се пресмятат съответните теоретично определени височини $h_{т1}$ или $h_{т2}$. По тези данни в координатната система с двете експериментални криви се начертава и съответната теоретична крива поне за едната от тях.

Ако в разсейвателя има само неподвижно закрепени решетки, определеното количество зърна се пропуска през него три пъти. След всяко пропускане на зърната се отчитат височините h_b и данните от измерванията се обработват в табл. 4.22. Експерименталните точки се строят с осреднените данни $\bar{h}_b(r_b)$, след

Таблица 4.22

b	r_b, 10^{-2}m	h_{b1}, 10^{-2}m	h_{b2}, 10^{-2}m	h_{b3}, 10^{-2}m	$\bar{h}_b$, 10^{-2}m	$h_т$ 10^{-2}m
1	0,60					
2	1,54					
.	.					
.	.					
15	14,50					
					$\sum_{b=1}^{15} \bar{h}_b$	

което те графично се осредняват с плавна крива линия, по максимума на която се определя най-вероятното отклонение r_p. По описания вече начин тази експериментално намерена крива се сравнява с отговарящата ѝ теоретично намерена крива.

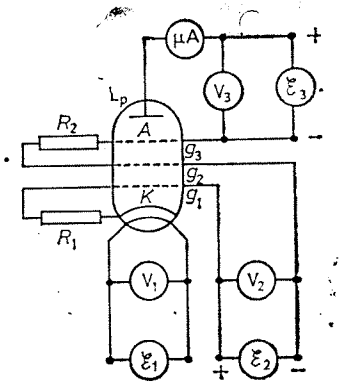
Когато е намерено отношението $\frac{T_1}{T_2}$, то се записва с точност две значещи цифри.

Ако обработката на данните е коректна и графичното им представяне е достатъчно прецизно, площта, заградена от абсцисната ос и избраната за сравняване експериментално намерена крива, следва да бъде равна на площта, заградена от абсцисната ос и съответната теоретично намерена крива. Проверете доколко направеното от вас графично сравняване отговаря на това изискване. Как ще обясните разликата между формите на експерименталната и на съответната ѝ теоретична крива?

4.5.4. Модел на тримерен газ

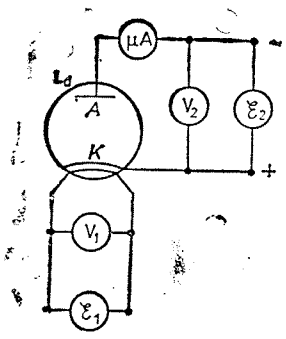
Микрочастиците проявяват двойствена корпускулно-вълнова природа. На описващите ги като частици величини, каквито са например енергията E и импулсът p, отговарят описващи ги като вълни величини

(4.93) хронен период $T=\frac{h}{E}$ и пространствен период $\lambda=\frac{h}{p}$, където $h=6{,}626.10^{-34}$ J.s е константата на Планк. Когато при ниски температури и големи плътности средното разстояние между частиците на газа наближи размера на λ, между тях освен големите силови взаимодействия възникват и специфични несилови взаимодействия, поради което максуеловото им разпределение по скорости престава да бъде валидно. Термоелектроните около катода на електронна лампа обаче са достатъчно разредени, така че образуваният от тях електронен газ представлява добър модел за максуелово разпределение на броя им n по тяхната скорост v. Както е показано на фиг. 4.37, между решетките g_1 и g_2 на пентодната лампа L_p се подава задържащо напрежение U_2, което може плавно да се регулира до подходящо голяма стойност. Онези от електроните, които преодоляват бариерата на U_2, се ускоряват от напрежението U_3, подадено между решетката g_3 и анода A. Когато при неизменни напрежения U_1 и U_2 постепенно увеличаваното ускоряващо напрежение U_3 надмине някаква стойност U_{30}, всички преодолели бариерата електрони се улавят от анода, поради което отчитаният по микроамперметъра аноден ток I_a престава да зависи от по-нататъшното увеличаване на U_3. А изменяемото напрежение U_1, което захранва отоплението на лам-



Фиг. 4.37

ната, дава възможност да се правят измервания при различни температури на катода K, с които е еднаква и температурата на електронния газ около него. Същите измервания може да се направят и с по-простата експериментална уредба, показана на фиг. 4.38, където задържащото напрежение U_2 се подава направо между катода и анода на диодната лампа L_d.



Фиг. 4.38

При електронна лампа с успоредно разположени плоски електроди от еднакъв материал максималният аноден ток се определя по формулата

$$I_a = I_0 e^{-\frac{eU_2}{kT}}, \qquad (4.94)$$

където I_0 е анодният ток, измерен при избраните условия и задържащо напрежение $U_2=0$, $e=1{,}6.10^{-19}$ C е зарядът на електрона, $k=1{,}38.10^{-23}$ J/K е болцмановата константа, а T е температурата на електронния газ. Ако материалът на електродите е различен, действителното задържащо напрежение е

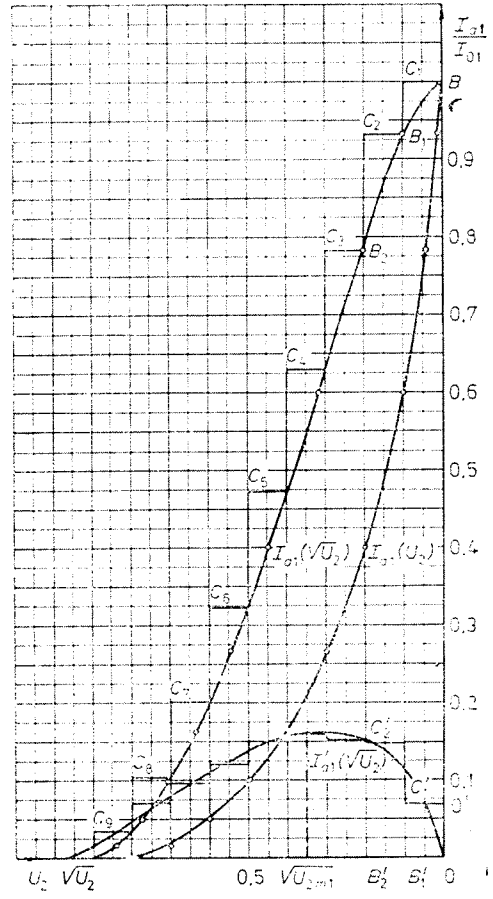
$$U_{2c}=U_2-U_\kappa-U_2-U_K+U_A, \qquad (4.95)$$

където U_K и U_A са напреженията, които съответстват на отделителната работа на електроните от катода и от анода. Тези напрежения са означени върху експерименталната уредба. Тогава във формула (4.94) за анодния ток I_{ac} участвува не отчитаното по волтметъра напрежение U_2, а коригираното заради контактната потенциална разлика напрежение U_{2c}, което се приравнява на нула при определяне на тока I_{0c}. Функцията $I_a(U_2)$ се снема при три различни стойности U_{11}, U_{12} и U_{13} на захранващото напрежение U_1 и данните се обработват според указанията в примерната таблица 4.23 и направената по данни от нея фиг. 4.39. Производната на тази функция спрямо $\sqrt{U_2}$ има максимум при $U_{2m}=\frac{kT}{2e}$, откъдето

$$T=\frac{2eU_{2m}}{k}. \qquad (4.96)$$

За определяне на температурата T на електронния газ при една от трите стойности на захранващото напрежение, например при U_{11}, отношението $\frac{I_{a1}}{I_{a1}}$ на съответната експериментално снета зависимост I_{a1} се представя графично в координатна система с едни и същи оси по два различни начина — един път като функция на U_2 и втори път като функция на $\sqrt{U_2}$ (фиг. 4.39). На същата фигура са означени и разликите B_1C_1, B_2C_2 и т. н. на функцията $I_{a1}(\sqrt{U_2})$ през равни интервали $\sqrt{U_2}$, които, нанесени съответно като отсечки $B'_1C'_1$, $B'_2C'_2$ и т. н. с начало върху абсцисната ос, служат за построяване на стъпаловидно начупената линия $OO'C'_1C'_2\ldots$ Графично диференцираната функция

$$I'_{a1}(\sqrt{U_2})=\frac{\partial[I_{a1}(\sqrt{U_2})]}{\partial(\sqrt{U_2})}$$ се построява, като през тези стъпала се прекара плавна крива линия по такъв начин, че криволинейните триъгълници в границите на всяко стъпало изобщо да имат равни площи. Някои отклонения от това правило се допускат само за да се спази предварително известният общ ход на кривата, която почти линейно се издига от точката O, а след максимума си експоненциално се спуска към абсцисната ос. Под максимума на крива-



Фиг. 4.39

Таблица 4.23

№	U_2, V	$\sqrt{U_2}$	$U_{11}=6{,}3$ V: I_{a1}, μA	$U_{12}=5{,}0$ V: I_{a2}, μA	$U_{13}=4{,}0$ V: I_{a3}, μA	$\frac{I_{a1}}{I_{01}}$
1.	0,0	0,000				1,00
2.	0,01	0,100				0,93
3.	0,04	0,200				0,78
4.	0,1	0,316				0,60
5.	0,2	0,447				0,40
6.	0,3	0,548				0,27
7.	0,4	0,632				0,17
8.	0,5	0,707				0,10
9.	0,6	0,775				0,05
10.	0,7	0,837				0,017
11.	0,8	0,894				0,000

та се отчита стойността на $\sqrt{U_{2m1}}$, след което по формула (4.96) се пресмята температурата T_1. Като се знае и масата на електрона $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, по формули (4.80), (4.81) и (4.82) съответно се пресмятат най-вероятната, средноаритметичната и средноквадратичната скорост на електроните около катода.

При електронна лампа със съосно разположени цилиндрични електроди от еднакъв материал максималният аноден ток се определя по формулата

$$(4.97) \qquad I_a = \int_{v_{r0}}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \bar{\rho}_e \frac{m_e}{2kT} \cdot e^{-\frac{m_e v_r^2}{2kT}} \cdot v_r^2 dv_r = I_a(U_2),$$

където необходимата за преодоляване на бариерата минимална радиална скорост v_{r0} на електроните от електронния газ се определя от връзката $v_{r0} = \sqrt{\frac{2eU_2}{m_e}}$, а $\bar{\rho}_e$ е средната плътност на електроните в газа. И тук при различен материал на електродите на лампата се работи с коригирано по формула (4.95) задържащо напрежение U_{2c}. Същите данни се обработват по описания вече начин. В този случай обаче производната на функцията I_a спрямо $\sqrt{U_2}$ има максимум при $U_{2m} = \frac{kT}{e}$, който е сравнително поясно изразен. Затова сега, след като се диференцира графично графично представеното отношение $\frac{I_{a1}}{I_{01}}$ и под максимума на I_{a1} се отчете стойността на $\sqrt{U_{2m1}}$, температурата на електронния газ T_1 се пресмята не по формула (4.96), а по формулата

$$(4.98) \qquad T = \frac{eU_{2m}}{k}.$$

Резултатите за температурата T_1 на електронния газ около катода и за скоростите v_p, $\bar{v}$ и $\hat{v}$ на електроните се записват с точност две значещи цифри.

Намерете и температурата T_3 на електронния газ и като използвате формули (4.82), $p = m_e \hat{v}$ и (4.93), сравнете дължината на вълните на електроните при T_1 и T_3. От какви плътности на електронния газ нататък няма да е валидно максуеловото разпределение при тези две температури? Оценете плътността на електронния газ между катода и анода на използваната лампа.

5. МЕХАНИКА НА МАТЕРИАЛНИ СРЕДИ

Непрекъснато разпределените в пространството обекти, при които всяко локално изменение се разглежда като постепенно разпространяващ се процес, се наричат материални среди. Почти идеална материална среда е вакуумът, но с добро приближение като материални среди може да се разглеждат и телата, понеже размерите на изграждащите ги атоми и молекули, както и радиусът на техните взаимодействия са пренебрежимо малки в сравнение с размерите на самите тела. За всяка среда съществува най-голяма възможна скорост на разпространяване на локалните изменения в нея, която е точно скоростта на разпространяване на вълни в средата. Обаче процесите в материалната среда има смисъл да се разглеждат като разпространяване на вълни само когато нейните изменения под външно действие са достатъчно обратими. Освен това външното действие трябва да може да се разглежда като периодично изменящо се с времето t, за да може да се проявява възвратната реакция на средата. Понеже тези условия не се изпълняват често, реалните процеси в материална среда обикновено са изключително сложни. При веществените материални среди процесите съществено зависят от това, дали веществото е в твърдо или във флуидно (течно или газово) състояние, поради което тяхната механика се разделя на механика на твърди среди и механика на флуиди.

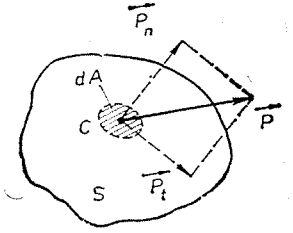
5.1. ТВЪРДИ СРЕДИ

Твърди са веществените среди, градивните частици на които не изменят самопроизволно статистично средните си взаимни положения. Под действието на външни сили обаче частиците на средата се разместват, докато силите се уравновесят. Тази делокация (разместване) на частиците обикновено води до изменяне на формата на изграждането от тях тяло. Прието е всяка делокация да се нарича «деформация». При деформиране между частиците на твърдата среда възникват сили, които са насочени към възстановяване на първоначалните им устойчиви положения. Деформацията се нарича еластична, когато под действие на възвратните вътрешни сили тя изчезва след премахване на външната сила F. Деформацията се нарича пластична, когато поради необратимост на процеса тя остава след премахване на външната сила F.

Еластичните вътрешни сили, които действуват около точка C върху сечение S на твърдата среда, се характеризират с вектора механично напрежение

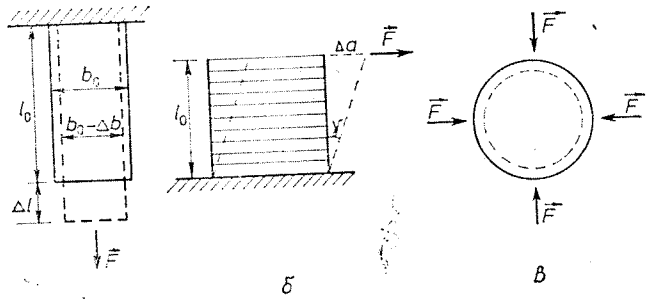
$$\vec{p}=\frac{d\vec{F}}{dA}, \tag{5.1}$$

където с dA е означена елементарната площ на сечението, върху което действува уравновесяващата ги елементарна външна сила $d\vec{F}$. Напрежението p се измерва с единицата паскал $1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$. Векторът $\vec{p}$ се разлага на нормално напрежение $\vec{p}_n$ по направлението на нормалата $\vec{n}$ към сечението S в точката C и на тангенциално напрежение $\vec{p}_t$ по допирателната към сечението S в точката C (фиг. 5.1).



Фиг. 5.1

Основните видове деформации на твърдото тяло са: а) по едно направление — при едностранно разтягане или свиване; б) в сноп успоредни равнини — при хлъзгане един спрямо друг на изграждащите тялото слоеве; в) чрез изменяне само на обема — при еднакво всестранно свиване или разтягане (фиг. 5.2). Всеки от тези видове деформации се описва със съответна относителна деформация: линейна $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$, равнинна (ъглова) $\gamma=\frac{\Delta a}{l_0}$ и обемна $\varkappa=\frac{\Delta V}{V_0}$. Освен това се използва и т. нар. коефициент на Поасон $\mu=\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$, където $\varepsilon'=\frac{\Delta b}{b_0}$.



Фиг. 5.2

При обемано свиване еластичност проявяват всички вещества среди, докато при успоредно хлъзгане еластичност може да имат само твърдите среди. Нека u_0 е началният размер на деформираното твърдо тяло, а Δu е съответно получената деформация. За еднородни и изотропни среди при достатъчно малка относителна деформация $\frac{\Delta u}{u_0}$ породеното напрежение p е правопропорционално на тази деформация:

$$p=\alpha\frac{\Delta u}{u_0}. \tag{5.2}$$

В зависимостта (5.2), наречена закон на Хук, константата α характеризира еластичните свойства на средата относно съответния вид деформиране. Според формула (5.2) константата α, наречена модул на еластичност, се измерва в паскали и има смисъла на онова напрежение, което се поражда при единица относителна деформация. На основните видове деформирания отговарят съответно:

$$\left.\begin{aligned} &E=\frac{p_n}{\varepsilon} && \text{— линеен модул (модул на Юнг)}\\ &G=\frac{p_t}{\gamma} && \text{— равнинен модул (модул на хлъзгане)}\\ &K=\frac{p}{\varkappa} && \text{— обемен модул.}\end{aligned}\right\} \tag{5.3}$$

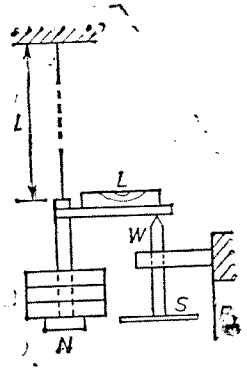
В общия случай еластичните свойства на средата се описват с 21 независими модула на еластичност, а при еднородна и изотропна среда само два от модулите са независими. Например между трите основни модула за последния случай са в сила връзките

$$G=\frac{E}{2(1+\mu)} \quad \text{и} \quad K=\frac{E}{3(1-2\mu)}. \tag{5.4}$$

Дори идеално еластичните тела се деформират обратимо само когато действието на външната сила $\vec{F}$ е толкова бавно, че във всеки момент t тя може да се разглежда като уравновесена от противодействието на възникналите в тялото еластични сили. Тогава извършваната от силата работа променя само вътрешната потенциална енергия на тялото. При по-бързо деформиране част от работата на силата отива за увеличаване на топлинната енергия на тялото, а ако действието на силата се прекрати изведнъж, цялата получена от деформирането вътрешна потенциална енергия на тялото се превръща в топлинна енергия на неговите частици. Измерваните при обратимо изотермно деформиране модули на еластичност се наричат изотермни модули за разлика от адиабатните модули на еластичност, които се определят при необратимо адиабатно деформиране.

5.1.1. Модул на еластичност при разтягане

Линейният модул на еластичност на даден материал може да се определи, ако от него се направи жица с еднакви размери по цялата ѝ дължина l. Както е показано на фиг. 5.3, единият край на жицата е неподвижно закрепен на подходяща височина, а в долния ѝ край към нея е закрепен носач N, под тежестта Q_a на който тя предварително се изпъва. Ако носачът N не изпъва достатъчно добре жицата, влиянието на изменението на дължината ѝ поради изправяне или изкривяване се намалява, като тя предварително се натовари и с една предвидена за целта плочка Q_b. Преди всяко натоварване или разтоварване на жицата с плочка Q_i либелата L се хоризонтира с микрометричния винт W. За да се определят измененията на дължината на жицата $\Delta l_i = l_i - l_{i-1}$, след всяко хоризонтиране на либелата се отчитат показанията n_{i-1} и n_i по скалата S срещу разположения до нея показалец P. Търсените изменения Δl_i се изразяват в метри по формулата $\Delta l_i = k\Delta n_i$, където константата на винта най-често е $k = 10^{-5}$ m/деление, а $\Delta n_i = n_i - n_{i-1}$. Обърнете внимание, че когато край показалеца мине нулевият знак на скалата, началото на отчитането се измества с един пълен оборот n_s деления по скалата (обикновено $n_s = 100$ деления). Тогава правилният брой Δn_i на делениятa от скалата, които са минали край показалеца, се намира по формулата $\Delta n_i = n_s + n_i - n_{i-1}$. Тук n_i е по-малкото от двете отчетени показания, понеже измененията Δl_i са по-малки от хода на винта $h = 1$ mm. Резултатите Δl_i от 5 последователни натоварвания и 5 последователни разтоварвания се обработват в табл. 5.1.



Фиг. 5.3

Таблица 5.1

№	$F_{i-1} \div F_i$, N	Δl, 10^{-5}m	$\varepsilon(\Delta l)$	$[\varepsilon(\Delta l)]^2$
1.	0,0 ÷ 4,9			
2.	4,9 ÷ 9,8			
3.	9,8 ÷ 14,7			
4.	14,7 ÷ 19,6			
5.	19,6 ÷ 24,5			
6.	24,5 ÷ 19,6			
7.	19,6 ÷ 14,7			
8.	14,7 ÷ 9,8			
9.	9,8 ÷ 4,9			
10.	4,9 ÷ 0,0			

Ако масата на една плочка е 0,5 kg и началното натоварване $Q_0 = Q_a + Q_b$ се приеме за равно на нула, десетте промени на натоварването се означават, както е показано във втората колона на таблицата. От формули (5.1) и (5.3) за пресмятане на линейния модул E в разглеждания случай се получава

$$E = \frac{Fl}{A\,\overline{\Delta l}}, \tag{5.5}$$

където силата, предизвикваща изменение Δl_i, е $F = F_i - F_{i-1}$, а $\overline{\Delta l}$ е средноаритметичното на измененията Δl_i. Площта A на напречното сечение на жицата се намира по формулата $A = \frac{\pi d^2}{4}$, като диаметърът ѝ d се измерва с микрометър поне на 5 различни места и за пресмятанията се използва $\overline{d}$. Дължината l на жицата се измерва с метър, по който може да се отчита с точност до милиметър.

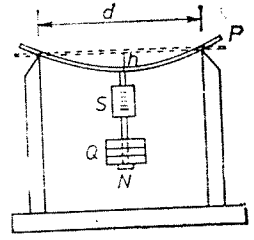
Ако се пренебрегне влиянието на изправяне и на изкривяване на жицата, относителната грешка на E се намира по формулата

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\sigma_{\overline{\Delta l}}}{\overline{\Delta l}}, \tag{5.6}$$

където Δl се оценява от измерващия, $\frac{\Delta A}{A} = 2\frac{\sigma_{\overline{d}}}{\overline{d}}$, а $\sigma_{\overline{d}}$ и $\sigma_{\overline{\Delta l}}$ са стандартните отклонения на използваните във формулите $\overline{d}$ и $\overline{\Delta l}$

5.1.2. Модул на еластичност при огъване

Нека хоризонтално разположена права греда е подпряна в двата си края, а в средата ѝ е приложена сила, действуваща отгоре надолу. Гредата може да се огъне само ако се разтегне откъм изпъкналата си страна и съответно се свие откъм вдлъбнатата си страна. Затова в израза за пресмятане на получената деформация h на огъването (фиг. 5.4) участвуват размерите на



Фиг. 5.4

огъващата се част на гредата, приложената сила F и линейният модул E на материала, от който е направена гредата. В случая на огъваща се пластинка P с дебелина a и ширина b при разстояние d между подпорните ръбове линейният модул се изразява с формулата

$$E=\frac{Fd^3}{4\,ha^3b}. \tag{5.7}$$

Както е показано на фиг. 5.4, огъващата сила може да се мени с една и съща големина $F=F_i-F_{i-1}$, като на стреме с носач N се поставят различен брой еднакви плочки Q_i. Получените премествания Δh_i на приложната точка на силата може да се измерват чрез окулярен микрометър на микроскоп, с който се наблюдава милиметровата скала S, закрепена на стремето с носача Θ. Тези преместаания може да се отчитат и посредством подходящо прикрепен микрометричен винт, чието чело при допиране с максимално отместилата се част на пластинката включва сигнална лампа. Резултатите Δh_i от 5 последователни натоварвания и 5 последователни разтоварвания на пластинката с плочки Q_i се обработват в табл. 5.2.

Таблица 5.2

№	$F_{i-1}\div F_i$, N	Δh, 10^{-5} m	$\tilde{\sigma}\,(\Delta h)$	$[\tilde{\sigma}(\Delta h)]^2$
1.	0,000÷0,196			
2.	0,196÷0,392			
3.	0,392÷0,588			
4.	0,588÷0,784			
5.	0,784÷0,980			
6.	0,980÷0.784			
7.	0,784÷0,588			
8.	0,588÷0.392			
9.	0,392÷0,196			
10.	0,196÷0,000			

Ако масата на една плочка е 20 g и началното натоварване на пластинката само със стремето и носача се приеме за равно на нула, десетте промени на натоварването се означават, както е показано във втората колона на таблицата. Линейният модул E се пресмята по формула (5.7), където на многократно използваната една и съща огъваща сила F отговаря средноаритметичното преместване $\overline{\Delta h}$. Дебелината a на пластинката се измерва с микрометър поне на 5 различни места, а ширината ѝ b се измерва с шублер също поне на 5 различни места, като за пресмятанията се използват средноаритметичните им стойности. Разстоянието d между подпорните ръбове се измерва с линия с точност до милиметър.

Относителната грешка на E се намира по формулата

$$\frac{\Delta E}{E}=\frac{\sigma_{\overline{\Delta h}}}{\overline{\Delta h}}+3\frac{\sigma_{\overline{a}}}{\overline{a}}+\frac{\sigma_{\overline{b}}}{\overline{b}}+3\frac{\Delta d}{d}, \tag{5.8}$$

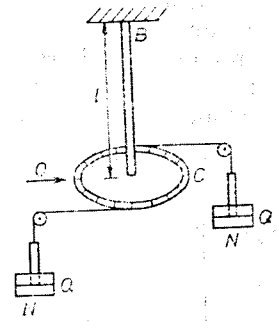
където $\sigma_{\overline{\Delta h}}$, $\sigma_{\overline{a}}$ и $\sigma_{\overline{b}}$ са стандартните отклонения на използваните във формулите $\overline{\Delta h}$, $\overline{a}$ и $\overline{b}$, а Δd се оценява от измерващия.

5.1.3. Модул на еластичност при усукване

При усукване на закрепена в двата ѝ края права греда от приложени в тях противоположно насочени двойки сили слоевете на материала на гредата се приплъзват един спрямо друг в равнини, перпендикулярни на нейното направление. Затова в израза за пресмятане на получената деформация ъгъл γ на усукването участвуват размерите на усукващата се част на гредата, приложеният момент на сила M и равнинният модул G на материала, от който е направена гредата. В случая на усукваща се цилиндрична пръчка с радиус r и дължина l равнинният модул се изразява с формулата

$$G=\frac{2\,Ml}{\pi\gamma\,r^4}. \tag{5.9}$$

Както е показано на фиг. 5.5, горният край на пръчката е закрепен неподвижно в точка B, а долният ѝ край е здраво свързан към центъра на съосен с нея диск C, който може да се върти върху сачмен лагер. По периферията на диска има жлеб, където минават две закрепени към диска нишки, завъртащи го в една и съща посока. Усукващият момент на сила се създава от натоварените с плочки носачи N, окачени на свободните краища на нишките. За да се измени с една и съща големина $M=M_i-M_{i-1}$, на всеки от носачите броят на плочките Q_i се мени с по една така, че натоварването на носачите да остава еднакво. Тогава многократно прилаганият един и същ усукващ момент се намира по формулата $M=2RF$, където $2R$ е разстоянието между двете нишки, когато те са взаимноуспоредни, а F е силата тегло на една плочка. Промяната M на момента на сила се получава с 5 последователни натоварвания и 5 последователни разтоварвания на носачите N с по една плочка. За всяка такава промяна се отчита съответният ъгъл на усукване γ_i, като се използват скалата върху диска C и неподвижният срещу нея белег O. Резултатите γ_i се обработват в табл. 5.3, където се използват такива единици



Фиг. 5.5

Таблица 5.3

№	$F_{i-1} \div F_i$, N	γ^0	$\delta\gamma$	$(\delta\gamma)^2$
1.	0,00÷0,98			
2.	0,98÷1,96			
3.	1,96÷2,94			
4.	2,94÷3,92			
5.	3,92÷4,90			
6.	4,90÷3,92			
7.	3,92÷2,94			
8.	2,94÷1,96			
9.	1,96÷0,98			
10.	0,98÷0.00			

(градуси или гради), в каквито са отчитани ъглите по скалата. Само $\bar{\gamma}$ се изразява в единици радиани, понеже формула (5.9) е изведена за радиани.

Ако масата на всеки от носачите и масата на всяка от плочките за натоварване е 100 g и началното отчитане по скалата се прави при откачени от нишките носачи, десетте промени на натоварването се означават, както е показано във втората колона на таблицата. Равнинният модул G се пресмята по формула (5.9), където на многократно прилагания един и същ усукващ момент M отговаря средноаритметичният ъгъл $\bar{\gamma}$. При измерването на диаметъра на диска с шублер за определяне на разстоянието $2R$ трябва да се извади дълбочината на жлеба. Дължината l на пръчката се измерва с линия с точност до милиметър, а диаметърът ѝ d се измерва с микрометър поне на 5 различни места, като за пресмятанията се използва $\bar{r}=\frac{\bar{d}}{2}$.



Фиг. 5.6

Освен по така описания статичен метод равнинният модул G може да се измери и по динамичен метод с уредбата, показана на фиг. 5.6. За целта изследваният материал се взема във вид на достатъчно дълга жица с еднакви размери по цялата ѝ дължина l. Единият край на жицата е неподвижно закрепен на подходяща височина в точка B, а долният ѝ край е здраво свързан към центъра на съосен с нея цилиндър C с маса m и радиус R. Така образуваното торсионно махало има период $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$, където инерчният момент на цилиндъра $I=\frac{1}{2}mR^2$.

Дирекционният момент на жицата е $D=\frac{M}{\gamma}$, откъдето след заместване във формула (5.9) за равнинния модул G се получава формулата

$$G=\frac{8\pi Il}{T^2r^4}. \tag{5.10}$$

Периодът T на махалото се намира, като се измери със секундомер интервалът от време τ за 20 пълни люлеения, а за пресмятане на инерчния му момент I се използват означените на уредбата маса m и радиус R на цилиндъра. Дължината l на жицата се измерва с метър, по който може да се отчита с точност до милиметър, а диаметърът ѝ d се измерва с микрометър поне на 5 различни места, като за пресмятанията се използва $\bar{r}=\frac{\bar{d}}{2}$.

Относителната грешка на измерения по статичния метод равнинен модул G се намира по формулата

$$\frac{\Delta G}{G}=\frac{\sigma_{\bar{\gamma}}}{\bar{\gamma}}+4\frac{\sigma_{\bar{r}}}{\bar{r}}+\frac{\Delta R}{R}+\frac{\Delta l}{l}, \tag{5.11}$$

където $\sigma_{\bar{\gamma}}$ и $\sigma_{\bar{r}}$ са стандартните отклонения на използваните във формулите средноаритметични $\bar{\gamma}$ и $\bar{r}$, а ΔR и Δl се оценяват от измерващия.

Относителната грешка на измерения по динамичния метод равнинен модул G се намира по формулата

$$\frac{\Delta G}{G}=2\frac{\Delta T}{T}+4\frac{\sigma_{\bar{r}}}{\bar{r}}+\frac{\Delta l}{l}, \tag{5.12}$$

където $\sigma_{\bar{r}}$ е стандартното отклонение на $\bar{r}$, а ΔT и Δl се оценяват от измерващия.

При всеки от методите резултатът за G се записва с доверителния интервал по двата начина. Ако е измерен и линейният модул E, по формула (5.4) се намира и коефициентът на Поасон μ, който се записва с точност две значещи цифри.

5.2. ФЛУИДИ

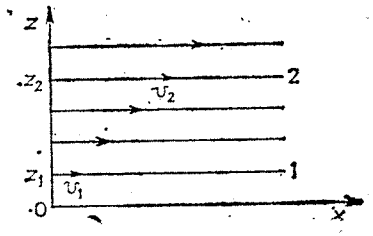
Флуиди са веществените среди, на които градивните частици самопроизволно изменят статистично средните си взаимни положения. Затова и най-малките неуравновесени външни сили пораждат насочено движение на частиците на флуида, наречено течене на флуида. А течение на флуида представлява насоченото движение на флуидни маси, които са достатъчно големи, за да се разглеждат като идеално непрекъснати. Течението е стационарно (установено), когато векторът скорост $\vec{v}$ на частиците на флуида във всички точки на заеманото от него пространство остава неизменен с течение на времето t. Течението е ламинарно (слоисто) на онези места, където $\mathrm{rot}\,\vec{v}=0$, а на местата, където $\mathrm{rot}\,\vec{v}\neq 0$, то е турбулентно (вихрово).

Между движещите се една спрямо друга части на реалните

флуиди винаги съществува взаимодействие, наречено вътрешно триене. Когато при дадено разглеждане може да се пренебрегне вътрешното триене и свиваемостта на флуида, той се нарича идеален флуид. При безструктурни течности и неразредени газове вътрешното триене се описва със закона на Нютон, според който съществува линейна зависимост между съставящите на вектора на механичното напрежение и градиента на скоростта, с която под тяхно действие се деформира елементарно кубче от флуида. В случая на праволинейно ламинарно течение на такъв нютонов флуид законът има вида

$$F=\eta\frac{v_2-v_1}{z_2-z_1}A \quad \text{или в граница} \quad F=\eta\frac{dv}{dz}A, \tag{5.13}$$

където F е тангенциалната сила, действуваща между слоевете 1 и 2, които се движат с различни скорости v_1 и v_2, z_2-z_1 е разстоянието между тези слоеве, а A е площта на повърхнината S, чрез която слоевете си взаимодействуват (фиг. 5.7). При стационарно



Фиг. 5.7

ламинарно течение и постоянна температура коефициентът на пропорционалност η, наречен динамичен вискозитет, е характерна за флуида константа. От формула (5.13) следва, че динамичният вискозитет η има смисъла на онова тангенциално напрежение p_t, което поражда единица градиент на скоростта v между слоевете на флуида. В Международната измерителна система единицата за динамичен вискозитет е паскал по секунда (Pa . s). Реципрочната величина $\varphi=\frac{1}{\eta}$ се нарича течливост (флуидност) на флуида. Използва се също така и величината кинематичен вискозитет $\nu=\frac{\eta}{\rho}$, където ρ е плътността на флуида. А за характеризиране на вътрешното триене при всестранно свиване и разтягане на течности служи величината обемен динамичен вискозитет ζ, наричана още «втори вискозитет».

Според молекулно-кинетичния модел на газовете техният динамичен вискозитет

$$\eta=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{l}\rho, \tag{5.14}$$

където $\bar{v}$ е средноаритметичната скорост на молекулите на газа, а $\bar{l}$ е техният среден свободен пробег. От своя страна средният свободен пробег на молекулите на газа се изразява с формулата

$$\bar{l}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d_e^2\rho_c}, \tag{5.15}$$

където d_e представлява техният ефективен диаметър, а ρ_c е плътността на молекулите на газа.

Течението на флуида се описва с безразмерното отношение на инерчните сили към силите на вътрешното триене в него, наречено число на Рейнолдс

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v l}{\eta}, \tag{5.16}$$

където v и l са характерни за течението скорост и линеен размер. Например течението през тръба с диаметър d и със средна скорост $v_т$ е ламинарно, когато

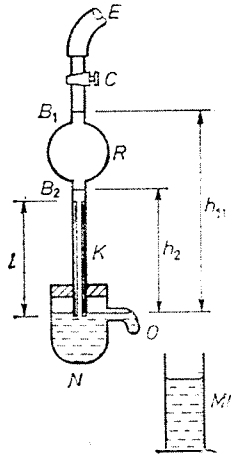
$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v_т d}{\eta}<\mathrm{Re}_k=2300. \tag{5.17}$$

5.2.1. Капилярен вискозиметър на Поазьой

Ламинарното течение на мокрещ флуид през достатъчно тънка и дълга цилиндрична тръба може да се разглежда като съставено от цилиндрични слоеве, най-външният от които е прилепен неподвижно от адхезионните сили към вътрешната повърхност на тръбата, а скоростта на останалите слоеве се увеличава линейно с приближаването им към нейната ос. Ако V е обемът на флуида, протекъл за интервал от време τ през капилярна тръба с радиус r и дължина l при разлика Δp между наляганията в двата й края, според формула (5.13) динамичният вискозитет η се дава с израза

$$\eta=\frac{\pi r^4}{8Vl}\Delta p\,\tau. \tag{5.18}$$

Въз основа на формула (5.18) Поазьой е предложил вискозиметъра, показан на фиг. 5.8. Съдът N предварително се запълва с изследваната течност така, че тя да покрива долния край на капилярката K. После отворът O се потапя в друг съд със същата течност по такъв начин, че с помощта на гумена круша, закрепена към тръбата E, течността да може да се засмуче до запълване на разширението R малко над



Фиг. 5.8

белега B_1. При това положение кранът C се затваря, капилярката се нагласява да бъде перпендикулярна на нивото на течността в съда N с отвора на долния си край малко под това ниво. След това се отваря кранът, при което се наблюдава движението на спускащото се ниво на течността към белезите B_1 и B_2. Засича се със секундомер интервалът от време τ за преминаване на нивото от белега B_1 до белега B_2. Мензурата се поставя под отвора O само през това интервала от време τ, за да се събере в нея точно такъв обем V от течността, колкото е обемът на разширението R между белезите B_1 и B_2. Разликата между налягания в двата края на капилярката се намира по формулата $\Delta p = \rho g h$, където плътността ρ на течността се измерва с ареометър или от таблица се взема стойността ѝ за стайната температура, при която е правено измерването, g е земното ускорение, а $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$. Радиусът r и дължината l са измерени предварително и стойностите им заедно със стойностите на техните абсолютни грешки са означени върху уредбата. Височините h_1 и h_2 се измерват с линия с точност до милиметър. Резултатите от многократни измервания на η за една и съща течност при едни и същи условия се обработват в табл. 5.4, където константата $k = \frac{\pi r^4}{8 l} \rho g h$.

Таблица 5.4

№	τ, s	V, 10^{-6} m^3	$\eta = k \frac{\tau}{V}$, Pa.s	$\varepsilon\eta$	$(\varepsilon\eta)^2$
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

Когато динамичният вискозитет η се измерва еднократно, неговата относителна грешка се намира по формулата

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta l}{l} + 4\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta h}{h}, \qquad (5.19)$$

където ΔV, $\Delta\tau$ и Δh се оценяват от измерващия.

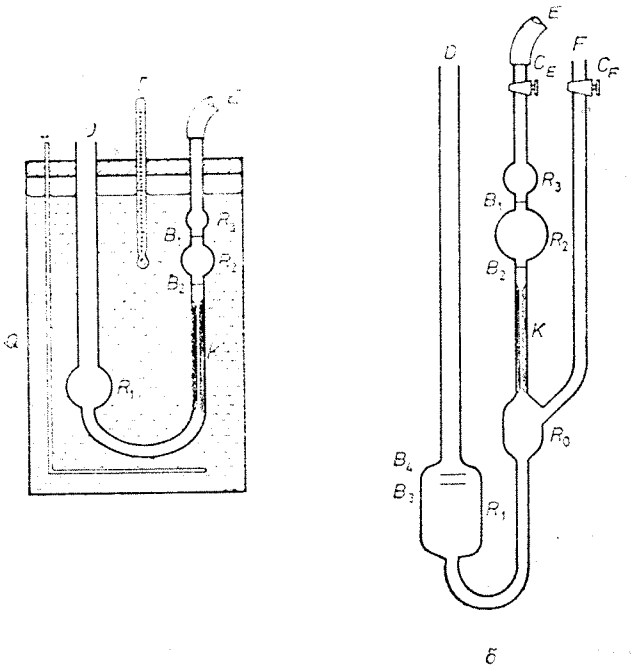
5.2.2. Капилярни вискозиметри на Оствалд и на Убелоде

Динамичният вискозитет η на дадена течност се намира с капилярен вискозиметър значително по-лесно, ако се сравни с вискозитета η_0 на друга течност, който предварително е из-

вестен. От (5.18), $\Delta p = \rho g h$ и отношението $\frac{\eta}{\eta_0}$ за търсения динамичен вискозитет се получава

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho\tau}{\rho_0\tau_0}, \qquad (5.20)$$

където ρ_0 е плътността на течността с известен вискозитет η_0, а τ и τ_0 са интервалите от време, за които при едни и същи условия еднакви обеми на съответните течности са минавали през капилярката на вискозиметъра. На фиг. 5.9, *а* е показан удобният



Фиг. 5.9

за такива сравнителни измервания капилярен вискозиметър на Оствалд. Преди измерванията тръбичките на вискозиметъра се промиват отвътре с дестилирана вода или с подходящ друг разтворител, а след това и с изследваната течност. Поради зависимостта на вискозитета от температурата вискозиметърът се поставя във воден термостат Q с термометър T и бъркалка L. При отворен край на тръбата E изследваната течност се налива внимателно през широкия клон D на вискозиметъра до запълване на разширението R_1. Ако температурата на течността се различава съществено от температурата на термостата, вискозиметърът с течността трябва да стои предварително в термостата поне 5 минути, при което водата се разбърква от време

на време. Системата термостат—вискозиметър е с добре уеднаквена температура, когато разбъркванията с бъркалката не водят до промяна на показанията на термометъра. Тогава със закрепена към тръбата E гумена круша течността се засмуква до запълване на половината от резервното разширение R_3. После краят на тръбата E пак се отваря и като се проследи движението на спускащото се ниво на течността към белезите B_1 и B_2, със секундомер се засича интервалът от време τ (или τ_0) за преминаване на нивото от белега B_1 до белега B_2. Като еталонна течност с известен динамичен вискозитет η_0 при различни температури обикновено се използва дестилираната вода. След измерване на τ и на τ_0 динамичният вискозитет η се намира по формула (5.20), като стойностите на η_0, ρ_0 и ρ се вземат от съответни таблици за отчетената по термометъра температура в термостата. Измерванията за двете течности се правят многократно и резултатите от тях се обработват в табл. 5.5.

Таблица 5.5

№	τ, s	τ_0, s	η, Pa.s	$\delta\eta$	$(\delta\eta)^2$
1.					
2.					
.					
.					
.					
n					

При вискозиметъра на Оствалд нивото на събиращата се в разширението R_1 течност постепенно се издига над нивото на долния край на капилярката и създава хидростатично налягане, което възпрепятствува изтичането. Понеже еталонната и изследваната течност обикновено са с различна плътност, те не изтичат през капилярката при съвсем еднакви налягания. Този недостатък се избягва при капилярния вискозиметър на Убелоде (фиг. 5.9, б). Предварителната обработка на вискозиметъра и темперирането тук са същите, както при работа с вискозиметъра на Оствалд (за опростяване на чертежа термостатът не е даден на фигурата). При отворен кран C_F изследваната течност се налива внимателно през широкия клон D на вискозиметъра, докато нивото ѝ в разширението R_1 застане между контролните белези B_3 и B_4. След като температурата на системата термостат — вискозиметър се уеднакви, към края на тръбата E плътно се свързва гумена круша. При отворен кран C_E и затворен кран C_F течността се засмуква с нея до запълване на половината от резервното разширение R_3, при което и кранът C_E се затваря, а краят на тръбата E се отваря. Ако течността е с малък вискозитет, най-напред се отваря кранът C_E и след това кранът C_F, докато при течности с голям вискозитет редът на отваряне

на кранове е обратен. При измерване на интервала от време τ (или на τ_0) на преминаване на нивото на течността от белега B_1 до белега B_2 трябва да се внимава дали в момента на достигането му на белега B_1 в разширението R_0 вече се е образувало «висящо ниво» на течността под долния край на капилярката K и дали в капилярката няма мехурчета въздух.

Когато динамичният вискозитет η се измерва еднократно, неговата относителна грешка се намира по формулата

$$\frac{\Delta\eta}{\eta}=\frac{\Delta\tau}{\tau}+\frac{\Delta\tau_0}{\tau_0}, \tag{5.21}$$

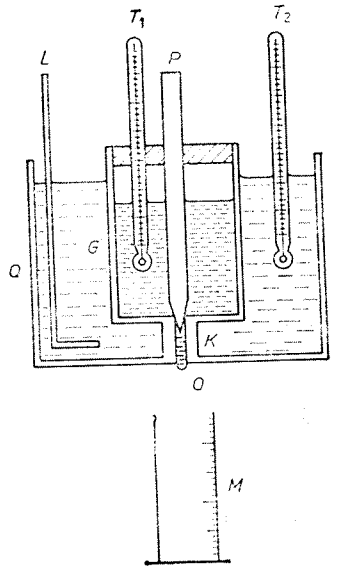
където $\Delta\tau$ и $\Delta\tau_0$ се оценяват от измерващия.

5.2.3. Условни капилярни вискозиметри

Освен вискозиметрите за непосредствено измерване на динамичния вискозитет η, какъвто е капилярният вискозиметър на Поазьой, и вискозиметрите за сравнително измерване на η, каквито са капилярните вискозиметри на Оствалд и на Убелоде, в практиката често се използват и по-непретенциозни, но бързо действуващи капилярни вискозиметри за оценяване вискозитета на различни течности в някакви несистемни, условно избрани измерителни единици. Условният капилярен вискозиметър представлява съд с калибрирана отточна тръбичка. Вискозитетът се намира, като се измери интервалът от време за изтичане през тръбичката на определен обем от изследваната течност. Например при условните капилярни вискозиметри за изследване на лакове и бои вискозитетът се изразява с единицата секунда (s). А при условния капилярен вискозиметър на Енглер за изследване на нефтопродукти (фиг. 5.10) вискозитетът се изразява с единицата градус на Енглер (°E). В градуси на Енглер динамичният вискозитет η_E се получава по формулата

$$\eta_E=2{,}35\,\frac{\tau}{\tau_1}, \tag{5.22}$$

където τ е интервалът от време за изтичане на 200cm^3 от изследваната течност, а τ_0 е интервалът от време за изтичане на 200 cm^3 вода. След почистване с етер, спирт и накрая с дестилирана вода на замърсените части на вискозиметъра изследваната течност се налива в измерителния съд G до означено в него ниво. Температурата на течността се измерва с термометъра T_1,



Фиг. 5.10

а термометърът T_2 служи за измерване на температурата на водата в термостата Q, където е поставен съдът G. Пръчката P служи за запушване на отвора в горния край на капилярката K. Преди да се постави мензурата M под долния отвор на капилярката, пръчката леко се повдига, за да се напълни капилярката с течност така, че капка от нея да увисне под отвора O. После се включва нагревателят на термостата и като се бърка водата в него с бъркалката L, се установява еднакво загряване на цялата система до нужната температура. За леки масла тя е 20 °C, за машинни масла — 50 °C, за течен парафин и тежки масла — 85 °C, а за цилиндрови масла — 100 °C. Когато всичко е готово, пръчката бързо се изважда от капилярката и със секундомер се засича интервалът от време τ, за който изтичат 200 cm^3 от изследваната течност. Тези измервания се повтарят поне пет пъти. Вискозитетът η_E на течността се пресмята по формула (5.22), където т. нар. водно число τ_0 на вискозиметъра на Енглер предварително е определено от аналогични измервания на интервала от време за изтичането на 200 cm^3 вода при температура 20 °C. При използване на вискозиметъра на Енглер за учебен експеримент данните от многократните измервания на τ и на τ_0 се обработват в табл. 5.5. Превеждането на така намерения динамичен вискозитет в единици паскал по секунда се прави по специални таблици.

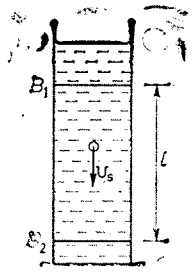
5.2.4. Вискозиметри с ламинарно обтичане

За разлика от вискозиметрите с ламинарно протичане, каквито са капилярните вискозиметри, основани на измерване на средната скорост на флуида, вискозиметрите с ламинарно обтичане се основават на измерване на скоростта на тяло с определена форма, което стационарно ламинарно се обтича при движението си във флуида. Когато флуидът мокри тялото, адхезионните сили прилепват неподвижно към повърхността му най-близкия до него слой на флуида. Скоростта на останалите слоеве спрямо тялото се увеличава линейно с отдалечаването им от него до онази стойност, която има скоростта на тялото по отношение на несмутените от взаимното им движение части на флуида. За силата F на съпротивлението, което изпитва сферично тяло с радиус r при обтичане със скорост v, Стокс е извел следната формула:

$$F = 6\pi\eta r v, \tag{5.23}$$

където η е динамичният вискозитет на флуида. Ако на тялото действува постоянна сила F_c, различна по големина от обратно насочената на нея сила на съпротивление F, според формула (5.23) разликата между двете сили ще изменя скоростта v на тялото по такъв начин, че в крайна сметка те ще се изравнят. Тогава то ще продължи да се движи равномерно и праволинейно във флуида, при което от измерване или от друго изразяване на силата F_c, на радиус r и на установилата се скорост v_s на тялото може непосредствено да се определи динамичният вискозитет η.

На фиг. 5.11 е показан най-простият вискозиметър с ламинарно обтичане на пуснато в изследваната течност по-плътно от течността и непроницаемо за нея малко сферично тяло. Нека масата на тялото е m, а масата на изместената от него течност е m_f. Тогава на него действува постоянна сила $F_c = \Gamma - \Gamma_f$, където $\Gamma = mg$ е теглото на тялото, а $\Gamma_f = m_f g$ е подемната сила, която то изпитва от страна на течността. Ако тялото се пусне без начална скорост под свободната повърхност на течността ($v_0 = 0$), в началния момент ускоряващата го сила $F_a = F_c - F = F_c$, понеже силата на съпротивлението $F = 6\pi\eta r v_0 = 0$.



Фиг. 5.11

С постепенното увеличаване на скоростта v на движението на тялото обаче и силата на изпитваното от него съпротивление от страна на течността започва да се увеличава, поради което ускоряващата го сила е намаляваща и движението му е неравноускорително. Скоро силата на съпротивлението F се изравнява с постоянната сила F_c, след което малкото сферично тяло продължава да пада в течността с така установилата се скорост v_s. Ако тялото попадне в горния край на стълба течност с отвесно надолу насочена начална скорост $v_0 > v_s$, нагоре насочената сила на съпротивлението $\vec{F}$ ще бъде по-голяма от надолу насочената постоянна сила $\vec{F}_c$. Поради това разликата $\vec{F}_c - \vec{F}$ ще поражда закъснително движение на тялото, в резултат на което самата тя ще намалява, докато пак се установи характерната за случая постоянна скорост v_s. Тази скорост лесно се определя от измерване на интервала от време τ, за който равномерно падащо тяло изминава определена дължина l по пътя си към дъното на съда с течността. Ако ρ е плътността на веществото на сферичното тяло, а ρ_f е плътността на течността, за определяне на динамичния вискозитет η се получава формулата

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_f)g}{9l} r^2 \tau, \tag{5.24}$$

която е валидна при стационарно ламинарно обтичане в неограничена от отвесни стени течност. Когато течността се намира в цилиндър с вътрешен радиус R и тялото пада по оста на цилиндъра, формула (5.24) приема вида

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_f)g}{9l\left(1 + 2{,}4\,\frac{r}{R}\right)^2} r^2 \tau. \tag{5.25}$$

При учебните експерименти за изследвана течност с дадена температура t обикновено се използва глицерин, в който се пускат оловни сачми или живачни капчици с радиус до 1 mm. Често се използва и течен парафин, в който се пускат стандартно големи капки вода. Когато се работи с оловни сачми, диаметърът на всяка от тях се измерва предварително с микрометър. Преди измерването петата на микрометъра и челото на калибрирания винт трябва редовно да се почистват. Притискането на сачмата между тях трябва да става само с въртене на копашката към главата на винта, за да бъде незначително смачкването на сачмата. Към падащата в глицерин сачма не се залепва мехурче въздух, когато тя предварително е намокрена с глицерин. Със секундомер се засича интервалът от време τ_i, за който сачма с радиус r_i изминава определената дължина l между белезите B_1 и B_2, означени върху стената на цилиндъра. Движението на сачмата трябва да става максимално близо до оста на цилиндъра, а моментът на преминаването ѝ край някой от белезите се отчита с най-малка паралактична грешка, когато очите на засичащия са на неговото ниво. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 5.6. Тук константата $k' = \frac{2(\rho-\rho_f)\,g}{9l\left(1+2{,}4\,\frac{r_m}{R}\right)^2}$, къ-

Таблица 5.6

№	r, 10^{-3} m	r^2, 10^{-6} m^2	τ, s	$r^2\tau$	$\eta = k' r^2 \tau$, Pa.s	$\Sigma\eta_i$	$(\Sigma\eta)^2$
1.							
2.							
.							
.							
.							
10.							

дето r_m е радиусът на най-голямата сачма. Плътността ρ_f на изследваната течност се измерва с ареометър или стойността ѝ направо се дава записана върху уредбата, както се дават стойностите на плътността ρ и на радиуса R. Дължината l се измерва с линия с точност до милиметър. Диаметрите на оловните сачми може по-коректно и точно да се измерят с окулярната скала на оптичен микроскоп, както се измерват диаметрите на живачните капчици.

Стандартни капки вода се получават от специален капкомер с кранче. Скоростта v_s на тези капки в течен парафин е значително по-малка от съответната скорост на оловните сачми в глицерин, поради което измерването на интервала от време τ тук става с доста по-малка относителна грешка. Влиянието на температурата върху радиусите на образуващите се капки може да се отчете, ако тази зависимост предварително бъде

снета и означена върху уредбата. Тъй като при дадени измервания се използват капки с един и същ радиус r, в случая колонките за r, r^2 и $r^2\tau$ на табл. 5.6 са излишни, константата $k'' = \frac{2(\rho-\rho_f)\,gr^2}{9\,l\left(1+2{,}4\,\frac{r}{R}\right)^2}$ и $\eta = k''\tau$.

С ламинарно обтичане е и широко разпространеният универсален вискозиметър на Хьоплер. При него поради наклон на цилиндричната тръба с изследваната течност движещото се топче се хлъзга по стената на тръбата, като с размера си почти изпълва напречното ѝ сечение. Динамичният вискозитет η се измерва по интервала от време τ, за който то изминава определено разстояние l по дължината на тръбата.

5.2.5. Зависимост на вискозитета от температурата

Средното време на отседнал живот $\bar{\tau}$ на отделна молекула на течността около дадено равновесно положение се изразява с формулата

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_0\, e^{\frac{E_a}{kT}}, \tag{5.26}$$

където $\bar{\tau}_0$ е средният период на нейното трептене около равновесното положение, E_a — активационната ѝ енергия, необходима за преминаване от едно равновесно положение към друго, k — Болцмановата константа, а T — термодинамичната температура. С $\bar{\tau}$ са свързани течливостта на течността и подвижността на нейните молекули, откъдето за динамичния ѝ вискозитет η се получава

$$\eta \propto T\, e^{\frac{E_a}{kT}}, \tag{5.27}$$

т. е. в областта на ниските температури с повишаване на температурата T динамичният вискозитет η бързо намалява.

Зависимостта на динамичния вискозитет η (или η_E) от температурата T се снема с вискозиметър, който е поставен в термостат с нагревател (вж. описанието на експеримента за измерване на вискозитет с използвания в случая вискозиметър). За целта в термостата първоначално се налива възможно най-студена вода и след уеднаквяване на температурата на системата термостат—вискозиметър се прави първото измерване на вискозитета. За всяко от следващите измервания температурата на системата се повишава с по 10 °C. Последното от тях се прави при най-високата от използваната поредица температури, която не надвишава температурата на кипене на водата в термостата или на изследваната течност във вискозиметъра. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 5.7.

Таблица 5.7

№	t, °C	τ, s	τ_0, s	η, Pa . s	T, K	$\frac{10^3}{T}$	$\ln \frac{10^6 \eta}{T}$
1.							
2.							
.							
.							
.							
n.							

Според формула (5.27) зависимостта $\ln \frac{\eta}{T} = f\left(\frac{1}{T}\right)$ е линейна. За удобното ѝ графично представяне в първи квадрант се използва координатната система $\left(\frac{10^3}{T}, \ln \frac{10^6 \eta}{T}\right)$, където се построяват експерименталните точки. В израза за наклона на графично осредняващата ги права линия $\frac{\Delta\left(\ln \frac{\eta}{T}\right)}{\Delta\left(\frac{10^3}{T}\right)} \cdot 10^3 = \frac{E_a}{k}$ участвува като компенсиращ само множителят 10^3, понеже множителят 10^6 се е компенсирал при образуване на разликата между логаритмите в числителя. Затова активационната енергия E_a на отделна молекула на течността се намира по формулата

$$E_a = k \frac{\Delta\left(\ln \frac{\eta}{T}\right)}{\Delta\left(\frac{10^3}{T}\right)} \cdot 10^3. \tag{5.28}$$

По формула (5.28) активационната енергия E_a се получава в единици джаули (J). Като се използва връзката $1\text{eV} = 1{,}6.10^{-19}$ J, крайният резултат за активационната енергия се записва в единици електронволтове (eV) с точност три значещи цифри.

5.2.6. Вискозитет на въздуха

При ламинарно течение на неразреден газ през капилярна тръба под действието на малка разлика между наляганията в двата ѝ края (за да може газът да се разглежда като несвиваем) динамичният му вискозитет η може да се определи по формула (5.18). След това от (5.14) може да се определи средният свободен пробег $\bar{l}$ на молекулите на газа

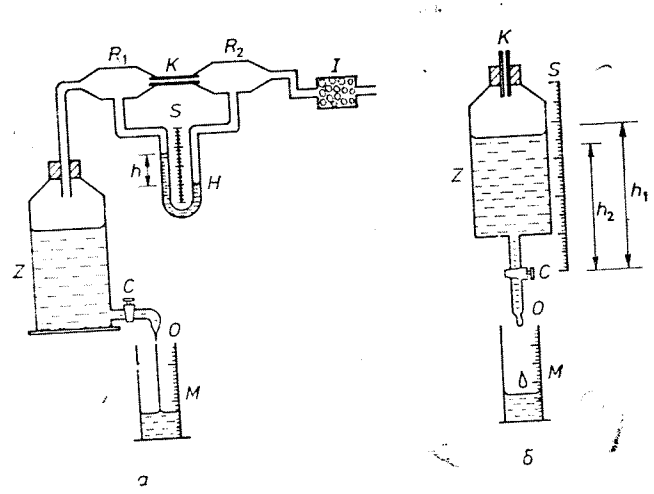
$$\bar{l} = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8\mu}}, \tag{5.29}$$

където p е налягането на газа, R — газовата константа, T — термодинамичната температура, а μ — моларната маса на газа.

А от (5.14), (5.15), $\frac{\rho}{\rho_c} = m_c$ и $\mu = m_c N_A$ за ефективния диаметър на молекулите на газа се получава

$$d_e = \sqrt[4]{\frac{4RT\mu}{9\pi^3 \eta^2 N_A^2}}, \tag{5.30}$$

където N_A е числото на Авогадро.



Фиг. 5.12

В учебните лаборатории по физика динамичният вискозитет η на въздуха обикновено се измерва с уредбите, показани на фиг. 5.12. Водният манометър H (фиг. 5.12, *а*) дава възможност да се контролира разликата в наляганията Δp, която движи въздуха през капилярката K. Разликата $\Delta p = \rho g h$, където ρ е плътността на водата при отчетената в лабораторията температура t, g е земното ускорение, а h е разликата между двете нива в манометъра, отчетена по скалата S. Различните разлики Δp се избират чрез плавно регулиране с крана C на изтичането на вода от засмукващия въздуха съд Z. Протичането на въздуха през капилярката е стационарно, когато разликата h между двете нива в манометъра остава постоянна. Използваният за измерването въздух се подсушава в изсушителния филтър I, напълнен с калциев хлорид. При така настроена уредба със секундомер се засича интервалът от време τ, за който в мензурата M се събира определен обем V вода. Ако се пренебрегне понижаването на налягането в разширението R_1 в сравнение с атмосферното налягане p, отчетено по лабораторния барометър, измереният с мензурата обем на изтеклата вода може да се приеме за обем

и на протеклия през капилярката въздух. С резултатите от тези измервания и означените върху уредбата стойности за радиуса r и дължината l на капилярката по формула (5.18) се пресмята динамичният вискозитет η на въздуха. А като се използват означената върху уредбата стойност за ефективната моларна маса μ на въздуха и табличните стойности на R и на N_A; по формули (5.29) и (5.30) се пресмята средният свободен пробег $\bar{l}$ на молекулите и съответно техният ефективен диаметър d_e. Средната скорост v_d на течението на въздуха през капилярката може да се определи от връзката $V=\pi r^2 v_d \tau$, след което по формула (5.16) се проверява дали това течение е било ламинарно. Плътността на въздуха се приема за $\rho_f=1{,}29$ kg/m^3. Многократното измерване на динамичния вискозитет η на въздуха при едни и същи условия се прави за различни разлики h между двете нива в манометъра. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 5.8. В този случай за пресмятане на $\bar{l}$ и на d_e

Таблица 5.8

№	h, 10^{-3} m	V, 10^{-6} m^3	τ, s	η, Pa . s	ε_η	$(\varepsilon_\eta)^2$
1.						
2.						
.						
.						
.						
n.						

се използва средноаритметичният динамичен вискозитет $\bar{\eta}$ на въздуха.

При измерване на динамичния вискозитет η на въздуха с показаната на фиг. 5.12, *б* уредба засмукващият съд Z трябва да бъде поставен отвесно и запушалката с капилярката K трябва плътно да затваря горния му отвор. Под отвора O се поставя празна чаша, защото при пълното отваряне на крана C в началото през него минава повече вода. Когато водата започне да тече равномерно на капки, по скалата S се отчита височината h_1 на нивото на водата в съда Z над нивото на крана. В този момент чашата под отвора O се заменя с празна мензура M и със секундомер се засича интервалът от време τ, за който в мензурата се събира определен обем V вода. Секундомерът се спира в момента, когато нивото на водата в мензурата стигне нужната височина, например за $V=50$ cm^3, при което се затваря и кранът C, за да се отчете по-вярно височината h_2. Разликата Δp в наляганията, която в случая движи въздуха през капилярката, се намира по формулата $\Delta p=\rho g\bar{h}$, където $\bar{h}=\frac{h_1+h_2}{2}$, ρ е плътността на водата в съда Z, а g — земното ускорение. Понеже температурата t_Z на

налятата в съда Z вода може значително да се различава от температурата t_L в лабораторията, трябва да се измерят и двете температури. Температурата t_Z се използва за намиране от таблица на нужната за пресмятане на Δp плътност ρ на водата, а t_L се използва във формулата $T=t_L+273{,}15$. И тук се приема, че обемът на водата в мензурата е равен на обема на протеклия през капилярката въздух. Динамичният вискозитет η на въздуха, средният свободен пробег $\bar{l}$ на молекулите и техният ефективен диаметър d_e се пресмятат, както е казано по-горе. В табл. 5.8 обаче колонката за h е излишна, а ако мензурата се пълни винаги до едно и също ниво, и колонката за V е излишна.

Когато динамичният вискозитет η на въздуха се измерва еднократно, неговата относителна грешка се намира по формула (5.19), където стойностите на Δr и на Δl са означени върху уредбата при стойностите на r и на l. При многократно измерване на η се пресмята стандартното отклонение $\sigma_{\bar{\eta}}$ на средноаритметичното $\bar{\eta}$. Относителната грешка на $\bar{l}$ се намира по формулата

$$\frac{\Delta\bar{l}}{\bar{l}}=\frac{\sigma_{\bar{\eta}}}{\bar{\eta}}+\frac{\Delta p}{p}+\frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}, \tag{5.31}$$

където Δp и ΔT се оценяват от измерващия, а относителната грешка на d_e се намира по формулата

$$\frac{\Delta d_e}{d_e}=\frac{1}{2}\frac{\sigma_{\bar{\eta}}}{\bar{\eta}}+\frac{1}{4}\frac{\Delta T}{T}. \tag{5.32}$$

При каква разлика Δp в наляганията между краищата на капилярката K течението на въздуха през нея ще стане турбулентно?

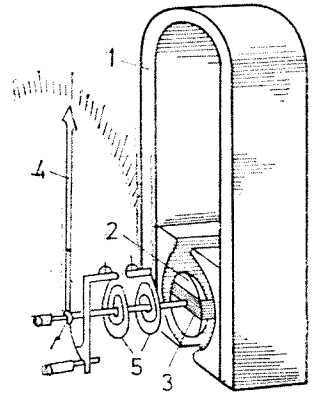
6. ЕЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗЪМ

6.1. ОСНОВНИ ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ ИЗМЕРВАНИЯ

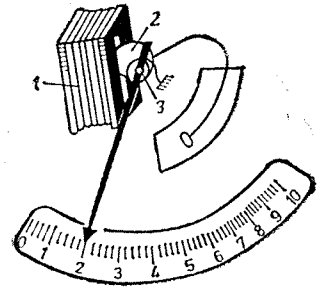
В експериментите по електричество и магнетизъм се измерват физични величини като напрежение U, електричен ток I, електрично съпротивление R, индуктивност L, електричен капацитет C, взаимна индукция M и др. Измерителният уред е материално средство за сравняване на дадена физична величина с предварително избрана единица мярка. Всеки измерителен уред има поне един първичен преобразувател или, накратко, сензор, който поражда началния информационен сигнал на входа му, и поне един изход, където се получава резултатът от измерването. Преобразувателите на електромагнитните измерителни уреди се основават на електромагнитното взаимодействие. Измерителните уреди може да бъдат класифицирани по различни признаци и конструктивни особености като: принцип на действие, вид на измерваната величина и др. Според вида на измерваната величина електромагнитните уреди биват: за измерване на ток (амперметър), за измерване на напрежение (волтметър), за измерване на електрично съпротивление (омметър) и др. По начина на получаване на резултатите от измерванията се различават уреди: за пряко измерване, за сравнение, сумиращи, контролиращи.

При измерването на електричен ток I с амперметър или на електрично напрежение U с волтметър физичната величина се преобразува в съответно преместване на подвижна част на уреда, което се отчита по специална скала. Според вида на електромагнитното взаимодействие в единствения си преобразувател, т. е. според принципа на действие, тези уреди може да се групират в следните най-често използвани системи:

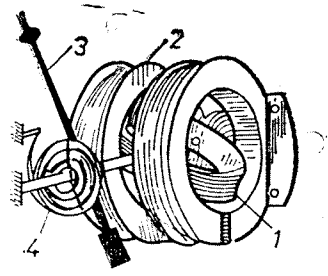
а) магнитоелектрична система — с постоянен магнит и въртяща се намотка — означение  . Както е показано на фиг. 6.1, между полюсите на магнита *1* има желязна сърцевина *2*, около която може да се върти намотката от жица *3* със закрепена на нея стрелка *4*. Двата края на тази намотка са свързани с входа на уреда чрез еластични спирали *5*, които създават необходимия противодействуващ момент на сила при отклоняването ѝ от нейното равновесно положение. С едно лостче това положение може да се избере така, че когато през намотката не протича ток, стрелката *4* да показва нула върху скалата на уреда. При тези уреди ъгълът на завъртане е правопропорционален на протичащия през намотката електричен ток, поради което скалата им е линейна. Електроизмерителните уреди от магнитоелектричната система могат да работят само когато



Фиг. 6.1



Фиг. 6.2



Фиг. 6.3

през тях минава електричен ток. Ако в тях е вграден някакъв изправител, те може да се използват и за измерване на променлив ток и напрежение.

б) електромагнитна система — с неподвижна намотка и въртяща се желязна сърцевина — означение  . Както е показано на фиг. 6.2, магнитното поле, създадено от тока в намотката *1*, завърта желязната сърцевина *2* заедно с носещата я

ос 3, на която е закрепена стрелката на уреда. В този случай ъгълът на завъртане е правопропорционален на квадрата на протичащия ток, поради което скалата е нелинейна. Тези уреди не са така точни, но са по-прости и може направо да измерват както постоянни, така и променливи токове и напрежения.

в) електродинамична система — с неподвижна и подвижна намотка — означение  . Подвижната намотка *1* е разположена във вътрешността на неподвижната намотка *2*, съставена от две еднакви части (фиг. 6.3). Стрелката *3* на уреда е закрепена на оста, на която може да се върти подвижната намотка. Ъгълът на завъртане е правопропорционален на квадрата на протичащия ток, поради което скалата е нелинейна. По-малката точност на тези уреди и в този случай се компенсира от тяхната простота и от възможността с тях направо да се измерват постоянни и променливи токове и напрежения.

Основни характеристики на описаните електроизмерителни уреди са следните:

а) обхват на уреда y_0 — представлява показанието на стрелката на уреда, когато тя сочи максималния брой единици n_0, означени върху неговата скала. Например, ако амперметърът може да измерва ток с максимална сила 1 А, се казва, че този уред има обхват 1 А. Съществуват еднообхватни и многообхватни уреди. Обхватът на някои уреди може да се променя.

б) константа на скалата на един уред при даден обхват се нарича отношението $c=\frac{y_0}{n_0}$, където y_0 е обхватът на уреда, а n_0 е броят на единиците върху скалата. Тя изразява колко единици от измерваната величина отговарят на една скална единица.

в) чувствителност s на уреда се нарича броят на скалните единици, на които се отмества индикаторът (стрелката, светлинният белег и др.) на уреда при промяна на измерваната величина с една единица. Когато стрелката сочи n единици и показанието ѝ отговаря на y единици, чувствителността на уреда е $s=\frac{n}{y}$. При линейна скала чувствителността на уреда е постоянна и равна на $\frac{1}{c}$ за всички нейни участъци, а при нелинейна скала за различните участъци от скалата тя е различна.

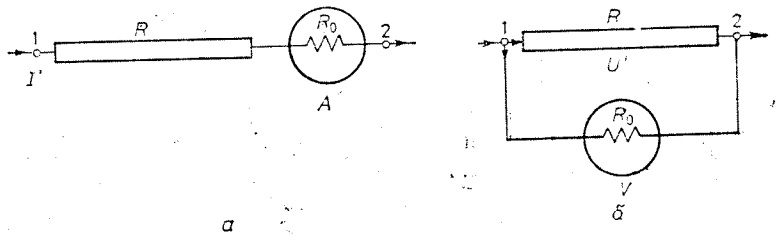
г) клас на точност k. Ако Δn_0 е максимално допусканата от държавния стандарт абсолютна грешка на уреда при неговите показания, изразената в проценти минимална относителна грешка $\frac{\Delta n_0}{n_0} \cdot 100\,\% = k$ се нарича клас на точност. Класът на точност се означава с цифри върху лицевата страна на уреда. Прецизни са уредите с клас на точност 0,05; 0,1; 0,2 или 0,5, а уредите

с клас на точност 1,0; 1,5; 2,5 или 4,0 се наричат технически.

Електроизмерителните уреди практически се използват не само самостоятелно, но и свързани в някаква електромагнитна информационна система, каквито са например и електронноизчислителните машини. Електромагнитните информационни системи се отличават с широк амплитуден и честотен диапазон на преобразуванията, с голяма бързина на извършването и разпространяването им.

6.1.1. Измервания с амперметър и с волтметър

Система от свързани един с друг проводници и източници на напрежение се нарича електрична верига. За да се измери токът I през проводник от веригата или напрежението U между две негови точки, уредът трябва да стане елемент на веригата, а с това той предизвиква изменение на тока и напрежението. Когато показанието на уреда е правопропорционално на протичащия през него ток и уредът се свърже последователно на проводника, такъв уред се нарича амперметър. Мястото на включване няма значение, тъй като големината на тока във всяка част от веригата е една и съща. На фиг. 6.4, *а* амперметърът А е свързан последователно на резистора R и показва изменения ток I' през така удължената верига. Ако същият уред се свърже успоредно на резистора R, този уред става волтметър V, защото неговото показание е правопропорционално на измененото напрежение U' между точките *1* и *2* на така разклонената верига (фиг. 6.4, *б*). За да



Фиг. 6.4

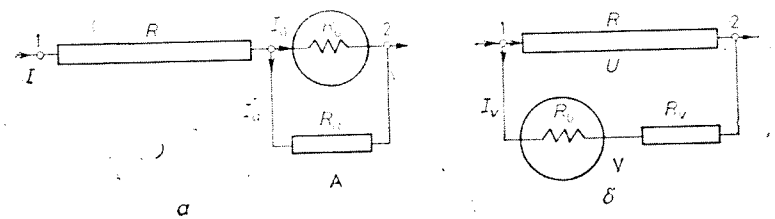
бъдат отчетените от уредите ток и напрежение I' и U' възможно по-близки до тока и напрежението I и U на неизменената от уреда електрична верига, трябва амперметърът да има съпротивление $R_0 \ll R$, а волтметърът — $R_0 \gg R$.

Първоначалният обхват I_0 на даден амперметър се увеличава, ако успоредно на него се свърже резистор със съпротивление R_a, наречен шънт (фиг. 6.5, *а*). Ако шънтът увеличава обхвата на амперметъра n_a пъти, т. е. може да се измерва електричен ток $I=n_a I_0$, от формулите за тока $I=I_0+I_a=n_a I_0$ през разклонената верига и за приложеното към нея напрежение $U_0=U_a=R_0 I_0=R_a I_a=(n_a-1)R_a I_0$, за съпротивлението на шънта се получава

(6.1) $$R_a=\frac{R_0}{n_a-1}.$$

Следователно, за да се увеличи обхватът на даден амперметър n_a пъти, е необходимо шънтът да е с (n_a-1) пъти по-малко съпротивление от вътрешното съпротивление на уреда.

За увеличаване на първоначалния обхват на волтметър последователно към него се свързва резистор със съпротивление R_v, наречен предрезистор (фиг. 6.5, *б*). Ако предрезисторът уве-



Фиг. 6.5

личава обхвата на волтметъра n_v пъти, като се използват законите на Ом и Кирхоф за напрежението $U=U_0+U_v=n_vU_0$, приложено към удължената верига, и за тока $I_v=\frac{U_0}{R_0}=\frac{U_v}{R_v}=\frac{(n_v-1)U_0}{R_v}$ през нея, за съпротивлението на предрезистора се получава

(6.2) $$R_v=(n_v-1)R_0.$$

Следователно, за да се увеличи обхватът на волтметъра n_v пъти, е необходимо съпротивлението на предрезистора да е (n_v-1) пъти по-голямо от вътрешното съпротивление на уреда.

Целта на експеримента е да се измерят токът I_1 през дадена електрична лампа и напрежението U_1, приложено на нея, като се използва един и същ уред веднъж пригоден с подходящ шънт като амперметър и втори път пригоден с подходящ предрезистор като волтметър. За източник на електродвижещо напрежение се използва напрежение ~ 220 V от мрежата. Търсеният ток през лампата ориентировъчно се намира по формулата $I_x=\frac{P_x}{220}$, където P_x е мощността на лампата, означена върху нея. Като се използват и означените върху уреда R_0 и I_0, се пресмята R_a на шънта, който трябва да се свърже, за да се увеличи обхватът на амперметъра необходимия брой n_a пъти. Константата на пригодения с шънта амперметър $c'_a=n_a\frac{I_0}{n_0}$, където n_0 е максималният брой единици, означени върху скалата на уреда. Освен това се определя и константата на пригодения с предрезистор уред като волтметър $c'_v=n_v\frac{U_0}{n_0}=\left(\frac{R_v}{R_0}+1\right)\frac{R_0I_0}{n_0}$, където R_v е съпротивлението на предрезистора, който трябва

да се свърже, за да се увеличи обхватът на волтметъра необходимия брой n_v пъти.

За измерване на тока през лампата се построява електрична верига по схемата на фиг. 6.5, *а*, където лампата се свързва на мястото на резистора R, а точките *1* и *2* се свързват към ~ 220 V. Ако n_A е броят на показваните от уреда единици, измерваният ток е $I_1=c'_An_A$. За измерване на приложеното на лампата напрежение се построява електрична верига по схемата на фиг. 6.5, *б*, където лампата се свързва на мястото на резистора R, а точките *1* и 2 се свързват към ~ 220 V. Ако n_V е броят на показваните от уреда единици, измереното напрежение е $U_1=c'_vn_V$. От така получените данни се пресмята мощността

$$P_1=U_1I_1.$$

Относителната грешка на P_1 се намира по формулата

(6.3) $$\frac{\Delta P_1}{P_1}=\frac{\Delta U_1}{U_1}+\frac{\Delta I_1}{I_1}=\frac{n_0}{n_V}\frac{k}{100}+\frac{n_0}{n_A}\frac{k}{100},$$

където k е класът на уреда, означен върху лицевата му страна. Ако изходните величини R_0 и I_0 нямат голяма абсолютна грешка и абсолютните грешки на използваните шънт R_a и предрезистор R_V може да се пренебрегнат, мощността P_x следва да лежи в доверителния интервал на пресметнатата мощност P_1.

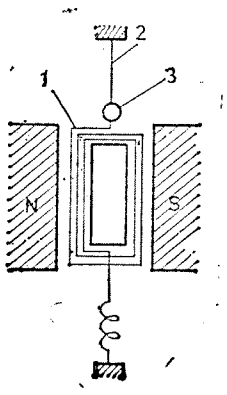
6.1.2. Измервания с галванометър

Галванометрите са магнитоелектрични уреди с висока чувствителност към ток и напрежение. С тях се измерват постоянни токове до 10^{-12} A и напрежения до 10^{-8} V. Използват се и като нулеви уреди, с които се установява отсъствието на ток, на напрежение, а също така и на електричен заряд. Съществуват галванометри с подвижна намотка или с подвижен постоянен магнит, както и галванометри с подвижна струна. Измервателната система на първите два вида може да бъде магнитоелектрична, електромагнитна или електродинамична. Най-голямо практическо приложение имат магнитоелектричните галванометри. Намотка *1* (фиг. 6.6) се поставя в постоянно хомогенно магнитно поле, а металната нишка 2, на която е окачено огледалцето *3*, освен за ос на въртене на огледалцето и намотката служи и за затваряне на електричната верига. При завъртане на намотката с огледалцето в нишката се създава и необходимият съпротивителен момент, който връща намотката към равновесното ѝ положение.

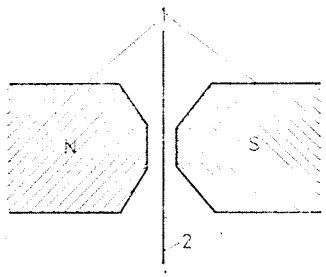
Чувствителността на галванометрите зависи от това, дали са стрелкови, огледални или струнни. С най-малка чувствителност са стрелковите галванометри. Конструктивно те приличат на електроизмерителните уреди от магнитоелектричната система. С тях се измерват токове, не по-малки от 10^{-7} A, докато с огле-

далните галванометри се измерват значително по-слаби токове — до 10^{-12} А.

Принципното устройство на преобразувателя на струнните галванометри схематично е дадено на фиг. 6.7. В поле, създа-



Фиг. 6.6



Фиг. 6.7

дено от постоянен магнит *1*, е опъната електропроводяща нишка *2* с дебелина около един микрон. При протичане на ток през нея се поражда магнитно поле, което взаимодейства с наличното магнитно поле. Това довежда до отклонение на нишката от равновесното ѝ положение, което се отчита с окулярен микрометър. Със струнните галванометри се измерват електрични токове от 10^{-10} до 10^{-12} А. Високата им чувствителност позволява с тях да се наблюдават и измерват не само статични, но и динамични характеристики на променящи се процеси.

Уравнението на движение на въртящата се част на галванометъра се получава, като се отчетат действията на моментите на сила върху нея. При ъгъл на завъртане β това уравнение има вида

$$\frac{d^2\beta}{dt^2}+2\gamma\frac{d\beta}{dt}+\omega_0^2\beta-\frac{NBAI}{J}=0, \tag{6.4}$$

където γ е коефициентът на затихване, ω_0 — собствената честота на трептене на въртящата се част, J — нейният инерчен момент, N — броят на навивките на намотката, B — магнитната индукция, A — площта, заградена от една навивка, а I — протичащият през намотката ток.

Уравнението (6.4) има следното решение:

$$\beta=\beta_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega t+\varphi), \tag{6.5}$$

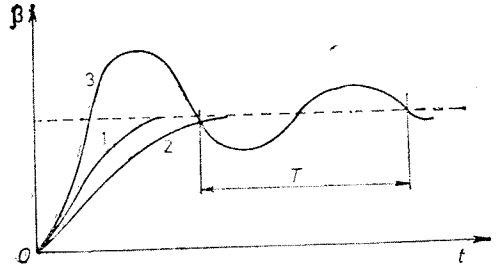
където β_0 е амплитудата на трептенията, φ — началната им фаза, а ω — тяхната кръгова честота. За нея е валиден изразът

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}=\frac{\sqrt{4JD-k^2}}{2J}, \tag{6.6}$$

където D е дирекционният момент на нишката. Коефициентът k на електромагнитното спиране на въртящата се част се определя от израза

$$k=\frac{N^2B^2A^2}{R+R_0}, \tag{6.7}$$

където R е съпротивлението на външната част на електричната верига, а R_0 е вътрешното съпротивление на галванометъра. Ако корените на характеристичното уравнение на (6.4) са реални и равни, въртящата се част се връща към равновесното си положение възможно най-бързо, без да го подминава. Това критично апериодично движение е представено графично с крива *1* на фиг. 6.8. В този случай $\omega=0$ и според (6.6) $k=2\sqrt{JD}$. Тогава в съответствие с (6.7) условието за критичен режим на работа на галванометъра е



Фиг. 6.8

$$R+R_0=\frac{N^2B^2A^2}{2\sqrt{JD}}. \tag{6.8}$$

Когато $k>2\sqrt{JD}$, корените на характеристичното уравнение на (6.4) са реални и различни, при което движението на въртящата се част е апериодично (фиг. 6.8, крива *2*). При $k<2\sqrt{JD}$ — трептенията са затихващи (фиг. 6.8, крива *3*). Корените на характеристичното уравнение в този случай са комплексно спрегнати числа.

При известна кръгова честота ω периодът T на трептенията се определя от израза

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{4\pi J}{\sqrt{4JD-k^2}}. \tag{6.9}$$

Тъй като за всеки галванометър инерчният момент J и дирекционният момент D са постоянни величини, периодът на трептенията зависи само от коефициента на електромагнитното спиране k.

При отворена електрична верига ($k=0$) за периода се получава

$$T=T_0=2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}. \tag{6.10}$$

Галванометрите с голям инерчен момент се наричат балистични. Те се използват за измерване на електрични заряди при краткотрайни токови импулси. При някои галванометри се налага повишаване на инерчния момент, което се постига с поставяне на допълнителни тежести към въртящата се част или феромагнитни шайби към намотката. Такива галванометри се използват при снемане на характеристики на сравнително бързи електрични процеси.

Видът на движението на въртящата се част съществено зависи от коефициента на електромагнитното спиране. От израза (6.7) се вижда, че коефициентът е обратнопропорционален на сумата от вътрешното съпротивление R_0 на галванометъра и съпротивлението R на външната част на електричната верига. Ако с $R_c=\frac{N^2B^2A^2}{2\sqrt{JD}}$ се означи критичното съпротивление на даден галванометър, различните режими на работа се определят от следните условия:

$R_c=R+R_0$ — галванометърът е в критичен режим,
$R_c<R+R_0$ — галванометърът е в периодичен режим,
$R_c>R+R_0$ — галванометърът е в апериодичен режим.

Най-удобно се работи в периодичен режим с голямо затихване малко преди критичния режим. Тогава след едно-две отклонения от новото си равновесно положение показалецът на галванометъра застава в него, при което отчитането става бързо и сигурно.

При включване на галванометъра в затворена електрична верига през намотката му протича електричен ток, поради което тя се завърта на определен ъгъл β и след няколко трептения спира. Като се вземе предвид, че в този случай

$$\frac{d^2\beta}{dt^2}=\frac{d\beta}{dt}=0, \tag{6.11}$$

от (6.4) за β се получава

$$\beta=\frac{NBAI}{J\omega_0^2}. \tag{6.12}$$

Величината

$$s_i=\frac{NBA}{J\omega_0^2}=\frac{\beta}{I}=\frac{1}{c_i} \tag{6.13}$$

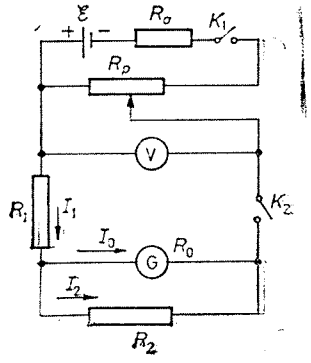
се нарича чувствителност на галванометъра за ток. Реципрочната ѝ величина определя токовата константа c_i на галванометъра. По подобен начин се дефинира и чувствителността s_V на галванометъра за напрежение:

$$s_V=\frac{\beta}{U}=\frac{NBA}{J\omega_0^2R_0}=\frac{1}{c_V}, \tag{6.14}$$

където U е измереното напрежение. Константата c_V на галванометъра за напрежение е равна на реципрочната стойност на s_V.

Както при обикновените електроизмерителни уреди, така и при галванометрите константите за ток и напрежение се определят от съответните ток или напрежение, които предизвикват завъртане на намотката на ъгъл, равен на един радиан.

Критичното съпротивление на галванометъра R_c обикновено се записва върху лицевата му страна. За определяне на R_c може да се използва електричната верига, показана на фиг. 6.9. В нея са включени следните елементи: R_a е високоомен резистор с постоянно съпротивление, R_p — потенциометър, R_1 и R_2 — променливи резистори, V — волтметър за отчитане напрежението на изхода на потенциометъра, $\mathcal{E}$ — източник на постоянно напрежение, K_1 и K_2 — ключове на веригата. Преди да се свърже източникът на напрежение с ключа K_1, променливите резистори се нагласяват на означените върху тях съпротивления. След това с потенциометъра се подава напрежение, не по-голямо от 10 mV. Галванометърът се настройва на най-чувствителния обхват ($\times 1$) и се нулира, след което с ключа K_2 той се свързва към електричната верига. Светлинният белег започва да се движи по скалата на галванометъра и като наближи новото си равновесно положение, галванометърът се изключва от веригата с ключа K_2, за да се види как белегът се връща към началното си равновесно положение. Ако движението на белега около началното равновесно положение е периодично, съпротивлението R_2 трябва донякъде да се намали, а ако това движение е затихващо, съпротивлението R_2 трябва донякъде да се увеличи. После чрез включване и изключване на K_2 светлинният белег наново се отклонява от началното си равновесно положение и пак се оставя да се връща към него, за да се определи доколко галванометърът се е приближил до критичния режим на работа. По този метод на последователните приближения се намира онова съпротивление R_2, при което галванометърът работи възможно най-точно в критичен режим. Тогава търсеното критично съпротивление на галванометъра $R_c=R_2+R_0$ може точно да се определи, като допълнително се измери и вътрешното съпротивление R_0 на галванометъра.



Фиг. 6.9

Вътрешното съпротивление R_0 и константата за ток c_i на галванометъра се определят, като се използва описаната вече електрична верига на фиг. 6.9. При същото съпротивление R_1 и същата настройка на галванометъра за две близки до R_c различни съпротивления R_2' и R_2'' на резистора R_2 се отчитат деленията n' и n'', на които се отклонява светлинният белег по скалата при затваряне на ключовете K_1 и K_2. Понеже $R_1 \gg R_0$ и $R_2 \gg R_0$, от законите на Кирхоф и Ом следват равенствата

$$I_2' R_2' = I_0' R_0, \qquad I_2'' R_2'' = I_0'' R_0,$$

и

$$I_1 = I_2' + I_0' \qquad I_1 = I_2'' + I_0''. \tag{6.15}$$

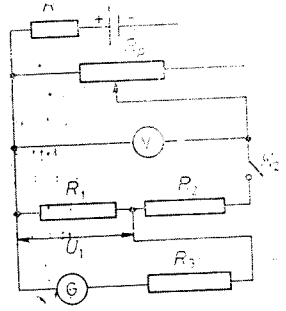
Като се вземе предвид, че $I_0' = c_i n'$ и $I_0'' = c_i n''$, за вътрешното съпротивление R_0 и за константата c_i на галванометъра се получава

$$R_0 = \frac{R_2' R_2'' (n'' - n')}{n' R_2'' - n'' R_2'} \quad \text{и} \quad c_i = \frac{I_0' + I_0''}{n' + n''}, \tag{6.16}$$

където токовете I_0' и I_0'' се пресмятат от изразите

$$I_0' = \frac{U R_2'}{R_1 (R_2' + R_0)} \quad \text{и} \quad I_0'' = \frac{U R_2''}{R_1 (R_0 + R_2'')},$$

а необходимото за това напрежение U се отчита по волтметъра.



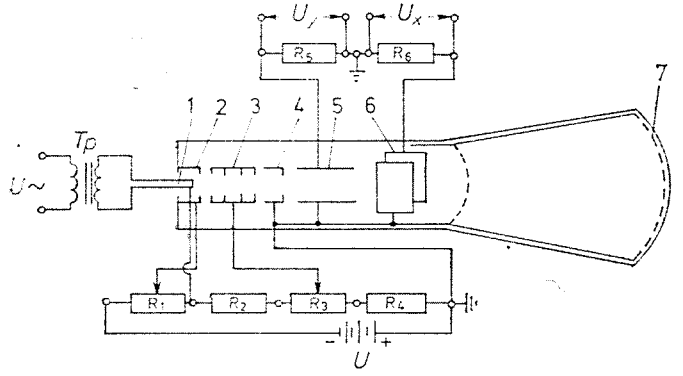
Фиг. 6.10

За измерване на напрежението U_1 между краищата на резистор R_1 се използва електричната верига, дадена на фиг. 6.10. В нея последователно на галванометъра е свързан резистор R_3 с променливо съпротивление, а другите й елементи са същите, както при електричната верига на фиг. 6.9. Затваря се ключът K_1 и с потенциометъра R_p се прилага напрежение, по-малко от 10 mV. Съпротивлението на резистора R_2 се избира около 100 пъти по-голямо от това на резистора R_1. Включва се галванометърът на най-чувствителния обхват, а съпротивлението на R_3 се подбира така, че галванометърът да работи в критичен режим. Тогава при затворен ключ K_2 се отчита броят на деленията n_v, на които се отклонява светлинният белег от нулевото си положение. Като се използват връзката $c_v = R_0 c_i$ и резултатите за определените вече R_0 и c_i, се пресмята и константата по напрежение c_v на галванометъра. Тогава $U_1 = c_v n_v$.

6.1.3. Измервания с електроннолъчев осцилоскоп

Широкото и разнообразно приложение на електроннолъчевите осцилоскопи във всички области на съвременната наука и техника се дължи преди всичко на голямата им чувствителност към измерваните електрични величини и на практическата им безинертност при изследване на променливи процеси, което дава възможност за отчитане на електрични токове и напрежения с най-различни големини и честоти. Свързан с подходящи сензори, осцилоскопът се използва при изследването на редица неелектрични явления и процеси.

Най-съществената съставна част на всеки осцилоскоп е електроннолъчевата тръба (фиг. 6.11). Тя представлява вакуумиран

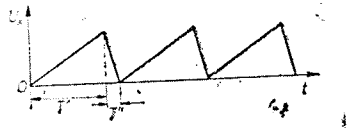


Фиг. 6.11

крушовиден стъклен балон. Разширената му част завършва с почти плоско дъно, вътрешната страна на което е покрита с флуоресциращо вещество и изпълнява ролята на екран 7. В стеснената част на електроннолъчевата тръба са разположени електронен източник *1* и управляващи електроди *2, 3, 4, 5* и *6*. Поради предназначението си тя се нарича електронен прожектор. Повърхността на електронния източник (катод) е покрита с бариев или стронциев окис, с което се намалява отделителната работа на електроните в метала. На електрода *2* се прилага няколко десетки волта отрицателен спрямо катода потенциал, от който зависи интензивността на електронния лъч. Този потенциал се регулира с потенциометъра R_1, изведен на лицевия панел на осцилоскопа с надпис «яркост» и означение ☼. Фокусиращият електрод *3* съдържа няколко диафрагми с отвори в средата. Той изпълнява ролята на първи анод, тъй като потенциалът му спрямо катода е положителен. В него се формира електронният сноп и електроните се ускоряват. Фо-

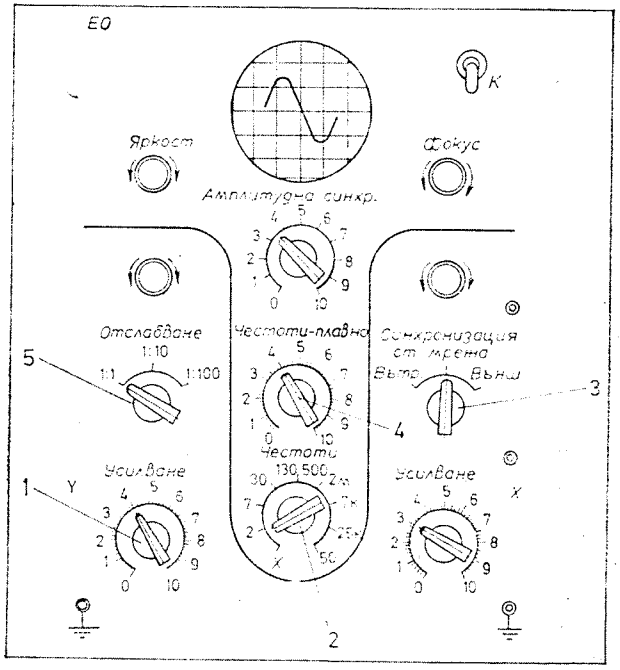
кусиращият електрод се управлява от потенциометъра R_3, чийто извод върху лицевия панел е с надпис «фокус» и означение ◎ . Напрежението му спрямо катода е неколкостотин волта. За втори анод се използва електродът *4*. Той представлява метален цилиндър с отвор към катода и диафрагма към страната на екрана. Напрежението му е десетки пъти по-голямо от това на първия анод.

За изменение посоката на електронния лъч, което води до преместване на светещото петно върху екрана, се използват двойките плочи *5* и *6*. Първата двойка е предназначена за отклоняване на електронния лъч във вертикално направление и клемите за нея са изведени на панела с означение Y, а втората служи за отклоняване на лъча в хоризонтално направление и клемите за нея са изведени на панела с означение X. При отсъствие на напрежение между двойките плочи електронният лъч попада в средата на екрана. Ако на вертикално отклоняващите плочи се подаде периодично изменящо се напрежение U_y, електронният лъч започва да трепти между тях и при достатъчно голяма честота на трептенията на екрана се появява вертикална светеща линия. Дължината ѝ зависи от амплитудата на напрежението U_y. За да се наблюдават измененията на това напрежение в зависимост от времето t, на хоризонтално отклоняващите плочи се прилага подходящо периодично изменящо се разгъващо напрежение U_x. То равномерно нараства с течение на времето t, а това води до преместване на електронния лъч в хоризонтално направление. Когато лъчът стигне до края на екрана, U_x почти моментално става нула, след което отново започва равномерно да нараства — вж. трионообразната форма на разгъващото напрежение ($T' \gg T''$), показана на фиг. 6.12. При едновременно подаване на изследваното напрежение U_y на плочите Y и на разгъващото напрежение



Фиг. 6.12

U_x на плочите X електронният лъч извършва сложно движение и на екрана на осцилоскопа се изобразява графично зависимостта на напрежението U_y от времето t (вж. фиг. 1.4). По една от плочите *5* и *6* е заземена и върху панела е дадена с означение ⏚ (фиг. 6.13). Разгъващото напрежение се подава на входа X на осцилоскопа, когато ключът 2 е в положение X. Осцилоскопът обикновено има и вграден в него генератор за разгъващо напрежение, който се включва към електродите за хоризонтално отклоняване на електронния лъч посредством ключа 2, поставен на някое от следващите положения за скокообразно изменение



Фиг. 6.13

на честотата на разгъващото напрежение. Тези изменения може плавно да се регулират с потенциометъра *4*, за да стане честотата на разгъващото напрежение кратна на честотата на изследваното напрежение, при което картината на неговото изменение застава неподвижна върху екрана на осцилоскопа. Най-често поради недостатъчна стабилност на честотата на генератора картината върху екрана трепти. За удобно синхронизиране на честотата на разгъващото напрежение U_x с честотата на изследваното напрежение U_y някои осцилоскопи може да се настроят за работа в т. нар. чакащ режим (вж. 1.1.2).

Осцилоскопът се включва към мрежата с напрежение ~220 V посредством ключа K, след което с копчетата «яркост» и «фокус» светлото петно върху екрана на осцилоскопа се регулира до получаването на подходящо ярка точка. Ключът *2* се поставя на положение X, а ключът за синхронизация *3* се поставя на положение «Вътрешна». Ключът за вертикално усилване *5* се поставя на положение 1:1, а ключът *1* — в крайно дясно по-

ложение. Калибровката на вертикалния усилвател се извършва, като на входа Y се подаде контролното променливо напрежение U_c на осцилоскопа с постоянна ефективна стойност, равна на 0,1 V. По мрежата върху екрана се отчита колко сантиметра l_ν от вертикалната скала покрива контролният сигнал при различните обхвати на вертикалния усилвател. Оттук може да се определят чувствителността на осцилоскопа

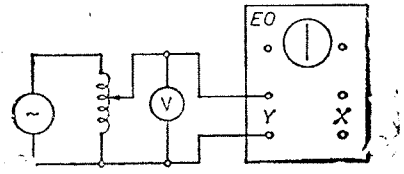
$$s=\frac{l_\nu}{2\sqrt{2}\,U_c} \tag{6.17}$$

и съответният коефициент на вертикално усилване

$$c=\frac{2\sqrt{2}\,U_c}{l_\nu} \tag{6.18}$$

за всеки от обхватите с кратност на усилването $\nu=10, 100$ или 1000. Множителят $2\sqrt{2}$ показва, че наблюдаваната височина l отговаря на удвоената максимална амплитуда на напрежението $U_m=\sqrt{2}\,U_c$. След това контролното напрежение се изключва от входа Y и се подава ниско променливо напрежение U_y от звънчев трансформатор, след което ключът *2* се поставя на подходящ честотен обхват. С плавно изменяне на честотата на разгъващото напрежение върху екрана на осцилоскопа се получава неподвижна картина на измененията на напрежението U_y, която в зависимост от кратността съдържа едно, повече от едно или части от едно периодично изменение на напрежението U_y.

За по-точно определяне на коефициента на вертикално усилване, особено при голяма кратност ν на делителя на вертикалния усилвател, се използва подходящ външен източник на напрежение U_y (фиг. 6.14). Напрежението се подава на входа Y на осцилоскопа при положение X на ключа *2*, а ключът *5* се



Фиг. 6.14

поставя в положение $\nu=1$. Като се мени напрежението U_y, получената вертикална линия се нагласява така, че точно да изпълва цялата дължина l_0 на вертикалната скала на екрана. Това напрежение U_{y1} се измерва с високоомен волтметър. По същия начин се намират и напреженията $U_{y\nu}$ за останалите кратности $\nu=10$ и $\nu=100$ с ключа *5*. Константата на вертикалния усилвател в случая се намира по формулата

$$c_\nu=\frac{2\sqrt{2}\,U_{y\nu}}{l_0\nu}. \tag{6.19}$$

При известна константа c_ν ефективната стойност на неизвестното напрежение U ще бъде

$$U=\frac{\nu l c_\nu}{2\sqrt{2}}, \tag{6.20}$$

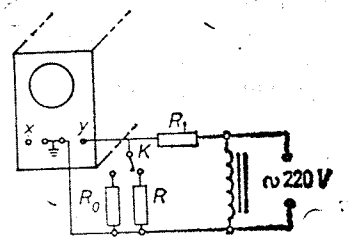
където l е цялата дължина, отчетена по вертикалната скала при подадено напрежение U на входа Y на осцилоскопа.

Относителната грешка на U се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta U}{U}=\frac{\Delta l}{l_0}+\frac{\Delta l}{l}+\frac{n_0}{n_\nu}\,\frac{k}{100}, \tag{6.21}$$

където абсолютната грешка $\Delta l_0=\Delta l$ се оценява от измерващия, n_0 е броят на единиците, означени върху скалата на волтметъра, n_ν — броят на единиците, показвани от стрелката на волтметъра при измерване на напрежението $U_{y\nu}$, а k — класът на волтметъра в проценти. Когато върху екрана на осцилоскопа няма нанесена координатна мрежа, дължините l_ν, l_0 и l се отчитат с милиметрова линийка.

Съпротивлението R на резистор може да се измери, като той се включи в електричната верига, представена на фиг. 6.15. Напрежението между краищата на резистора R се подава на входа Y на осцилоскопа при положение X на ключа *2*. При подходящо положение на ключа *5* се измерва дължината l на

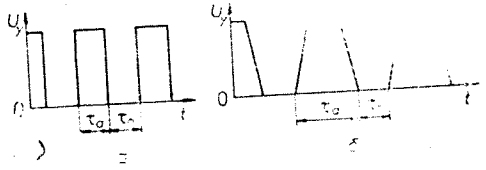


Фиг. 6.15

получената върху екрана на осцилоскопа вертикална линия. След това с ключа K се изключва резисторът R и на негово място се поставя магазинен резистор. От него се подбира резистор с такова съпротивление R_0, при което на екрана да се получи линия с дължина l_0, равна на l. Тогава неизвестното съпротивление R е равно на съпротивлението R_0 на включения във веригата резистор. При тези измервания се приема, че елементите на електричната верига нямат реактивни съпротивления. Точността на измерването се определя главно от това, доколко съпротив-

ленията, използвани за сравняване с изследваното, са близки до еталонните.

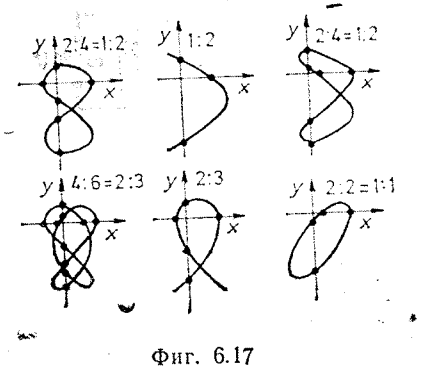
Когато изменението на формата на напреженията с времето става рязко, а не плавно, както при синусоидалните, напреженията се наричат несинусоидални, или още импулсни. В зависимост от формата си те биват: трионообразни (фиг. 6.12), правоъгълни (фиг. 6.16, *а*) и трапецовидни (фиг. 6.16, *б*). По-важните параметри, които характеризират тези напрежения, са: ам-



Фиг. 6.16

плитуда A, период на повторение на импулса $T=\tau_a+\tau_п$, където τ_a е ширината на импулса, $\tau_п$ е продължителността на паузата (фиг. 6.16). Следователно периодът T е времето от началото на появата на един импулс до началото на следващия със същата полярност.

Измерването на честоти с осцилоскоп се основава на сравняването на измерваната честота f_x с известна f_y. Същността на метода е следната: на входа X на осцилоскопа се подава изследваното променливо напрежение, а на входа Y — напрежението с известна честота f_y, която може плавно да се изменя. Например f_y може да се подаде от тонгенератор с плавно изменяща се честота. При едновременното подаване на синусоидални напрежения на входовете X и Y на осцилоскопа на екрана му се наблюдават сложни криви, наречени криви на Лисажу (фиг. 6.17). Видът



Фиг. 6.17

на получените криви зависи от съотношението между честотите f_x и f_y на напреженията, както и от фазовите им разлики. При

условие че фигурите са неподвижни, честотите на двете напрежения се отнасят, както целите числа n_x и n_y.

$$\frac{f_x}{f_y}=\frac{n_y}{n_x}.$$

За неизвестната честота се получава

$$f_x=\frac{n_y}{n_x}f_y.$$

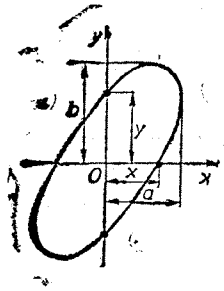
Отношението f_x/f_y се определя, като се намери броят на пресечните точки на кривата с прави, успоредни на осите x и y — това са съответно n_x и n_y, или броят на допирните точки на кривата с допирателните към нея, успоредни на осите.

В най-простия случай, когато двете честоти и амплитуди са равни, фигурите на Лисажу представляват елипси, които при фазова разлика $\varphi=0$ или π се израждат в прави, а при $\varphi=-\pi/2$ — в окръжност. Като приемем, че усилвателите за хоризонтално и вертикално отклонение няма да променят фазовата разлика между постъпващите в тях сигнали, за отклоненията на лъча върху екрана по осите x и y можем да напишем съответно

$$x=a\sin\omega t,$$

$$y=b\sin(\omega t+\varphi),$$

където a и b са максималните отклонения съответно по осите x и y (фиг. 6.18). За $t=0$, $x=0$, $y=b\sin\varphi$, откъдето за фазовата разлика се получава



Фиг. 6.18

$$\sin\varphi=\frac{y}{b}.$$

6.1.4. Измервания с постояннотокови мостове

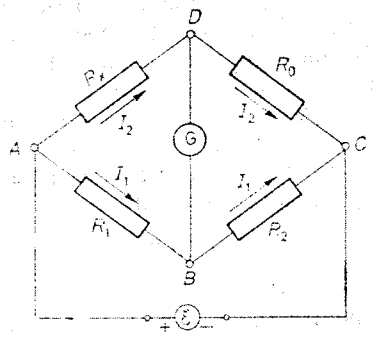
Уитстъновият мост е една от най-простите и удобни схеми за измерване на съпротивления. Състои се от четири резистора, свързани по посочения на фиг. 6.19 начин, източник на напрежение $\mathcal{E}$ и чувствителен уред за ток (галванометър) G. Същин-

ският мост, който дава името на схемата, е проводникът BD, свързващ галванометъра с точките B и D. В общия случай ще тече ток през всички клонове на веригата, включително и през галванометъра. Съпротивленията на резисторите R_0, R_1 и R_2 може да се подберат така, че потенциалите в точките B и D да се изравнят. В такъв случай през галванометъра няма да тече ток и казваме, че мостът е уравновесен. Като се вземе предвид, че

$$U_{AB}=I_1R_1=I_2R_x=U_{AD}$$

(6.22)

$$U_{BC}=I_1R_2=I_2R_0=U_{DC},$$



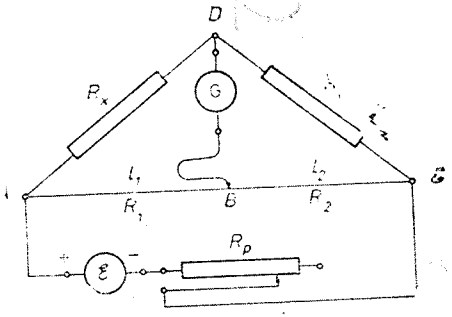
Фиг. 6.19

за неизвестното съпротивление се получава изразът

$$R_x=R_0\frac{R_1}{R_2},$$

(6.23)

т. е. R_x може да се определи, ако се знае R_0 и отношението R_1/R_2. На практика съпротивлението R_0 се взима от еталонен набор съпротивления, а двете последователно свързани съпротивления R_1 и R_2 се вземат под формата на жица AC (фиг. 6.20),



Фиг. 6.20

наречена реохорд, който се дели от плъзгача B на две части. Понеже съпротивленията R_1 и R_2 на частите AB и BC на реохорда в този случай се изменят само с изменението на дължините им l_1 и l_2, $\frac{R_1}{R_2}=\frac{l_1}{l_2}$ и формула (6.23) приема вида

$$R_x=R_0\frac{l_1}{l_2}.$$

(6.24)

Следователно при дадено R_0, за да се намери R_x, трябва да се намери онова положение на плъзгача, при което мостът е уравновесен.

Измерването се извършва в следната последователност: За да се предпази галванометърът от претоварване, в началото на измерването предпазният реостат трябва да бъде включен изцяло. След това уравновесяване се изключва част от съпротивлението R_p и мостът се уравновесява по-точно. После се подбира такова съпротивление R_p, че стрелката на нулевия уред да дойде максимално близко до нулата. Тогава по милиметровата скала край реохорда се отчитат дължините l_1 и l_2. Измерванията се повтарят и при разменени места на R_x и R_0, за да се компенсира евентуалната нееднаквост на реохорда по неговата дължина. Получените резултати се обработват в табл. 6.1.

Таблица 6.1

№	R_0, Ω	l_1, cm	l_2, cm	R_x, Ω
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				
n				

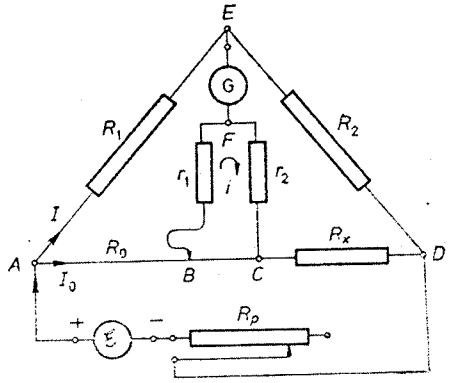
Относителната грешка на R_x за всяко отделно измерване се определя от израза

$$\frac{\Delta R_x}{R_x}=\frac{\Delta R_0}{R_0}+\frac{\Delta l}{l_1}+\frac{\Delta l}{l_2},$$

(6.25)

където $\frac{\Delta R_0}{R_0}$ е означено в проценти върху съответния използван резистор, а абсолютната грешка $\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l$ се оценява от измерващия. За дадени R_0 и Δl относителната грешка $\Delta R_x/R_x$ е минимална при $l_1=l_2=\frac{l}{2}$, където l е цялата дължина на реохорда. Затова е коректно да се вземе средноаритметичното $\overline{R_x}$ само на онези резултати R_{xi}, които са получени при уравновесяване на моста при отклонение на плъзгача B от средата на реохорда, ненадвишаващо няколко процента от дължината l.

С уитстъновия мост се измерват съпротивления на резистори от няколко десетки мегаома до 1 Ω с относителна грешка до части от процента. За измерване на съпротивления от 1 до 10^{-6} Ω се използва т. нар. двоен (томсънов) мост, който е пригоден да намалява влиянието на съпротивленията на съединителните проводници върху точността на измерване на такива малки съпротивления. Както е показано на фиг. 6.21, неизвестното малко съпротивление R_x и реохордът AC са свързани последователно към източника. Реохордът трябва да е изготвен от точно калибриран проводник с познато съпротивление R от порядъка на R_x. Съпротивленията



Фиг. 6.21

на останалите резистори R_1, R_2, r_1 и r_2 трябва да бъдат много по-големи от R_x. Когато мостът е уравновесен,

$$U_{AB}+U_{BF}=U_{AF},$$

(6.26)

$$U_{FC}+U_{CD}=U_{ED}.$$

Ако l е цялата дължина на реохорда, съпротивлението на единица дължина от него е $\tau_R=\frac{R}{l}$, а съпротивлението на частта ABC с дължина l_0 се изразява с $R_0=\tau_R l_0$. Тогава зависимостите (6.26) приемат вида $R_0 I_0+r_1 i=R_1=R_1 I$ и $R_x I_0+r_2 i=R_2 I$, откъдето чрез почленно делене се получава

$$\frac{R_x}{R_0}=\frac{R_2}{R_1}\,\frac{I-i\,\frac{r_2}{R_2}}{I-i\,\frac{r_1}{R_1}}.$$

При $\frac{r_1}{R_1}=\frac{r_2}{R_2}$ измереното съпротивление R_x се намира по формулата

(6.27)

$$R_x=\tau_R l_0\,\frac{R_2}{R_1},$$

където съпротивленията на съединителните проводници са пренебрегнати като много по-малки от съпротивленията на резисторите R_1, R_2, r_1 и r_2. Съпротивлението R_x се измерва при най-малко три стойности на отношенията $\frac{R_1}{R_2}=\frac{r_1}{r_2}$ — 1; 5 и 10.

Относителната грешка при всяко отделно измерване е

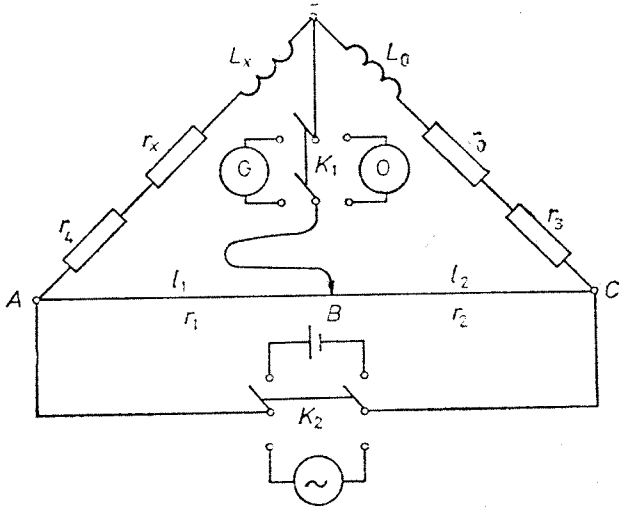
$$\frac{\Delta R_x}{R_x}=\frac{\Delta R}{R}+\frac{\Delta l}{l}+\frac{\Delta l}{l_0}+\frac{\Delta R_1}{R_1}+\frac{\Delta R_2}{R_2},$$

където $\frac{\Delta R}{R}$, $\frac{\Delta R_1}{R_1}$ и $\frac{\Delta R_2}{R_2}$ са означени в проценти върху съответния използван резистор, а абсолютната грешка $\Delta l_0=\Delta l$ се оценява от измерващия.

6.1.5. Измервания с променливотокови мостове

Променливотоковите мостове намират широко практическо приложение за измерване на индуктивност L, на капацитет C и на електрични съпротивления на електролити.

Един от методите за измерване на индуктивности се осъществява с т. нар. мост на Максуел, който е своеобразна модификация на постояннотоковия уитстънов мост (фиг. 6.22). На



Фиг. 6.22

схемата L_0 е известна индуктивност на магазинна бобина, L_x е неизвестната индуктивност на дадена бобина, r_0 и r_x са съответните активни съпротивления на тези бобини, r_3 и r_4 са съпротивленията на допълнителни магазинни резистори към тях, а r_1 и r_2 са съпротивленията на раменатa на моста, образувани от реохорда AC и плъзгача B. Нека мостът е свързан с източника на

променливо напрежение. За да не протича ток през индикатора за променлив ток в диагонала DB, т. е. мостът да бъде уравновесен, трябва да бъдат изпълнени две условия: първо, потенциалната разлика между точките D и B да бъде равна на нула и, второ, фазовата разлика между напреженията в тези две точки да бъде еднаква. От теорията на променливите токове се получава, че за да се изпълнят тези две условия, трябва да се спази следното съотношение:

$$\frac{\dot{Z}_x}{\dot{Z}_0}=\frac{r_1}{r_2}=\frac{l_1}{l_2}, \tag{6.28}$$

където $\dot{Z}_x$ е комплексното съпротивление на рамото на моста AD, а $\dot{Z}_0$ е комплексното съпротивление на рамото CD. Като се запишат комплексните съпротивления във вида

$$\dot{Z}_x=R_x+j\omega L_x,$$
$$\dot{Z}_o=R_0+j\omega L_0, \tag{6.29}$$

където $j=\sqrt{-1}$, и тези две равенства се заместят в (6.28), получаваме

$$R_x r_2+jr_2\omega L_x=R_0 r_1+jr_1\omega L_0. \tag{6.30}$$

За да е изпълнено това равенство, е необходимо едновременно и поотделно реалните и имагинерните части да бъдат равни, т. е.

$$R_x r_2=R_0 r_1,\ \frac{R_x}{R_0}=\frac{r_1}{r_2}, \tag{6.31}$$

$$r_2\omega L_x=r_1\omega L_0,\ \frac{L_x}{L_0}=\frac{r_1}{r_2}. \tag{6.32}$$

Тези две уравнения определят условията, при които мостът е уравновесен за променлив ток. Уравнение (6.31) показва, че е необходимо едновременно мостът да е уравновесен и за постоянен ток. Тогава от (6.32) за неизвестната индуктивност L_x се получава

$$L_x=L_0\frac{r_1}{r_2}=L_0\frac{l_1}{l_2}. \tag{6.33}$$

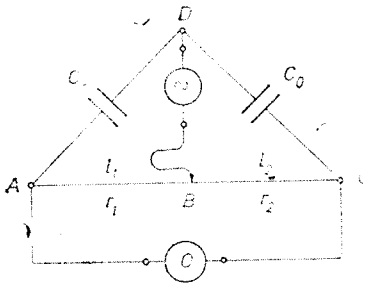
При захранване на моста само с променливо електродвижещо напрежение едновременното изпълняване на двете условия за равновесие (6.31) и (6.32) се постига трудно. За да се опрости работата по уравновесяването, е предвидено с превключвателите K_1 и K_2 мостът да може да се преобразува и в постояннотоков. В началото той се включва като променливотоков и при положение на плъзгача B по средата на реохорда от магазинната бобина се подбира онази, за която отвесната линия върху екрана на осцилоскопа O става минимална. След това мостът се включва като постояннотоков и без да се мести плъзгачът B, се изменят съпротивленията на магазинните резистори r_3 и r_4 така, че галванометърът G да покаже нула. После отново мостът се включва като променливотоков и като се мести плавно плъзгачът B, се намира онова положение, при което сигналът върху екрана на осцилоскопа е минимален. Последните две операции се повтарят неколкократно, докато мостът се уравновеси напълно. Тогава търсената индуктивност L_x се намира от (6.33).

Относителната грешка на L_x се определя по формулата

$$\frac{\Delta L_x}{L_x}=\frac{\Delta L_0}{L_0}+\frac{\Delta l}{l_1}+\frac{\Delta l}{l_2},$$

където $\Delta L_0/L_0$ е означено в проценти върху магазинната бобина, а абсолютната грешка $\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l$ се оценява от измерващия.

За измерване на капацитет C_x на кондензатор без загуби се използва променливотоковият мост на Соти (фиг. 6.23). Тук



Фиг. 6.23

C_0 е известен капацитет на магазинен кондензатор, а r_1 и r_2 са съпротивленията на рамената на моста, образувани от реохорда AC и плъзгача B. Аналогично, както при определяне на индуктивност с мост, условието за уравновесяване на моста има вида

$$\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_x}=\frac{r_1}{r_2}=\frac{l_1}{l_2}. \tag{6.34}$$

Комплексните съпротивления $\dot{Z}_0$ и $\dot{Z}_x$ са

$$\dot{Z}_0=\frac{1}{j\omega C_0}\ \text{и}\ \dot{Z}_x=\frac{1}{j\omega C_x}.$$

Като се заместят $\dot{Z}_0$ и $\dot{Z}_x$ в (6.34), се получава

$$\frac{j\omega C_x}{j\omega C_0}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{l_2}{l_1},$$

или

$$C_x=C_0\frac{r_2}{r_1}=C_0\frac{l_2}{l_1}. \tag{6.35}$$

За най-точното изпълнение на условието (6.35) за уравновесяване на моста на Соти плъзгачът B се поставя по средата на реохорда

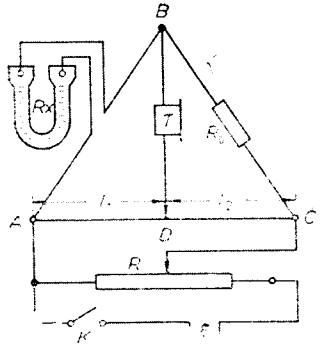
и от магазинния кондензатор се подбира онзи, за който отвесната линия върху екрана на осцилоскопа O става минимална. След това плъзгачът B се мести плавно, за да се намери точното положение, при което сигналът върху екрана на осцилоскопа следва да стане нула, ако загубите на кондензатора C_x може да се пренебрегнат.

Относителната грешка на C_x се намира по формулата

$$\frac{\Delta C_x}{C_x}=\frac{\Delta C_0}{C_0}+\frac{\Delta l}{l_1}+\frac{\Delta l}{l_2},$$

където $\Delta C_0/C_0$ е означено в проценти върху магазинния кондензатор, а абсолютната грешка $\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l$ се оценява от измерващия.

За измерване съпротивлението на електролити се използва т.нар. мост на Колрауш (фиг. 6.24). Изследваният разтвор се



Фиг. 6.24

налива в U-виден съд, включен в електричната верига и изпълняващ ролята на резистор със съпротивление R_x. Като измерителен уред се включва телефонна слушалка, галванометър или осцилоскоп. Плъзгачът се движи дотогава, докато звукът в слушалката изчезне, т.е. когато през нея не протича ток. От условието за равновесие на моста

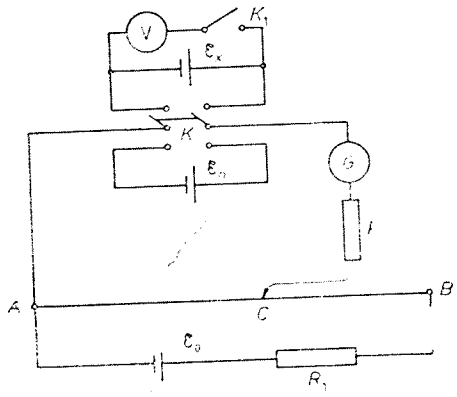
$$R_x=R_0\,\frac{l_1}{l_2}$$

се изчислява непознатото съпротивление на електролита R_x.

6.1.6. Електрични измервания по компенсационен метод

Компенсационният метод за измерване на електрични величини се характеризира с голяма точност на получените резултати. Той се свежда до измерване на определено напрежение U_x чрез сравняването му с електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_n$ на еталонен източник. Основното предимство на този метод е, че в

електричната верига на измереното напрежение U_x не протича електричен ток. Това дава възможност непосредствено да се измери неизвестното електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_x=U_x$, като съпротивленията на елементите от тази верига не влияят на резултатите от измерването. Електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_0$ на спомагателния източник (фиг. 6.25) трябва да е по-голямо от из-



Фиг. 6.25

мереното електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_x$. Предназначението на $\mathcal{E}_0$ е да поддържа постоянен ток във веригата на реохорда AB. Единият полюс на източника $\mathcal{E}_x$ е свързан с плъзгача C посредством магазинен резистор R и галванометър G, а другият е съединен с края A на реохорда. Когато едноименните полюси на тези два източника на напрежение са свързани един срещу друг в общата за тях електрична верига, по реохорда винаги има участък с дължина $AC=l_x$, за който протичащият през реохорда ток I създава компенсиращо напрежение $U_{AC}=IR_x=\mathcal{E}_x$ и токът през допълнителната верига с галванометъра става равен на нула. В случая токът I се определя само от елементите на основната верига със спомагателния източник $\mathcal{E}_0$. Както е показано на фиг. 6.25, чрез превключвателя K в допълнителната верига с галванометъра може да се свърже еталонен източник с известно електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_n<\mathcal{E}_0$ вместо източника $\mathcal{E}_x$. Тогава компенсиращото напрежение $U_{AC}=IR_n=\mathcal{E}_n$ се получава при участък с друга дължина l_n, при което през реохорда протича същият ток I. Като се има предвид, че

$$I=\frac{\mathcal{E}_x}{R_x}=\frac{\mathcal{E}_n}{R_n},$$

за търсеното електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_x$ се получава

(6.36) $$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{R_x}{R_n} = \mathcal{E}_n \frac{l_x}{l_n}.$$

При измерванията за спомагателен източник $\mathcal{E}_0$ може да се използва акумулаторна батерия. Тя се свързва към реохорда AB посредством променлив резистор R_1 за регулиране на тока I през реохорда. Чувствителността на галванометъра се регулира с променливия резистор R, който при пълно компенсиране напълно се изключва, за да се използва максималната чувствителност на галванометъра. Напрежението на изследвания източник се измерва в началото ориентировъчно с подходящ волтметър. Като еталонен източник на напрежение $\mathcal{E}_n$ обикновено се използва уестънов елемент, който лесно се повреждa в случай на късо съединение между полюсите му или при протичане на електричен ток през него, по-голям от 10 μA. Затова наред с бързодействуващите превключватели в електричната верига последователно към еталонния източник се включва и променлив резистор, чието съпротивление се намалява при необходимост и се изключва напълно само при постигнато компенсациране. В това положение се отчитат съответните дължини l_x и l_n от реохорда. Неизвесното напрежение на изследвания източник се получава от израза (6.36). Измерванията се извършват при няколко различни съпротивления на резистора R_1.

Получените резултати се обработват в табл. 6.2.

Таблица 6.2

№	R_1, Ω	l_x, cm	l_n, cm	$\mathcal{E}_x$, V
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				
n.				

Коректността на измерванията съществено зависи от стабилността на използваните източници за напрежение. Затова през време на работа не трябва да се допуска продължителна консумация от тях.

Относителната грешка на $\mathcal{E}_x$ при всяко отделно измерване се получава по формулата

(6.37) $$\frac{\Delta \mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_x} = \frac{\Delta l}{l_x} + \frac{\Delta l}{l_n}.$$

където абсолютната грешка $\Delta l_x = \Delta l_n = \Delta l$ се оценява от измервания, а абсолютната грешка $\Delta \mathcal{E}_n$ е приета за равна на нула.

6.2. Електромагнитно измерване на неелектромагнитни величини

Електромагнитното измерване на неелектромагнитни величини изисква поне два свързано действуващи преобразувателя. Единият от тях представлява сензор S за преобразуване на неелектромагнитната величина y в електромагнитна величина z, а другият T служи за следващо преобразуване на така получената електромагнитна величина, каквото например става в електромагнитния измерителен уред.

Според вида на преобразуваните величини електропреобразуващите сензори се разделят на механични, топлинни, химични и др., а според това, дали внасят енергия в измерителната верига, или само преобразуват внесената в нея енергия, сензорите се делят на активни и на пасивни. Електропреобразуващите сензори се групират и според вида на използваното при тях явление:

Индукционни сензори — основават се на явлението електромагнитна индукция. С тях се измерват честоти на въртящи се машинни части, амплитуди и мощности на двигатели.

Пиезосензори — действието им се основава на явлението пиезоелектричен ефект. Входната величина е налягането, а изходната — възникналото електрично напрежение. Пиезосензорите имат голяма чувствителност и затова намират приложение в сеизмографните устройства.

Тензосензори — основават се на изменението на съпротивлението на резисторите при тяхното деформиране. Класифициране се прави и на пасивните сензори в зависимост от вида на изменяния от тях параметър. Такива са например капацитивните сензори, при които се променя капацитетът C, съпротивителните сензори, при които се променя активното съпротивление R, и индуктивните сензори, при които се променя индуктивността L

6.2.1. Характеристики на сензори

Електропреобразуващият сензор се характеризира преди всичко със зависимостта на изходната му величина z от входната величина y. Диапазонът на изменения на входната величина y, за който зависимостта $z(y)$ може да се приеме за строго функционална, се нарича обхват на сензора. Величината

(6.38) $$s = \frac{dz}{dy},$$

дефинирана в диапазона на обхвата, се нарича чувствителност на сензора, а най-малкото изменение Δy_{min}, което той може да регистрира като минимално изменение Δz_{min}, представлява праг на неговата чувствителност.

Основна характеристика на тензосензорите е коефициентът

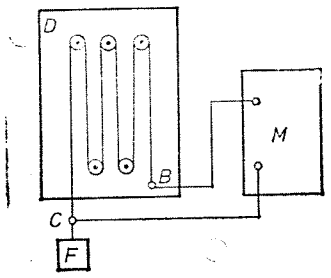
на относителна тензочувствителност. Той се определя от отношението на относителното линейно удължение $\varepsilon_l=\frac{\Delta l}{l_0}$ на проводника, от който е изработен сензорът, и относителното изменение на неговото съпротивление $\varepsilon_R=\frac{\Delta R}{R_0}$, т.е.

$$k=\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_l}. \tag{6.39}$$

Ако F е разтягащата проводника сила, A — площта на неговото напречно сечение, а E — линейният модул на еластичност на материала, от който е направен, от закона на Хук $\varepsilon_l=\frac{F}{EA}$ за коефициента k се получава

$$k=\frac{\Delta REA}{R_0F}. \tag{6.40}$$

За определяне коефициента на относителна тензочувствителност k на даден сензор се използва експерименталната уредба, дадена на фиг. 6.26. Единият край B на тензосензора BC е закрепен здраво към изолаторна, поставка D, на която са закрепени и макарите, по жлебовете на които минава тензосензорът. Преди тялото F да се окачи на другия край C на тензосензора, съпротивлението му R_0 се измерва с моста M. Съпротивлението R на тензосензора се измерва и при окачено тяло F, откъдето $\Delta R=R-R_0$. Измерванията на R се правят при няколко различни натоварвания F на тензосензора и резултатите се обработват в табл. 6.3.



Фиг. 6.26

Таблица 6.3

№	F, N	ΔR, Ω	k	Δk	$(\Delta k)^2$
1.					
2.					
.					
.					
.					
n.					

За пресмятането на k по формула (6.40) се използват означените на поставката линеен модул E и площ A за дадения тензосензор.

6.3 ПРОМЕНЛИВОТОКОВИ ЕЛЕКТРИЧНИ ВЕРИГИ

Променливотокови електрични вериги са тези, при които напрежението и токът в тях периодично се изменят с течение на времето t. Това най-често води до появата на електрични и на магнитни полета, които влияят върху процесите, протичащи в тях. Например при такива електрични вериги съпротивлението зависи не само от елементите, които са включени в тях, но и от честотата на приложеното напрежение. Измененнието на това напрежение u в зависимост от времето t обикновено е по синусов закон:

$$u=U_m\sin(\omega t+\varphi_u), \tag{6.41}$$

където U_m е неговата амплитуда, φ_u — началната фаза, а $(\omega t+\varphi_u)$ — фазата на измененията с времето. Величината ω се нарича кръгова честота и е свързана с линейната честота f с формулата $\omega=2\pi f$. Измененнието на моментното напрежение u в електричната верига предизвиква съответно изменение и на моментния ток i, което също се представя със синусов закон:

$$i=I_m\sin(\omega t+\varphi_i), \tag{6.42}$$

където I_m е неговата амплитуда.

Електроизмерителните уреди, включени в дадена променливотокова електрична верига, отчитат ефективните стойности U и I съответно на напрежението и тока. Те са свързани с U_m и I_m с изразите $U_m=U\sqrt{2}$ и $I=I\sqrt{2}$.

Ако в електричната верига са включени елементи с чисто активно съпротивление R, между приложеното променливо напрежение $u=U_m\sin\omega t$ и протичащия ток i не се поражда фазова разлика, т.е. измененията на тока с времето стават по закона $i=I_m\sin\omega t$. Ако последователно на резистора се свърже бобина, която има индуктивност L, поради индуциращото се в нея електродвижещо напрежение токът се изменя по закона $i=I_m\sin(\omega t-\varphi)$. Оттук следва, че неговите изменения изостават по фаза с ъгъл φ спрямо измененията на напрежението. Това фазово изоставане се определя по формулата

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\omega L}{R}. \tag{6.43}$$

Амплитудата на тока I_m се получава от израза

$$I_m=\frac{U_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}, \tag{6.44}$$

където $Z=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$ се нарича импеданс на електричната верига, а $\omega L=X_L$ се нарича индуктивно съпротивление.

Фазово изменение на тока спрямо промените на напрежението се получава и когато реактивното съпротивление се дължи на включване в променливотоковата електрична верига на кондензатор с капацитет C. Поради натрупващите се в него елек-

трични заряди измененията на тока са по закона $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, т. е. тези изменения избързват по фаза с ъгъл φ спрямо измененията на напрежението. Това фазово избързване се определя по формулата

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{\omega CR}, \tag{6.45}$$

а за амплитудата I_m на тока е валидна формулата

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \tag{6.46}$$

където импедансът на тази верига е $Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$, а $X_C = -\frac{1}{\omega C}$ се нарича капацитивно съпротивление.

Когато последователно към резистора R са включени бобина с индуктивност L и кондензатор с капацитет C, токът се изменя с течение на времето по закона $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, в който амплитудата I_m се определя от израза

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \tag{6.47}$$

Тази електрична верига има импеданс $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$, а фазовото отместване на измененията на тока спрямо измененията на напрежението се определя по формулата

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}. \tag{6.48}$$

При фазово отместване, равно на нула, импедансът на електричната верига притежава минимална стойност при честота ω_r, определена от уравнението

$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0,$$

т. е.

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{CL}}. \tag{6.49}$$

Тогава в съответствие с израза (6.47) токът в електричната верига достига максималната си стойност. В този случай веригата се намира в състояние, наречено резонанс на напрежението.

Ако в израза (6.47) амплитудните стойности на тока I_m и на напрежението U_m се заместят с техните ефективни стойности — съответно I и U, се получава

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}.$$

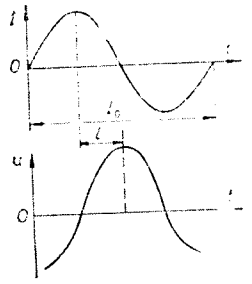
С тази формула се изразява законът на Ом за променливотокова електрична верига.

6.3.1. Измерване на фазовото отместване

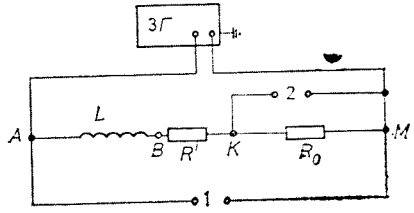
Фазовото отместване на измененията на тока спрямо измененията на напрежението в дадена променливотокова верига може да се измери с помощта на двулъчев осцилоскоп. Както е показано на фиг. 6.27, фазовото отместване φ се определя от разстоянията l_0 и l, като

$$\varphi = \frac{2\pi}{l_0} l. \tag{6.50}$$

Измерванията на φ при последователно свързване на резистор с бобина се извършват с електричната верига, дадена на фиг. 6.28.



Фиг. 6.27



Фиг. 6.28

При нея източник на променливото напрежение е звуков генератор (ЗГ). Напрежението между краищата M и K на резистора R_0 се подава на входа 2 на осцилоскопа, а напрежението между точките A и M се подава на входа *1*. Като се мени плавно разгъващото напрежение на осцилоскопа, се избира такава неподвижна картина на отместените една спрямо друга синусоиди, при която разстоянията l_0 и l може да се отчетат най-точно. Тези разстояния се измерват при използване на резистори с различно съпротивление R' и резултатите се обработват в табл. 6.4.

Таблица 6.4

№	R', Ω	l_0, mm	l, mm	φ, rad	L, H
1.	50				
2.	200				
3.	500				
4.	1000				
5.	1500				
6.	3000				

За пресмятане на индуктивността L на избраната бобина по формула (6.43) трябва да се отчете линейната честота f от

скалата на генератора на използваното променливо напрежение и да се вземе предвид, че общото активно съпротивление R на тази верига е $R=R'+R''+R_0$, където R'' е активното съпротивление на бобината, означено върху нея.

За измерване на фазовото отместване φ на измененията на тока спрямо измененията на напрежението при последователно свързване на резистор с кондензатор в електричната верига на фиг. 6.28 бобината се заменя с кондензатор. Аналогичните измервания на разстоянията l_0 и l се правят при същите резистори с различно съпротивление R' и резултатите се обработват в табл. 6.5. Тук за пресмятане на капацитета C на кондензатора

Таблица 6.5

№	R', Ω	l_0, mm	l, mm	φ, rad	C, F
1.	50				
2.	200				
3.	500				
4.	1000				
5.	1500				
6.	3000				

по формула (6.45) трябва също да се знае линейната честота f на използваното променливо напрежение и да се вземе предвид, че активното съпротивление R на тази верига е $R\approx R'+R_0$.

Ако по схемата на фиг. 6.28 последователно се свържат резисторът с най-малкото активно съпротивление R' и използваните вече бобина и кондензатор, така получената електрична верига е подходяща за снемане на зависимостта на фазовото отместване φ от кръговата честота ω при преминаване на веригата през състояние на резонанс на напрежението. Аналогичните измервания на разстоянията l_0 и l сега вече се правят при различни линейни честоти f на променливото напрежение, които са избрани през подходящи интервали така, че резонансната честота ω_r да бъде някъде около средата на използвания честотен диапазон. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.6.

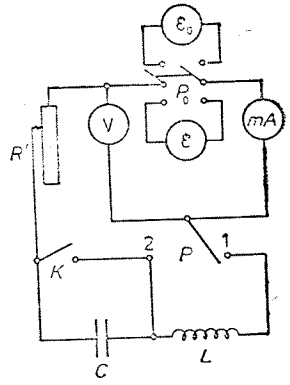
Таблица 6.6

№	f, Hz	l_0, mm	l, mm	φ, rad	ω, s^{-1}
1.	250				
2.	300				
3.	400				
4.	500				
5.	600				
6.	800				
7.	1000				

От тях върху милиметрова хартия се представя графично зависимостта на фазовото отместване φ от кръговата честота ω на напрежението, след което по пресечната точка на получената крива линия с абсцисната ос се определя по-точно резонансната честота ω_r'. Същата резонансна честота ω_r'' се определя и по формула (6.49), където за C и L се използват средните им стойности $\bar{C}$ и $\bar{L}$, получени от таблици 6.5 и 6.4.

6.3.2. Измерване на индуктивност и на капацитет

За целта се използва електричната верига, показана на фиг. 6.29. Като се затвори веригата с ключа K и превключвателят P се постави в положение *1*, бобината, променливият резистор R' и милиамперметърът са свързани последователно. При максимално съпротивление R' с двуполюсния превключвател P_0 веригата се свързва най-напред с източник $\mathcal{E}_0$ на постоянно напрежение. Постепенно се намалява съпротивлението R' и токът I_0 през милиамперметъра се нагласява да има кръгла стойност, близка до тази на неговия обхват. При това положение се измерва напрежението U_0 между краищата на веригата от бобина и резистор R', откъдето общото й активно съпротивление $R=\frac{U_0}{I_0}$. Като не се мени повече съпротивлението R', с превключвателя P_0 веригата се свързва с източника $\mathcal{E}$ на променливо напрежение. При означената на източника линейна честота f_b за бобина без желязна сърцевина и за бобина с желязна сърцевина по милиамперметъра се отчита ефективният електричен ток I_1 и съответно I_2 в двата случая. При тези случаи се измерват с волтметър и съответните ефективни напрежения U_1 и U_2 между краищата на веригата от бобина и резистор R', откъдето съответните импеданси Z_1 и Z_2 се намират от връзката $Z=\frac{U}{I}$. Като се отчете и линейната честота f_b от скалата на генератора на използваното променливо напрежение, индуктивността L на бобината се пресмята по формулата



Фиг. 6.29

$$L=\frac{X_L}{\omega_b}=\frac{\sqrt{Z^2-R^2}}{2\pi f_b} \tag{6.51}$$

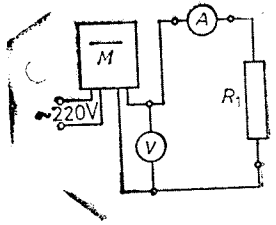
за всеки от двата случая.

Ако ключът K (фиг. 6.29) се изключи и превключвателят P се постави в положение 2, се получава електрична верига за измерване на капацитет. Резисторът R' и милиамперметърът са свързани последователно, а волтметърът е свързан успоредно на тях. Превключвателят P_0 остава да свързва веригата с източника $\mathcal{E}$ на променливо напрежение. Като постепенно се намалява съпротивлението R' и се мени линейната честота f на напрежението, ефективният ток I през милиамперметъра се нагласява да има кръгла стойност, близка до тази на неговия обхват. Отчита се токът I, а с волтметъра се измерва и ефективното напрежение U между краищата на веригата от кондензатор и резистор R'. По скалата на източника $\mathcal{E}$ се отчита и линейната честота f_c на използваното напрежение, след което се пресмята търсеният капацитет C по формулата

$$C=\frac{1}{\omega_c X_c}=\frac{I}{2\pi f_c U}. \tag{6.52}$$

6.3.3. Измервания с електромер

Електромерът е уред за измерване на електричната енергия, която консумира свързаният с него потребител. Използваната за целта електрична верига е показана на фиг. 6.30. Ако се измерят приложеното на потребителя ефективно напрежение U,



Фиг. 6.30

ефективният ток I през него и интервалът от време τ, за който алуминиевият диск на електромера прави n пълни завъртания, консумираната енергия E се намира по формулата

$$E=UI\tau\cos\varphi, \tag{6.53}$$

където така наречената фактор на мощността $\cos\varphi$ се определя от фазовото отместване φ на тока спрямо напрежението. Отношението $c=\frac{E}{n}$ изразява енергията, която се консумира при едно пълно завъртане на диска на електромера и се нарича константа на електромера. Тя се определя в началото, като при чисто активно съпротивление R_1 на потребителя се измерят приложеното напрежение U_1, токът през него I_1 и интервалът от време τ_1, за който дискът прави например $n_1=10$ пълни завъртания. Тогава константата $c=\frac{E_1}{n_1}=\frac{U_1 I_1 \tau_1}{n_1}$, тъй като $\cos\varphi=1$ (фазовото отместване в този случай е $\varphi=0$).

След като се определи константата на електромера c, към него се свързва потребител, съставен от последователно съединени резистор и бобина. Измерват се приложеното на потребителя ефективно напрежение U_2, ефективният ток I_2 през него и интервалът от време τ_2, за който дискът прави n_2 пълни завъртания. Консумираната енергия в този случай е $E_2=cn_2$, факторът на мощността $\cos\varphi_2=\frac{E_2}{U_2 I_2 \tau_2}$, импедансът $Z_2=\frac{U_2}{I_2}$, активното съпротивление $R_2=Z_2\cos\varphi$, индуктивното съпротивление $X_L=\sqrt{Z_2^2-R_2^2}$, а самата индуктивност $L=X_L/\omega$, където за използваното мрежово напрежение с $f=50$ Hz кръговата честота $\omega=314\text{s}^{-1}$. Аналогични измервания се извършват и когато към електромера се свърже потребител, съставен от последователно съединени същия резистор и кондензатор. Измерват се съответните величини U_3, I_3, τ_3 и n_3, откъдето по аналогичен начин се пресмятат величините E_3, $\cos\varphi_3$, Z_3, R_3, X_C и капацитетът на кондензатора $C=\frac{1}{\omega X_C}$. Подобен експеримент може да се извърши и когато към електромера се свърже потребител, съставен от последователно съединени и трите вече използвани елемента на електричната верига.

6.4. ЕЛЕКТРИЧНИ И МАГНИТНИ СВОЙСТВА НА ВЕЩЕСТВОТО

Електроните и ядрата на атомите имат както електричен заряд, така и магнитен момент, които може да останат некомпенсирани особено при свързване на атомите в молекули или в кристална решетка. Така в някои изолатори може самопроизволно да възникнат електрични диполи, всеки от които се характеризира с вектора електричен диполен момент $\vec{p}=q\vec{d}$, насочен от отрицателния към положителния заряд q, разположени на разстояние d един от друг. Изолаторът се нарича поляризиран, когато изграждащите го частици образуват електрични диполи и тези диполи са насочени ориентирано. Степента на поляризираност в дадена час ΔV на заемания от изолатора обем V се описва с вектора електрична поляризация $\vec{P}=\lim\limits_{\Delta V\to 0}\left(\frac{\sum\vec{p}}{\Delta V}\right)$. Освен спонтанната поляризираност, описвана с вектор $\vec{P}_s$, под действието на външно електрично поле с интензитет $\vec{E}$ в изолатора може да възникне и индуцирана поляризираност, описвана с вектор $\vec{P}_i$, при което векторът на резултантната поляризация

(6.54) $$\vec{P}(\vec{E})=\vec{P}_s+\vec{P}_i.$$

Векторът на електричната индукция $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=$ $=\varepsilon_0\vec{E}+\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$, където електричната проницаемост на вакуума $\varepsilon_0=8{,}854.10^{-12}\,\mathrm{F.m^{-1}}$, относителната електрична проницаемост на изолатора $\varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$, а $\chi_e=\varepsilon_r-1$ е неговата електрична възприемчивост.

На електричния дипол, образуван от раздалечени електрични заряди $+q$ и $-q$, съответствува магнитен дипол, представян с кръгов ток I. Магнитният дипол обикновено се характеризира с амперов магнитен момент $m_A=IA$, където A е площта, заградена от тока I. Веществото е магнетизирано, когато изграждащите го частици имат магнитни диполи и тези диполи са насочени ориентирано. И тук освен спонтанната магнетизираност, описвана с вектор $\vec{M}_s$, под действието на външно магнитно поле с интензитет $\vec{H}$ във веществото може да възникне и индуцирана магнетизираност, описвана с вектор $\vec{M}_i$, при което векторът на резултантната магнитна поляризация

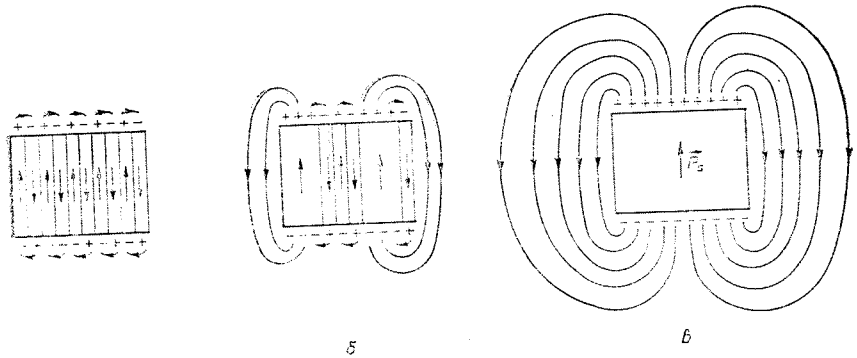
(6.55) $$\vec{M}(\vec{H})=\vec{M}_s+\vec{M}_i.$$

Векторът на магнитната индукция $\vec{B}=\mu\vec{H}=\mu_r\mu_0\vec{H}=\mu_0\vec{H}+\vec{M}=$ $=\mu_0\vec{H}+\chi_m\mu_0\vec{H}$, където магнитната проницаемост на вакуума $\mu_0=$ $=4\pi.10^{-7}\,\mathrm{H.m^{-1}}$, относителната магнитна проницаемост на веществото $\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}$, а $\chi_m=\mu_r-1$ е неговата магнитна възприемчивост.

Електричната сила $\vec{F}_e=q\vec{E}$ се определя от интензитета $\vec{E}$, при което независещият от средата вектор електрична индукция за вакуум е $\vec{D}_0=\varepsilon_0\vec{E}_0$. За разлика от него магнитната сила $\vec{F}_m=$ $=q\vec{v}\times\vec{B}$ се определя от магнитната индукция $\vec{B}$, при което независещият от средата вектор интензитет за вакуум е $\vec{H}_0=\frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$. Ето защо относителната електрична проницаемост $\varepsilon_r=\frac{E_0}{E}$ е аналогична на реципрочната относителна магнитна проницаемост $\frac{1}{\mu_r}=\frac{B_0}{B}$. При това за всички вещества $\varepsilon_r>1$, докато за диамагнетиците $\mu_r<1$, за парамагнетиците $\mu_r>1$, а за феромагнетиците $\mu_r\gg1$.

Пироелектриците са твърди изолатори, които поради достатъчно ниска симетрия на кристалната си решетка имат различен от нула вектор на спонтанна поляризация $\vec{P}_s$. Когато външното електрично поле, необходимо за промяна на посоката на вектора

$\vec{P}_s$, има интензитет E, по-малък от интензитета, предизвикващ пробив в изолатора, такива пироелектрици се наричат сегнетоелектрици, а понякога и фероелектрици. При отсъствие на външно електрично поле за сегнетоелектрика е енергетично по-изгодно да бъде разделен на достатъчно малки спонтанно поляризирани области, наречени домени. Както е показано на фиг. 6.31,*а*, в ек-

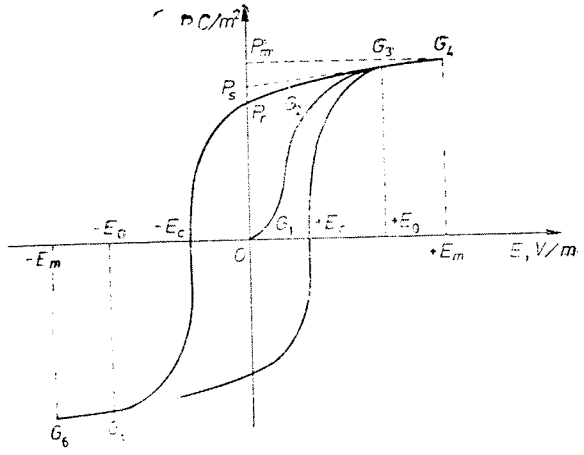


Фиг. 6.31

торите на спонтанна поляризация $\vec{P}_s$ в съседните домени са антипаралелни един на друг, с което електричните им диполни моменти взаимно се компенсират и поляризацията P на сегнетоелектрика като цяло е равна на нула. Ако такъв полидомен се постави в електрично поле с интензитет $\vec{E}$, насочен по направлението на векторите $\vec{P}_s$, и $\vec{E}$ започне от нула постепенно да се увеличава, в негова посока възниква и се увеличава векторът на индуцирана поляризация $\vec{P}_i$ — вж. началния участък OG_1 от кривата $OG_1G_2G_3G_4$ на фиг. 6.32. С по-нататъшното увеличаване на интензитета междудоменните граници започват да се местят така, че антипаралелните на вектора $\vec{E}$ домени се преориентират в неговата посока (фиг. 6.31, *б*), поради което резултантната поляризация P на сегнетоелектрика бързо се увеличава — вж. участъка G_1G_2 на фиг. 6.32. При достатъчно голям интензитет E_0 на външното електрично поле сегнетоелектрикът става монодомен (фиг. 6.31, *в*), след което по-нататъшното увеличаване на интензитета води до бавно увеличаване на поляризацията вследствие на по-нататъшното увеличаване само на вектора индуцирана поляризация $\vec{P}_i$ — вж. наситения участък G_3G_4 на фиг. 6.32.

Понеже движението на междудоменните граници е необратим процес, поляризацията P на сегнетоелектрика не зависи еднозначно от интензитета E на действуващото в момента външно

електрично поле, а се определя и от неговото действие в предшествуващите моменти. При циклично изменение на външното действие тази неоднозначна зависимост се проявява като изоставане на измененията на поляризацията P спрямо измененията на интензитета E, поради което се нарича хистерезис. Пример

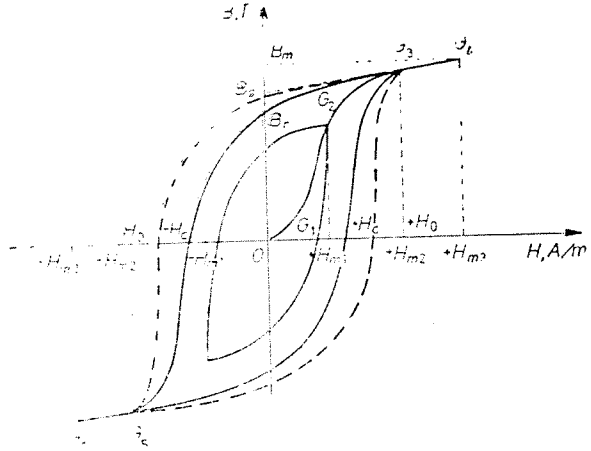


Фиг. 6.32

за такова изоставане е затворената крива $G_4(-E_c)G_6(+E_c)G_4$ на фиг. 6.32. Като достигне максимума си $+E_m$, интензитетът започва да намалява, при което заедно с него линейно намалява и поляризацията P до края G_3 на наситения участък G_4G_3. С понататъшното намаляване на интензитета поляризацията започва да намалява все по-бързо, защото някои от домените започват да се преориентират антипаралелно на вектора $\vec{E}$. Въпреки това обаче при $E=0$ не всички първоначално преориентирани домени успяват отново да се преориентират, поради което сегнетоелектрикът има някаква остатъчна поляризация P_r. Поляризацията, придобита в първоначалната посока, изчезва едва когато на сегнетоелектрика се приложи необходимият т. нар. коерцитивен интензитет $-E_c$ в посока, обратна на първоначалната. С по-нататъшното увеличаване на интензитета в обратната посока сегнетоелектрикът бързо се преполяризира в нея, докато отново се получи наситен участък G_5G_6. През следващия полупериод на цикличното изменение на интензитета E се описва кривата $G_6(+E_c)G_4$. Характерна за сегнетоелектрика е пределната хистерезисна крива $G_3(-E_c)G_5(+E_c)G_3$, от която се определят неговите параметри спонтанна поляризация P_s, остатъчна поляризация P_r, коерцитивен интензитет E_c и интензитет на насищане E_0. Площта, заградена от пределната хистерезисна крива, е правопропорционална на електричната енергия, която се превръща във вътрешна

енергия в единица обем на сегнетоелектрика за един цикъл на изменението на интензитета E.

Феромагнетици са най-просто устроените магнетици, при които поради междуелектронно обменно взаимодействие възниква различен от нула вектор на спонтанна магнитна поляризация $\vec{M}_s$ (вж. и 6.4.4). Те също имат доменен строеж и поставени в изменящо се магнитно поле с интензитет $\vec{H}$, проявяват хистерезис. На фиг. 6.33 са показани няколко хистерезисни криви

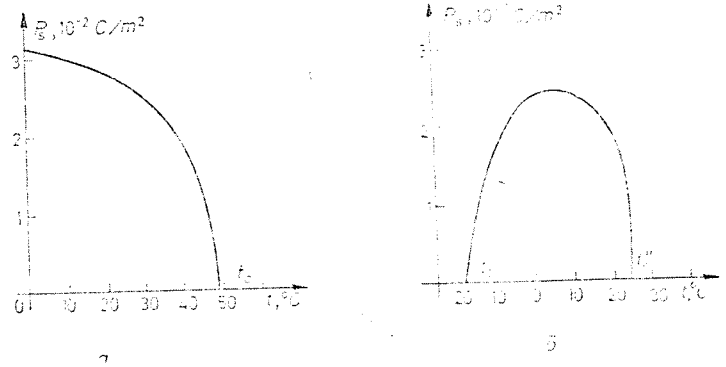


Фиг. 6.33

на зависимостта на магнитната индукция B от интензитета H при различен максимум H_m на неговите циклични изменения. И тук характерна за феромагнетика е пределната хистерезисна крива $G_3(-H_c)G_5(+H_c)G_3$, от която се определят неговите параметри спонтанна магнитна индукция B_s, остатъчна магнитна индукция B_r, коерцитивен интензитет H_c и интензитет на насищане H_0. При подпределни хистерезисни криви с $H_m<H_0$ ферообразецът не успява да се превърне в монодомен, а при надпределни хистерезисни криви с $H_m>H_0$ ферообразецът е в монодоменно състояние по участъците G_3G_4 и G_5G_6. Геометричното място на върховете на феромагнитните хистерезисни криви с различен максимален интензитет H_m се нарича основна крива на намагнитване. Тя не се различава съществено от началната крива на намагнитване $OG_1G_2G_3G_4$ и също представлява важна характеристика на феромагнетика. Площта, заградена от пределната хистерезисна крива, при феромагнетиците съществено зависи от честотата f на цикличните изменения на интензитета H. На фиг. 6.33 с непрекъсната линия са начертани три квазистатични хистерезисни криви с максимуми H_{m1}, $H_{m2}=H_0$ и H_{m3} на много

бавно циклично изменящ се интензитет H. На бързо циклично изменящ се интензитет с максимум $H_{m2}=H_0$ отговаря начертаната с щрихирана линия динамична хистерезисна крива. Главна причина за по-голямото разсейване на енергия в случая е увеличената роля на вихровите токове.

Сегнетоелектричното и феромагнитното състояние на веществото съществуват само в определени температурни интервали, ограничени от т. нар. точки на Кюри. На фиг. 6.34,*а* е показана



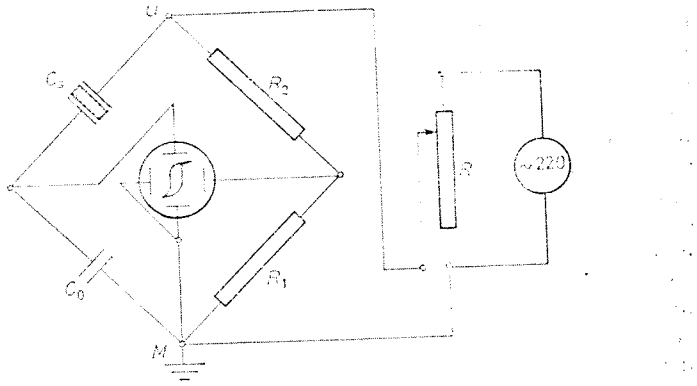
Фиг. 6.34

зависимостта на спонтанната поляризация P_s от температурата t за триглицинсулфат, при който има само една точка t_c на Кюри, а на фиг. 6.34,*б* е показана същата зависимост за сегнетова сол, при която сегнетоелектричното състояние е ограничено от две точки t_C' и t_C'' на Кюри. Когато температурата на сегнетоелектрик преминава точката на Кюри, симетрията на кристалната решетка се изменя, при което се извършва фазов преход, свързан с промяната на редица описващи го величини. Например относителната електрична проницаемост ε_r на сегнетоелектрика за температури около точката на Кюри въобще е голяма, като при някои вещества стига до 10^5 пъти. Феромагнетиците имат максимална спонтанна магнитна поляризация M_s при $T=0$ К. С повишаване на температурата M_s монотонно намалява, като става равна на нула при точката T_C на Кюри. За температури, по-високи от T_C, феромагнетикът обикновено се превръща в парамагнетик. При температури около точката на Кюри относителната магнитна проницаемост μ_r има ясно изразен максимум.

6.4.1. Хистерезис при сегнетоелектрици

Изследваният сегнетоелектрик се поставя между плочите на кондензатор C_s, свързан по схемата на фиг. 6.35. С плъзгача на реостата R се избира подходящо променливо напрежение U,

което се подава едновременно на резисторния делител R_1R_2 и на кондензаторния делител C_0C_s. Ако d е разстоянието между плочите на кондензатора C_s, а U_{sm} е максимумът на приложе-



Фиг. 6.35

ното върху него напрежение, максимумът E_m на интензитета на създаваното в кондензатора променливо електрично поле е

$$E_m=\frac{U_{sm}}{d}=\frac{U_m-U_{0m}}{d}, \tag{6.56}$$

където U_{0m} е максимумът на напрежението върху кондензатора C_0, а U_m е максимумът на цялото приложено напрежение. На входа X на осцилоскопа се подава променливото напрежение U_x между краищата на резистора R_1, което е правопропорционално на същото напрежение U, на което е правопропорционален и интензитетът E. Затова периодичните отклонения на електронния лъч в хоризонтално направление са правопропорционални на интензитета E. От своя страна синхронните с тях периодични отклонения на лъча във вертикално направление се определят от подаваното на входа Y напрежение U_0 между плочите на кондензатора C_0. Но $U_0=\frac{q_0}{C_0}=\frac{q_s}{C_0}$, където електричният заряд q_0 върху плочите на кондензатора C_0 във всеки момент на времето t е равен на електричния заряд q_s върху плочите на кондензатора C_s. На същия заряд q_s обаче е правопропорционална и поляризацията на сегнетоелектрика $P=\frac{q_s}{A}$, където A е площта на плочите на кондензатора C_s. Ето защо периодичните отклонения на електронния лъч във вертикално направление са правопропорционални на поляризацията P. По този начин върху екрана на осцилоскопа непрекъснато се описва хистерезисна крива, подобна на показаната на фиг. 6.32. При достатъчно високо напрежение U кривата може да се направи надпределна с ясно изразени наситени участъци G_3G_4 и G_5G_6.

За да се определят най-точно някои параметри на сегнетоелектрика от така получената хистерезисна крива, хоризонталното и вертикалното усилване на осцилоскопа се подбират така, че образът на кривата максимално да изпълни неговия екран, без да излиза от него. При това положение той се откопира върху паус, а за измерване на максимумите U_{0m} и U_m на необходимите за пресмятанията напрежения се използва същият осцилоскоп. За измерване на U_{0m} е достатъчно да се изключи напрежението, подавано на входа X на осцилоскопа, и да се отчете дължината h_{0m} на получилата се вертикална линия върху екрана. След това на входа Y се подава напрежението между точките MQ, при което се отчита дължината h_m на вертикалната линия, отговаряща на максимума U_m на напрежението U. Ако екранът на осцилоскопа има координатна мрежа и положенията на ключа са с означени на тях константи c_i в единица волт/скална единица за измерване на ефективни напрежения, търсените максимуми на напреженията се намират по формулата

$$U_m=\sqrt{2}\ c_i\ h_m. \tag{6.57}$$

Когато няма координатна мрежа, дължините h_{0m} и h_m се измерват с линия, а за определяне на необходимите константи c_i се използва известното контролно напрежение U_c на осцилоскопа.

Като се използват означените върху поставката разстояние d, площ A и капацитет C_0, по формула (6.56) се намира максимумът E_m на интензитета. Максимумът P_m на поляризацията се намира по формулата

$$P_m=\frac{q_{sm}}{A}=\frac{C_0\,U_{0m}}{A}, \tag{6.58}$$

а относителната електрична проницаемост ε_r — по формулата

$$\varepsilon_r=\frac{C_0\,U_{0m}d}{(U_m-U_{0m})\,\varepsilon_0\,A}. \tag{6.59}$$

За определяне на параметрите E_0, E_c, P_s и P_r на сегнетоелектрика откопираната хистерезисна крива се пренася върху милиметрова координатна мрежа, където се обработва, както е показано на фиг. 6.32. По мрежата се отчитат дължините на отсечките OE_m, OE_0, OE_c, OP_m, OP_s и OP_r и като се използват известните вече E_m и P_m, по просто тройно правило се намират останалите четири параметъра на сегнетоелектрика. Плътността ϱ_P на мощността на разсейването на енергия в сегнетоелектрика се определя по формулата

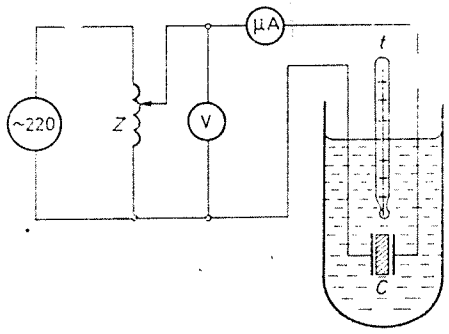
$$\varrho_P=fk_x\,k_y N. \tag{6.60}$$

Тук $f=50\,\mathrm{Hz}$ е честотата на променливото напрежение U, $k_x=\frac{E_m}{n_{xm}}$ — константата за интензитета E, който отговаря на 1 mm от мрежата, n_{xm} — броят на милиметрите в отсечката OE_m, $k_y=\frac{P_m}{n_{ym}}$ — константата за поляризацията P, която отговаря на 1 mm от мрежата, n_{ym} — броят на милиметрите в отсечката

OP_m, а N — броят на квадратните милиметри, които са заградени от кривата.

6.4.2. Изследване на ε_r на сегнетоелектрик

Зависимостта на относителната електрична проницаемост ε_r на триглицинсулфата от интензитета E и зависимостта на ε_r от температурата t се снемат, като се постави образецът в кондензатор C, свързан по схемата на фиг. 6.36. За снемане на първата зависимост $\varepsilon_r(E)$ потопеният в епруветка с парафин конден-



Фиг. 6.36

затор се оставя да бъде при стайна температура. Подаваното на кондензатора променливо напрежение U се изменя с автотрансформатор Z, като се отчита с волтметър V. Ако A е площта на плочите на кондензатора C, d е разстоянието между тях, а $\omega=2\pi f=314\ \mathrm{s}^{-1}$ е кръговата честота на U, за отчитания по микроамперметъра ток I са в сила връзките $I=\omega CU=2\pi f\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 A}{d}\ U$, откъдето

$$\varepsilon_r=\frac{Id}{2\pi f\varepsilon_0 AU}. \tag{6.61}$$

Зависимостта на ε_r от интензитета $E=\frac{U}{d}$ се снема, като напрежението U се увеличава през 5V до 100V, и при всяко избрано напрежение U се отчита токът I. За снемане на зависимостта $\varepsilon_r(t)$ на кондензатора се подава напрежение U, еднократно избрано в интервала от 5V до 10V. Епруветката с потопения в парафин кондензатор се поставя в баня с налятата от чешмата вода, чиято температура може да се повишава, при загряване с електрически нагревател. Преди включването му се изчаква да престане изменението на температурата t, след което тя и токът I през микроамперметъра се отчитат. Тези данни се отчитат през 5°C поне до 60°C, като на два градуса преди всяко отчитане

нагревателят трябва да се изключва, за да бъдат показанията на термометъра по-достоверни. Данните от двете измервания се обработват в табл. 6.7. Всяка от зависимостите $\varepsilon_r(E)$ и $\varepsilon_r(t)$ се пред-

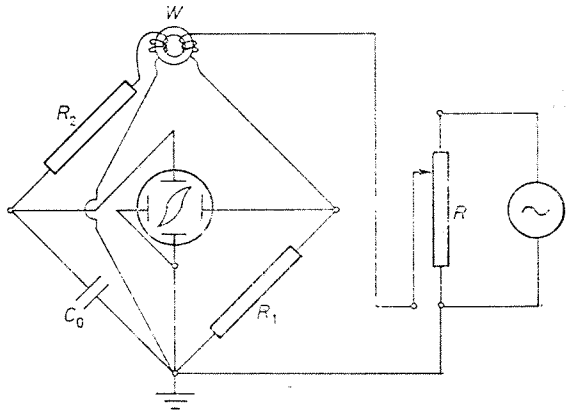
Таблица 6.7

№	U, V	E, V/m	I, 10^{-6} A	ε_r	t, °C	I, 10^{-6} A	ε_r
1.	5						
2.	10						
.							
.							
.							
n.							

ставя графично в отделна координатна система. Като се знае, че около точката t_c на Кюри ε_r има максимум, тази точка се определя графично от втората зависимост.

6.4.3. Хистерезис при феромагнетици

От изследвания феромагнетик се прави тороид W с две намотки около него, които се свързват по схемата, показана на фиг. 6.37. С плъзгача на реостата R се подава подходящо променливо напрежение U на делителя първична намотка — ре-



Фиг. 6.37

зистор R_1. На входа X на осцилоскопа се подава напрежението U_1 между краищата на резистора R_1, което е правопропорционално на тока I_1 през тази верига, а оттам и на интензитета H на магнитното поле, създавано от тока I_1 в тороида. Затова периодичните отклонения на електронния лъч в хоризонтално на-

правление са правопропорционални на интензитета H. От своя страна синхронните с тях периодични отклонения на лъча във вертикално направление се определят от подаваното на входа Y напрежение U_0 между плочките на кондензатора C_0. При достатъчно голямо съпротивление R_2 и подходящ капацитет C_0 напрежението U_0 става правопропорционално не на $\frac{dB}{dt}$, а на самата магнитна индукция B на полето в тороида. Тогава периодичните отклонения на електронния лъч във вертикално направление са правопропорционални на магнитната индукция B. По този начин върху екрана на осцилоскопа непрекъснато се описва хистерезисна крива, подобна на някоя от показаните на фиг. 6.33. При достатъчно високо напрежение U кривата може да се направи надпределна с ясно изразени наситени участъци G_3G_4 и G_5G_6.

За да се определят най-точно някои параметри на феромагнетика, от така получената хистерезисна крива хоризонталното и вертикалното усилване на осцилоскопа се подбират така, че образът на кривата максимално да изпълва неговия екран, без да излиза от него. При това положение той се откопира върху паус, а за определяне на максимумите U_{0m} и U_{1m} на необходимите за пресмятанията напрежения се използва същият осцилоскоп. За определяне на U_{0m} е достатъчно да се изключи напрежението, подавано на входа X на осцилоскопа, и да се отчете дължината h_{0m} на получилата се вертикална линия върху екрана. След това на входа Y вместо напрежението U_0 се подава напрежението U_1, при което се отчита дължината h_{1m} на така получилата се вертикална линия върху екрана. Ако екранът на осцилоскопа има координатна мрежа и положения на ключ или на копчета с означени на тях константи c_i в единици волт/скална единица за измерване на ефективни напрежения, търсените максимуми на напреженията се намират по формулата

$$U_m=\sqrt{2}\,c_i\,h_m. \tag{6.62}$$

Когато няма координатна мрежа, височините h_{0m} и h_{1m} се измерват с линия, а за определяне на необходимите константи c_i се използва известното контролно напрежение U_c на осцилоскопа.

За да се снеме най-добре основната крива на намагнитване, на първичната намотка се подава възможното най-голямо напрежение U и усилванията на двата входа на осцилоскопа наново се подбират, както е казано по-горе. При това положение по описания вече начин се правят необходимите измервания за определяне на максимумите U_{0m} и U_{1m} на напреженията по формула (6.62). После напрежението U се намалява с такова ΔU, че линейните размери на кривата да се намалят с около една десета и измерванията за определяне на напреженията се повтарят. Останалите осем такива измервания се правят, като напрежението U последователно се намалява със същата разлика

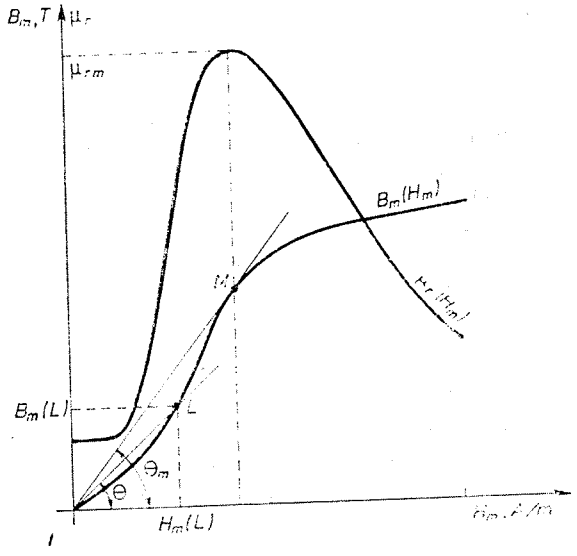
ΔU. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.8. Като

Таблица 6.8

№	h_{0m}, mm	U_{0m}, V	B_m, T	h_{1m}, mm	U_{1m}, V	H_m, A/m
1.						
.						
.						
10.						

се използват означеният върху тороида брой n_1 на навивките на първичната намотка, средна дължина l на тороида, съпротивление R_1, брой n_2 на навивките на вторичната намотка, площ A, заградена от една нейна навивка, съпротивление R_2 и капацитет C_0, за всяко от измерванията по формулите

$$H_m=\frac{n_1}{lR_1}U_{1m} \quad \text{и} \quad B_m=\frac{C_0R_2}{An_2}U_{0m} \tag{6.63}$$



Фиг. 6.38

се пресмятат съответните максимуми H_m на интензитета и B_m на магнитната индукция. Зависимостта $B_m(H_m)$ се представя графично върху милиметрова хартия, както е показано на фиг. 6.38.

Като се използва зависимостта

$$\mu_r=\operatorname{tg}\theta=\frac{B_m(L)}{\mu_0 H_m(L)}, \tag{6.64}$$

за всяка точка L от кривата $B_m(H_m)$ може да се определи относителната магнитна проницаемост μ_r. Така е построена кривата $\mu_r(H_m)$ на фиг. 6.38.

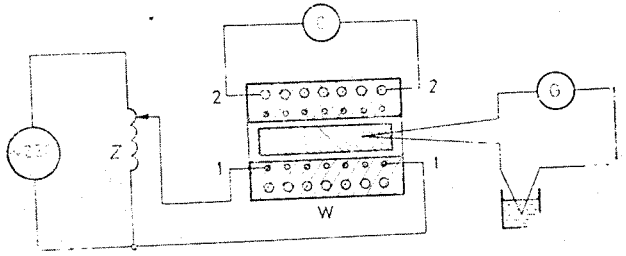
При този експеримент от построената основна крива на намагнитване се определят само максималната относителна магнитна проницаемост μ_{rm} и относителната магнитна проницаемост μ_{r1} за откопираната крива. За определяне на параметрите H_0, H_c, B_s и B_r на феромагнетика от откопираната крива тя се пренася върху милиметрова координатна мрежа, където се обработва, както е показано на фиг. 6.33 за кривата с най-голямо насищане. По мрежата се отчитат дължините на отсечките OH_m, OH_0, OH_c, OB_s и OB_r и като се използват определените по формули (6.63) H_m и B_m, по просто тройно правило се намират останалите четири параметъра на феромагнетика. Плътността ϱ_P на мощността на разсейването на енергия във феромагнетика се определя по формула (6.60). Сега обаче $k_x=\frac{H_m}{n_{xm}}$ е константата за интензитета H, който отговаря на 1 mm от мрежата, n_{xm} е броят на милиметрите в отсечката OH_m, $k_y=\frac{B_m}{n_{ym}}$ е константата за магнитната индукция B, която отговаря на 1 mm от мрежата, n_{ym} е броят на милиметрите в отсечката OB_m, а f и N са напълно аналогични величини.

6.4.4. Изследване на μ_r на феромагнетик и на феримагнетик

Докато феромагнетикът има само една магнитна подрешетка, при феримагнетика магнитните подрешетки са най-малко две. В зависимост от взаимната им ориентация и от магнитните моменти на техните частици резултантната спонтанна магнитна поляризация на феримагнетика може да бъде най-различна, при което измененията ѝ с температурата са много сложни. Когато резултантната спонтанна магнитна поляризация $M_s=0$, феримагнетикът се нарича антиферомагнетик. За температури, по-високи от характерна за антиферомагнетика температура T_N, наречена точка на Неел, той се превръща в парамагнетик. При температури около точката на Неел относителната магнитна проницаемост μ_r на антиферомагнетика има максимум.

Зависимостта на относителната магнитна проницаемост μ_r на феромагнетика никел от температурата t се снема, като се постави образецът в тръбна пещ W, свързана по схемата на фиг. 6.39. Нагревателната намотка 1 на пещта играе ролята и на първична намотка по отношение на сигналната намотка 2

около нея. С автотрансформатора Z се регулира променливият ток в намотката 1, който индуцира в намотката 2 променливо напрежение U, подавано на входа Y на осцилоскопа O. Температурата на образеца се измерва с термодвойка по показанията



Фиг. 6.33

на галванометъра G. Измерванията започват при стайна температура t на образеца, отчетена по термодвойката, когато той е поставен в пещта, и усилването на входа Y на осцилоскопа е избрано така, че дължината h_m на получаващата се отвесна права линия на екрана да изпълва точно цялата вертикална скала. С повишаване на температурата t дължината h_m се изменя, понеже индуктивната връзка между двете намотки съществено зависи от променящата се относителна магнитна проницаемост μ_r на тяхната феромагнитна сърцевина. Докъм 300 °C отчитанията на h_m се правят през 50 °C, а след това до 400 °C през 10 °C. За по-точно отчитане на променливата дължина h_m усилването на входа Y при нужда се изменя с известно число пъти. Резултатите от измерванията се записват в табл. 6.9, след което

Таблица 6.9

№	t, °C	h_m, mm
1.		
2.		
.		
.		
.		
n.		

зависимостта $h_m(t)$ се представя графично. Точката t_c на Кюри се определя от онова място на кривата, където дължината h_m рязко намалява с повишаване на температурата t.

Феримагнитните свойства са открити най-напред при веществата ферити. Зависимостта на относителната магнитна проницаемост μ_r на ферит от температурата t се снема, като подходящо направен от него тороид W с две намотки около тороида

се постави в специален съд за загряване с котлон, а намотките се свързват по схемата на фиг. 6.37. Температурата се измерва с термометър до 200 °C. Измерванията започват при стайна температура t на образеца и така избрано хоризонтално и вертикално усилване на осцилоскопа, че образът на надпределната хистерезисна крива с ясно изразени наситени участъци максимално да изпълва екрана, без да излиза от него. По описания в 6.4.3 начин за тази крива се намират величините H_m и B_m по формули (6.63) и μ_r по формула (6.64). След необходимите за това измервания напрежението, подавано на входа X на осцилоскопа, се изключва и усилването на входа Y се избира така, че дължината h_m на получилата се отвесна линия на екрана да изпълва точно цялата вертикална скала. С повишаване на температурата t дължината h_m се изменя, понеже магнитната индукция B на полето се променя с изменението на относителната магнитна проницаемост μ_r на феритната сърцевина. Отчитанията на h_m се правят през 10 °C до 150 °C, като за увеличаване на точността усилването на входа Y при нужда се изменя с известно число пъти. Резултатите от измерванията се записват в табл. 6.9 и като се обработят като тези при измерването на никела, се намира точката t_c на Кюри за този случай.

6.5. ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИ ЯВЛЕНИЯ

Когато средната енергия на свободните електрони при движението им през проводници е различна от енергията на Ферми (вж. 9.1), в проводниците протичат неравновесни процеси, наречени термоелектрични явления. Такова явление е възникването на електродвижещо напрежение в затворена електрична верига от разнородни проводници, ако местата на съединяването им се поддържат при различна температура (ефект на Зеебек). В някои случаи за достатъчно малък температурен интервал термоелектродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ може да се приеме за правопропорционално на температурната разлика

$$\mathcal{E}=\alpha(T_1-T_2), \tag{6.65}$$

където T_1 е температурата на горещото съединение, T_2 е температурата на студеното съединение, а коефициентът на пропорционалност α (коефициент на Зеебек) се определя от вида на контактуващите проводници и изобщо зависи от температурата T. Обратно на възникването на термоелектродвижещо напрежение е явлението на топлоотдаване или на топлопоглъщане около мястото на съединяване на разнородни проводници при протичането на електричен ток през тях в едната или в обратната посока (ефект на Пелтие). Топлинната енергия $Q_{\text{П}}$ при този контактен термоелектричен топлообмен е правопропорционална на протеклия през съединението електричен заряд

(6.66) $$Q_{\Pi} = \Pi I \tau,$$

където I е протичащият ток, τ е продължителността на неговото протичане, а коефициентът на пропорционалност Π (коефициент на Пелтие) се определя от вида на материала на проводниците и зависи от температурата по следната формула:

(6.67) $$\Pi = \alpha T.$$

Освен контактния термоелектричен топлообмен може да има и обемен термоелектричен топлообмен, който възниква в проводника при наличието на температурна разлика по неговата дължина и протичане на електричен ток през него в едната или в обратната посока (ефект на Томсън). В този случай обменената топлинна енергия

(6.68) $$Q_s = S(T_2 - T_1) I\tau,$$

където коефициентът на пропорционалност S (коефициент на Томсън) е характерна за материала на проводниците константа. Между коефициентите S_1 и S_2 на два разнородни проводника и техния коефициент α съществува връзката

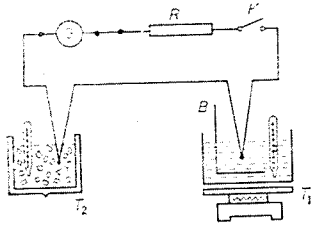
(6.69) $$\frac{d\alpha}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{T}.$$

Термоелектродвижещото напрежение възниква, от една страна, поради разлика между потоците на свободните електрони в разнородните проводници от горещото към студеното им съединение. От друга страна, през местата на съединяване преминават свободни електрони от проводника с по-малка отделителна работа в проводника с по-голяма отделителна работа. При различни температури преминаването става с различна интензивност и така поражда контактна съставяща на термоелектродвижещото напрежение. А насоченият от горещия към студения край на проводниците поток от възбудени състояния на атомите (т. нар. фонони) и на свързаните електрони с некомпенсиран спин (т. нар. магнони) увлича със себе си свободните електрони. Това също допринася за възникването или за компенсирането на вече възникнало термоелектродвижещо напрежение.

Обемният термоелектричен топлообмен се обяснява с това, че при насочено движение на свободните електрони от горещия към студения край на проводника те отдават излишната си енергия на по-студените му части, с което го загряват, а при движение в обратна посока свободните електрони поемат недостигащата им енергия от по-топлите му части, с което го охлаждат. Контактният термоелектричен топлообмен аналогично се обяснява с разликата между енергиите на свободните електрони, които преминават от проводника с по-малка отделителна работа към проводника с по-голяма отделителна работа или обратно, в зависимост от посоката на електричния ток.

6.5.1. Характеристики на термодвойка

Термоелементът е електрична верига от разнородни проводници, която дава възможност да се използва някое от термоелектричните явления. Когато е предназначен за измервания, термоелементът обикновено се нарича термодвойка. На фиг. 6.40



Фиг. 6.40

е дадена схема на уредбата за изследване на термодвойка. Разнородните проводници на термодвойката са споени в местата на съединяване, при което едната спойка е поставена в дюаров съд с парченца топящ се лед, а другата е поставена в съд с трансформаторно масло, чиято температура удобно може да се променя. В електричната верига на термодвойката със съпротивление R_0 са свързани още галванометър G със съпротивление R_g, магазинен резистор R и ключ K.

Съпротивлението R_0 на термодвойката при дадена температурна разлика $T_1 - T_2$ може да се определи, ако е известно съпротивлението R_g и се отчете броят n_1 на деленията по скалата на галванометъра при затворена електрична верига с различно от нула съпротивление R на магазинния резистор и броят n_2 на тези деления при $R = 0$. В първия случай термоелектродвижещото напрежение $\mathcal{E} = I_1(R_0 + R_g + R)$, а във втория случай $\mathcal{E} = I_2(R_0 + R_g)$. Като се елиминира от тези връзки $\mathcal{E}$ и се вземе предвид, че токът $I_1 = c_i n_1$, а токът $I_2 = c_i n_2$, където c_i е токовата константа на галванометъра, за съпротивлението R_0 се получава изразът

(6.70) $$R_0 = \frac{n_1 R + (n_1 - n_2) R_g}{n_2 - n_1}.$$

Съпротивлението R_0 на термодвойката при една и съща температура T на двете спойки може непосредствено да се измери с постояннотоков мост (вж. 6.1.4).

Зависимостта на коефициента на Зеебек α от температурата T при една и съща реперна температура T_2 се снема, като при различни температурни разлики $\Delta T = T_1 - T_2$ се определя термоелектродвижещото напрежение $\mathcal{E}$. Ако при дадена температурна разлика $T_1 - T_2$ се отчете броят n на деленията по скалата на

галванометъра при затворена електрична верига и съпротивление на магазинния резистор $R=0$, термоелектродвижещото напрежение се намира по формулата

$$\mathcal{E}=c_i n(R_0+R_g). \tag{6.71}$$

Като се вземе предвид и формула (6.65), за коефициента α се получава изразът

$$\alpha=\frac{c_i n}{T_1-T_2}(R_0+R_g). \tag{6.72}$$

За снемане на зависимостта $\alpha(T)$ се използва термодвойка, чийто коефициент на Зеебек съществено се изменя в постижимата за уредбата максимална температурна разлика $T_{1m}-T_2$. Измерванията започват при добре стабилизирана температурна разлика $\Delta T=10$ K. Това се получава, като предварително съдът с трансформаторно масло се охлади до 9 °C, след което се изчаква без загряване с котлона ΔT да стане 10 K, като от време на време маслото се размесва с бъркалката B. Отчитането на n се прави възможно най-точно, когато $\Delta T=10$ K. Следващите отчитания се правят през 10 °C до означената на уредбата температура T_{1m}. За осигуряване на по-добро топлинно равновесие в загрявания съд котлонът се изключва 3 °C преди всяко следващо отчитане и маслото периодично се размесва с бъркалката. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.10.

Таблица 6.10

№	ΔT, K	n, ск. дел.	α, mV/K
1.	10		
2.	20		
.			
.			
.			
n.			

От графично представената зависимост $\alpha(T)$ се определя интервалът ΔT, за който коефициентът на Зеебек може да се приеме за практически независещ от температурата T. Този коефициент α се определя чрез графично осредняване от приетата за линейна част на кривата $\alpha(T)$.

6.5.2. Градуиране на термодвойка

За удобно и вярно измерване на температурата T термодвойката се градуира, като се снема възможно най-точно зависимостта на термоелектродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ от температурата T при една и съща реперна температура T_2. Градуирането може да се направи с уредбата, показана на фиг. 6.40, ако измервателният температурен диапазон на термодвойката лежи в максималната температурна разлика $T_{1m}-T_2$ на тази уредба. При дадена температурна разлика $\Delta T=T_1-T_2$ термоелектродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ се намира по формула (6.71.) Измерванията започват при добре стабилизирана температурна разлика $\Delta T=0$ K. Тя се получава, като и съдът с трансформаторно масло с измервателната спойка в него се остави достатъчно дълго да стои в съд с топящ се лед, при което маслото периодично се размесва с бъркалката B. При $\Delta T=0$K и показанието на галванометъра G трябва да бъде $n'=0$ деления. Ако това условие не е изпълнено, трябва да се намери причината и да се отстрани. За следващите измервания съдът с маслото се поставя на котлона и тогава той се включва. Показанията на галванометъра се отчитат през 5 °C до означената на уредбата температура T_{1m}. За осигуряване на по-добро топлинно равновесие в загрявания съд котлонът се изключва 2 °C преди всяко следващо отчитане, след което маслото се размесва с бъркалката, докато се получи нужната температурна разлика. Отчитането на показваните от галванометъра n' деления се прави възможно най-точно, когато се е получила нужната температурна разлика между измервателната и реперната спойка. Ако има възможност, същите измервания с отчитане на n'' деления се правят и при понижаване на температурата. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.11. Зависимостта $n(T)$ или $n(t)$ се представя графично върху милиметрова хартия за бързо отчитане на температурата съответно по термодинамичната (T) или по целзиевата (t) скала при всяко показание n на галванометъра.

Таблица 6.11

№	ΔT, K	n', ск. дел.	n'', ск. дел.	$n=\frac{n'+n''}{2}$	$\mathcal{E}$, mV
1.	0				
2.	5				
.	.				
.	.				
.	.				
n.	.				

Когато в някакъв по-голям участък на измервателния температурен диапазон на термодвойката коефициентът на Зеебек α може с достатъчна точност да се приеме за неизменен, нейното градуиране се прави само по няколко еталонни температури. За еталонни температури може да се използват температурата на топене на леда $t=0$ °C и температурата на врене на водата

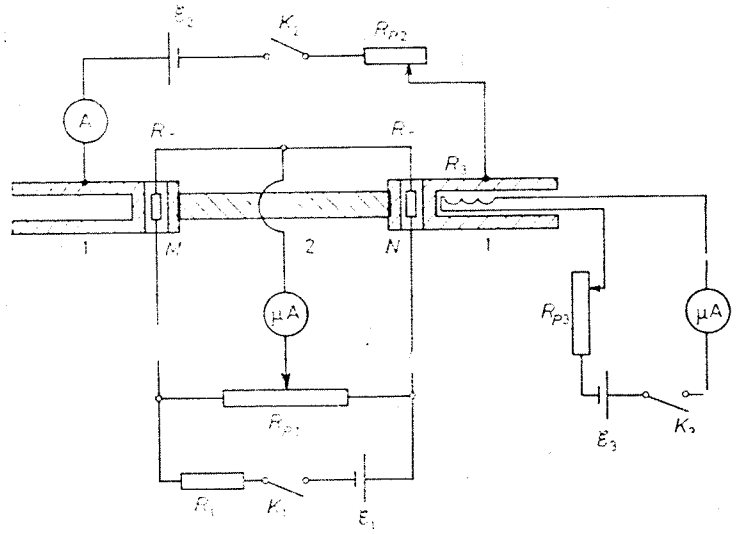
(6.73) $$t = 100\,^{\circ}\mathrm{C} - 0{,}0375\ (760 - p)^{\circ}\mathrm{C},$$

където p е атмосферното налягане, отчетено в милиметри живачен стълб. Като други еталонни температури обикновено служат лесно и точно възпроизводимите температури на топене на някои кристални вещества, каквито са например сплавта на Вуд (65,5°C), калаят (231,9°C), оловото (327,4°C), цинкът (419,5°C). В началото на такова градуиране и двете спойки на термодвойката се поставят в съда с топящ се лед, при което показанието на галванометъра трябва да се нулира. После едната от спойките се изважда от съда с топящ се лед и се поставя в тигела с топящо се кристално вещество. Когато цялото вещество в тигела се разтопи, пещта се изключва и по време на неговото постепенно изстиване и втвърдяване през подходящо избрани равни интервали от време се отчитат показанията n' на галванометъра, които при едновременното съществуване на течна и на твърда фаза остават почти неизменни. Измерванията се повтарят и при постепенно разтопяване на цялото вещество в тигела, като сега се отчитат показанията n'' на галванометъра, след което спойката се изважда от тигела. Така снетата зависимост на показанията n' и n'' от времето t се представя графично. От средата на почти хоризонталния участък за всяка от получените криви се определят показанията n_c' и съответно с n_c'', чието средноаритметично $n = \dfrac{n_c' + n_c''}{2}$ се използва като показание на галванометъра, отговарящо на температурата на топене на веществото.

Резултатите от измерванията на n за всички температурни разлики $\Delta T = T_e - T_2$ между еталонните температури T_e и репернатата температура T_2 се представят в таблица, подобна на табл. 6.11. Може да се приеме, че абсолютната грешка на дадено показание n е $\Delta n = \dfrac{n_c' - n_c''}{2}$, а абсолютната грешка на температурата на топене $\Delta t = 0{,}1$ °C. Когато експерименталните точки за построяване на зависимостта $n(t)$ са повече от две, около всяка от тях се построява доверителният интервал по съответното направление през нея, както е показано на фиг. 1.2. Ако има права линия, която графично да осредява всички експериментални точки, като пресича доверителните им интервали, тази линия се начертава и тя се използва като градуировъчна линия при измерването на температура с термодвойката. А ако такава права линия няма, намерените експериментални точки се съединяват последователно с отделни прави линии и така получената начупена линия се използва като градуировъчна. Когато експерименталните точки за построяване на зависимостта $n(t)$ са само две, те направо се съединяват с една права линия, която се използва като градуировъчна.

6.5.3. Ефект на Пелтие

Измерването на топлинната енергия при термоелектричен топлообмен съществено се затруднява от едновременното отделяне и на джаулова топлинна енергия в проводниците при протичането на електричен ток през тях. Обстоятелството, че контактният термоелектричен топлообмен става само около спойките на разнородните проводници, дава възможност той да бъде измерен сравнително по-лесно. На фиг. 6.41 е показана схемата на уредба



Фиг. 6.41

за такова измерване. Два еднакви медни проводника *1* са съединени с константанов проводник *2* чрез спойките M и N. Наличието на температурна разлика $\Delta T = T_M - T_N$ между двете спойки се установява с термисторен мост, чиито термистори R_T се намират непосредствено до спойките. За подобряване на топлообмена термисторите са потопени в глицерин. Източникът на напрежение $\mathcal{E}_1$ за захранване на моста се свързва с ключа K_1 през ограничителния резистор R_1, при което през индикиращия микроамперметър изобщо протича някакъв ток. В началото този ток се мени, поради което се изчаква той да се установи. Тогава с потенциометъра R_{p1} се нагласява токът през микроамперметъра да стане равен на нула. При някои уредби вместо с термисторен мост тази изходна настройка се прави с галванометър и последователно свързани с него две еднакви термодвойки с насрещни термоелектродвижещи напрежения. Измерителната спойка на едната термодвойка се намира непосредствено до спой-

ката M, а измерителната спойка на другата термодвойка се намира непосредствено до спойката N. През затворената верига на индикиращия галванометър с термодвойките протича ток само когато $\Delta T = T_M - T_N \neq 0$.

След нулирането на тока през индикиращия уред с ключа K_2 през променливия резистор R_{p2} се свързва източникът на напрежение $\mathcal{E}_2$ по такъв начин, че вследствие на контактния термоелектричен топлообмен електричният ток да загрява спойката M и съответно да охлажда спойката N. С това възниква температурна разлика между тях и през индикиращия уред започва да протича ток. Този ток се изменя, докато между спойките и околната им среда не настъпи топлинно равновесие. Щом показанията на уреда престанат да се менят, с ключа K_3 се свързва източникът на напрежение $\mathcal{E}_3$, за да протича ток и през разположения до спойката N компенсиращ нагревател със съпротивление R_3. Нагревателят започва да намалява температурната разлика ΔT, в резултат на което показанията на индикиращия уред започват да се приближават към нула. В зависимост от тяхното изменение с последователни промени на тока I_3 през компенсиращата верига чрез променливия резистор R_{p3} се намира онова положение, при което показанията на уреда остават неизменно на нула. Тогава престава да се изменя и токът I_2 през спойките M и N, отчитан по амперметъра А. Настъпилото динамично равновесие в топлообмена между спойките и околната им среда осигурява равенство между постъпващата за единица време топлинна енергия във всяка от тях

$$\frac{Q_J}{\tau} + \frac{Q_\Pi}{\tau} = \frac{Q_J}{\tau} - \frac{Q_\Pi}{\tau} + \frac{Q_3}{\tau}, \tag{6.74}$$

където джауловата топлинна енергия Q_J е една и съща за двете спойки, топлинната енергия на Пелтие $Q_\Pi = \Pi I_2 \tau$ е различна само по знак за двете спойки, а топлинната енергия на компенсиращия нагревател $Q_3 = I_3^2 R_3 \tau$. Оттук за коефициента на Пелтие се получава

$$\Pi = \frac{I_3^2 R_3}{2 I_2}. \tag{6.75}$$

Относителната грешка на Π се намира по формулата

$$\frac{\Delta\Pi}{\Pi} = 2\frac{\Delta I_3}{I_3} + \frac{\Delta I_2}{I_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} = 2\frac{n_{03}}{n_3}\frac{k_3}{100} + \frac{n_{02}}{n_2}\frac{k_2}{100} + \frac{\Delta R_3}{R_3}, \tag{6.76}$$

където n_{03} е обхватът на микроамперметъра в единици, означени върху неговата скала, n_3 — броят на единиците за отчетения ток I_3, k_3 — класът на микроамперметъра, n_{02} — обхватът на амперметъра в единици, означени върху неговата скала, n_2 — броят на единиците за отчетения ток I_2, k_2 — класът на амперметъра, а отношението $\frac{\Delta R_3}{R_3}$ е означено върху уредбата в проценти.

6.5.4. Отделителна работа на термоелектрони

Огромният брой електрони в кондензирано тяло имат енергия, не по-голяма от енергията E_F на Ферми (вж. 9.1), която е значително по-малка от минималната енергия E_0 на отделения от тялото електрон. При ниска температура броят на електроните с енергия, по-голяма от т. нар. отделителна работа $W = E_0 - E_F$ е много малък, поради което термоелектронната емисия от тялото е незабележима. С повишаване на температурата T плътността j_s на наситения термоелектронен ток на излъчваните от свободната повърхност на тялото термоелектрони се увеличава по закона на Ричардсън—Дешман

$$j_s = BT^2 e^{-\frac{W}{kT}}, \tag{6.77}$$

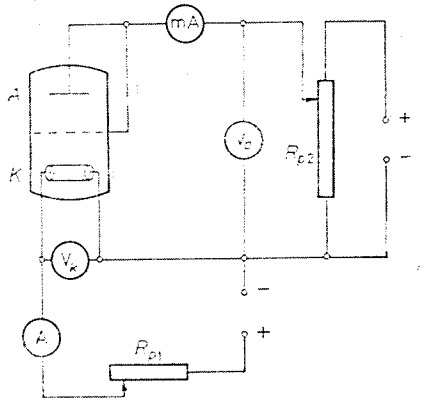
където B е характерна за емитера константа, а болцмановата константа $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K. След преобразуване и логаритмуване уравнение (6.77) приема удобния за определяне на W вид

$$\ln\frac{j_s}{T^2} = C - \frac{W}{k}\frac{1}{T}, \tag{6.78}$$

където константата $C = \ln B$. За целта е достатъчно линейната зависимост на $\ln\frac{j_s}{T^2}$ от $\frac{1}{T}$ да се представи графично и от наклона на получената права линия

$$\frac{\Delta\left(\ln\frac{j_s}{T^2}\right)}{\Delta\left(\frac{10^3}{T}\right)} \cdot 10^3 = \frac{W}{k},$$

като се знае k, да се пресметне W.



Фиг. 6.42

За снемане на зависимостта (6.78) обикновено се използва триелектродна лампа ГУ—4 с волфрамов катод, свързана като диод по схемата, показана на фиг. 6.42. Отоплителният ток I_k

се регулира с променливия резистор R_{p1} според показанията на амперметъра A, а приложеното на катода напрежение U_k се отчита по волтметъра V_k. Като се използват означените върху уредбата дължина l и диаметър d на цилиндричния катод, от развиваната в него топлинна мощност $P_k = U_k I_k$ се пресмята нейната повърхнинна плътност $\sigma_P = \frac{P_k}{\pi l d}$, която служи за определяне на температурата T на катода чрез интерполация на данните в табл. 6.12.

Таблица 6.12

T, K	σ_P, W/cm²	T, K	σ_P, W/cm²
1100	3,223	2100	95,690
1200	5,210	2200	119,800
1300	8,060	2300	148,214
1400	12,010	2400	181,203
1500	17,330	2500	219,301
1600	24,320	2600	263,002
1700	33,282	2700	312,704
1800	44,541	2800	368,912
1900	58,454	2900	432,402
2000	75,372	3000	503,513

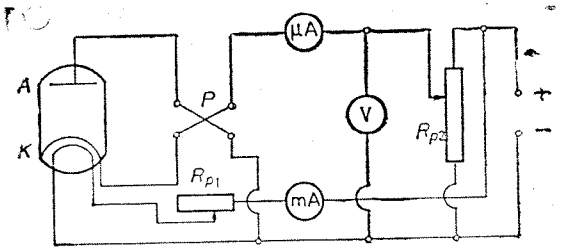
Анодното напрежение U_a се регулира с променливия резистор R_{p2} според показанията на волтметъра V_a и на милиамперметъра в анодната верига. За определяне на плътността на наситения термоелектронен ток $j_s = \frac{I_{as}}{\pi l d}$ при даден отоплителен ток I_k, напрежението U_a трябва да се избере толкова голямо, че през лампата сигурно да протича наситен аноден ток I_{as}, който остава практически неизменен с по-нататъшното увеличаване на U_a. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.13, като измененията на отоплителния ток I_k се избират според означените на уредбата указания за тях. Полученият за отделителната работа W резултат в единици джаули се записва с три значещи цифри в единици електронволтове.

Таблица 6.13

№	I_k, A	U_k, V	σ_P, W/cm²	T, K	$\frac{10^3}{T}$	I_{as}, 10^{-3} A	j_s, A/m²	$\ln \frac{j_s}{T^2}$
1.								
2.								
.								
.								
.								
n.								

6.5.5. Разпределение на термоелектроните по скорости

Когато няма анодно напрежение U_a между електродите на двуелектродната лампа на фиг. 6.43 и поради загряване на катода K, когато от него се отделят термоелектрони, те образуват елек-



Фиг. 6.43

тронен облак около катода с максуелово разпределение на броя им n по скоростта им v, отговарящо на температурата T на катода (вж. 4.5.4). Наличието на електронен облак около катода значително намалява отделянето на термоелектрони, но не го прекратява съвсем, защото част от електроните на облака достигат анода A на лампата и през нея протича аноден ток I_0. Ако на анода A се подаде отрицателен потенциал по отношение на катода K, такова задържащо електроните анодно напрежение $-U_a$ възпрепятствува протичането на аноден ток I_a. При електронна лампа с успоредно разположени плоски електроди от еднакъв материал анодният ток зависи от задържащото напрежение по експоненционалния закон

$$I_a = I_0 e^{-\frac{eU_a}{kT}}, \tag{6.79}$$

където $e = 1{,}6.10^{-19}$ C е зарядът на електрона. При значително съпротивление R_0 на микроамперметъра то се означава върху уредбата, за да се определя корекцията $U_c = R_0 I_a$ на показваното от волтметъра анодно напрежение U_a заради пада на потенциала в микроамперметъра

$$U_{ac} = U_a - U_c. \tag{6.80}$$

Когато на анода A се подаде положителен потенциал по отношение на катода K, при сравнително малко $+U_a$ такова ускоряващо електроните анодно напрежение увеличава протичащия аноден ток I_a по закона

$$I_a = BU_a^{\frac{3}{2}}, \tag{6.81}$$

където B е характерна за лампата константа. Зависимостите (6.79) и (6.81) на анодния ток I_a от анодното напрежение U_a

се снемат с уредбата, показана на фиг. 6.43. С променливия резистор R_{p1} и според показанията на милиамперметъра се нагласява някоя от означените на нея стойности на отоплителния ток I_k. С превключвателя P в началото се избира между електродите на лампата да се прилага задържащо напрежение $-U_a$. Анодното напрежение се регулира с променливия резистор R_{p2}, а анодният ток се отчита с микроамперметъра. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 6.14, където са дадени и някои примерни стойности за избиране на напрежения U_a.

Таблица 6.14

№	U_a, V	I_a, μA	$\frac{I_a}{I_0}$	$\ln \frac{I_a}{I_0}$	v, m/s
1.	— 0,80				
2.	— 0,75				
.	.				
.	.				
.	.				
	— 0,10				
	— 0,075				
	— 0,050				
	— 0,025				
	0,00				
	0,05				
	0,10				
	.				
	.				
	.				
n.	0,50				

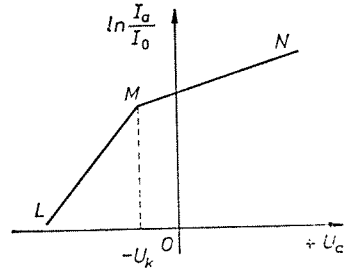
Като се преобразува и логаритмува уравнение (6.79), се получава линейната зависимост

$$\ln \frac{I_a}{I_0} = -\frac{e}{kT} U_a, \tag{6.82}$$

след графичното представяне на която може да се определи температурата T на термоелектродния газ от наклона на правата линия $\frac{\Delta\left(\ln \frac{I_a}{I_0}\right)}{\Delta U_a} = \frac{e}{kT}$. Аналогичната зависимост от логаритмуването на уравнение (6.81) е също линейна, но с по-малък наклон. На фиг. 6.44 първата зависимост е представена с линията LM, а втората зависимост е представена с линията MN. В разглеждания случай смяната на вида на зависимостта става не при $U_a=0$, а при $U_a=-U_k$, където контактната потенциална разлика U_k между анода и катода е породена от по-малка отделителна работа на електроните от анода в сравнение с отделителната работа на електроните от катода. По този начин от графичното представяне на съответните експериментални данни

се определя контактната потенциална разлика U_k между електродите на използваната лампа.

От връзката между кинетичната енергия $E_k=\frac{mv^2}{2}$ на електрона, която е изразходвана за извършване на работа eU_a срещу електричните сили, $eU_a=-\frac{mv^2}{2}$, за неговата скорост се получава



Фиг. 6.44

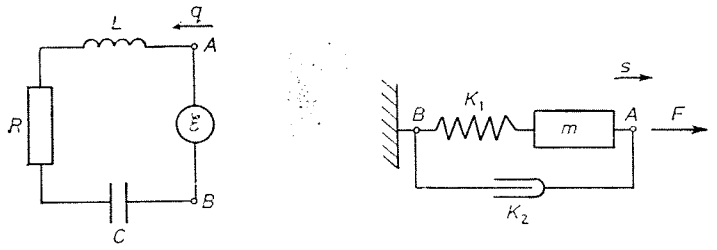
$$v=\sqrt{\frac{2eU_a}{m}}, \tag{6.83}$$

където масата на електрона $m=9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. В определения от дадено задържащо напрежение U_{a1} анодeн ток I_{a1} участват само термоелектрони със скорост, по-голяма от съответната скорост v_1, пресметната по формула (6.83). Затова отношението $\frac{I_{a1}}{I_0}$ е равно на относителния брой $\frac{\Delta n}{n}$ на електроните със скорост, по-голяма от съответно избраната скорост v_1. Зависимостта на $\frac{\Delta n}{n}$ от v също се представя графично.

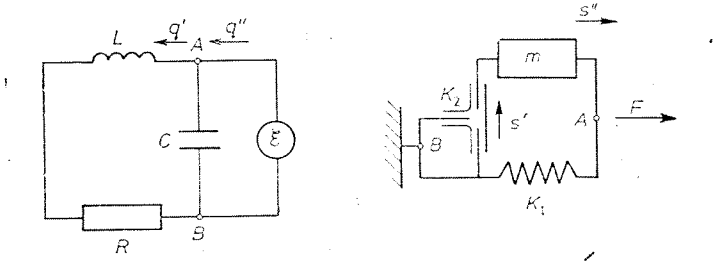
6.6. ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ ТРЕПТЕНИЯ И ВЪЛНИ

Начинът на трептене съществено зависи от пространствените връзки между елементите на системата, а не от вида на изменящите се величини. На фиг. 6.45, *а* са дадени най-простите последователно и успоредно свързване на активния с пасивните елементи в електричен трептящ кръг, а на фиг. 6.45, *б* са дадени аналогичните свързвания на еластична трептяща система. В последователно свързания електричен трептящ кръг участвуват активен елемент с електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$ и пасивни елементи — кондензатор с капацитет C, резистор със съпротивление R и бобина с индуктивност L. Кондензаторът реагира въз-

вратно на измененията на електричния заряд върху неговите плочи, резисторът обикновено разсейва енергията на протичащия през него електричен ток, а бобината реагира инертно на измененията на електричния ток. Съответно при последователно



последователно свързване



успоредно свързване

а

Фиг. 6.45

свързаната еластична трептяща система пружината k_1 реагира възвратно на деформирането, преобразувателят на кинетична енергия k_2 обикновено разсейва енергията на постъпателното движение, а тялото с маса m реагира инертно на измененията на скоростта на движението. Електричната и еластичната трептяща система на пространствено съсредоточени и последователно свързани елементи имат само по една степен на свобода. За електричния случай степента на свобода може да се изрази с протеклия заряд q, а за еластичния случай при постъпателно движение тя се изразява с извършеното преместване s. Затова трептенията на такива системи общо се описват с уравнение (3.1), което за електричен трептящ кръг с електродвижещо напрежение $\mathcal{E}=\mathcal{E}_0 \sin \omega t$ приема вида

$$\mathcal{E}_0 \sin \omega t = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2}. \tag{6.84}$$

Уравнение (6.84) показва, че във всеки момент t приложеното

електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$ е равно на сумата от възникналото напрежение $U_c=\frac{q}{C}$ между плочите на кондензатора, наличното напрежение $U_R=RI$ между краищата на резистора и самоиндуцираното напрежение $U_L=L\frac{dI}{dt}$ между краищата на бобината. Електричният ток през тази верига е

$$I=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\cos(\omega t+\varphi_q). \tag{6.85}$$

Импедансът на веригата $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ е минимален при онази честота ω_r, за която изразът $\omega_r L-\frac{1}{\omega_r C}=0$. Оттук

$$\omega_r=\frac{1}{\sqrt{CL}}=\sqrt{\frac{k_1}{k_3}}=\omega_0. \tag{6.86}$$

При честота ω_r електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ е във фаза с максималния ток I в последователно свързаната електрична верига и тя е в състояние на резонанс.

Както се вижда от фиг. 6.45, при успоредно свързване трептящата система има вече две степени на свобода: протеклите заряди q' и q'' в електричния случай и извършените премествания s' и s'' в еластичния случай. Сега резисторът R и аналогичният му преобразувател на кинетична енергия k_2 участвуват както в съответните пасивни CRL- и k_1k_2m-кръгове, така и в кръга на цялата верига със съответните активни елементи $\mathcal{E}$ и F. Нека и при този електричен трептящ кръг да действува електродвижещо напрежение $\mathcal{E}=\mathcal{E}_0 \sin \omega t$, при което от условието за неговото равенство във всеки момент t със сумата от противодействията на пасивните елементи следва

$$\mathcal{E}_0 \sin \omega t = \frac{q''-q'}{C} = R\frac{dq'}{dt} + L\frac{d^2q'}{dt^2}. \tag{6.87}$$

Като се изключи q' от системата уравнения (6.87), за импеданса на цялата верига се получава

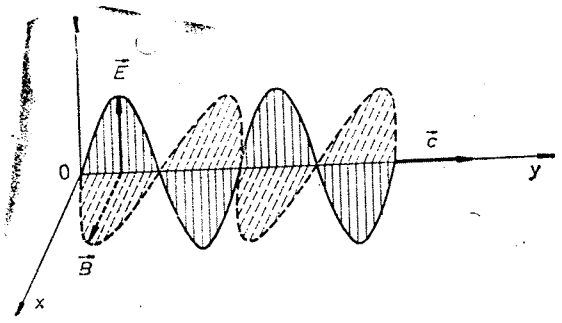
$$Z=\sqrt{\left(\frac{R}{R^2+\omega^2L^2}\right)^2+\left(\omega C-\frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\right)^2}. \tag{6.88}$$

Импедансът (6.88) е максимален при онази честота ω_r, за която изразът $\omega_r C-\frac{\omega_r L}{R^2+\omega_r^2L^2}=0$, откъдето

$$\omega_r=\sqrt{\frac{1}{CL}-\frac{R^2}{L^2}}=\sqrt{\omega_0^2-4\gamma^2}. \tag{6.89}$$

При честота ω, електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ е във фаза с минималния ток $I''=\frac{dq''}{dt}$ в цялата верига. Точно тогава обаче токът $I'=\frac{dq'}{dt}$ в пасивния CRL-кръг е максимален. Този резонанс на пасивния CRL-кръг при успоредното свързване обикновено се нарича «резонанс на тока» за разлика от резонанса на активния $\mathcal{E}CRL$-кръг при последователното свързване, наричан често «резонанс на напрежението». Когато $R \ll \omega L$, в израза (6.88) R^2 може да се пренебрегне, при което за резонансната честота се получава изразът (6.86).

Според вълновата теория на електромагнитното лъчение разпространяването на електромагнитни вълни се описва с два периодично изменящи се вектора — интензитета $\vec{E}$ на електричното поле и индукцията $\vec{B}$ на магнитното поле. На фиг. 6.46 е



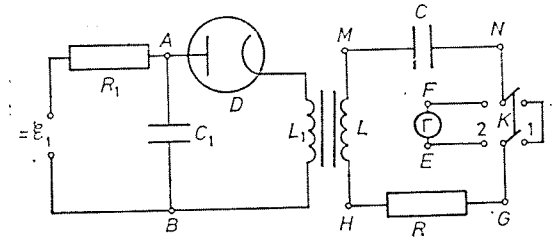
Фиг. 6.46

показано разпространяването на плоски моночестотни електромагнитни вълни в положителната посока на оста Oy. Трептенията на $\vec{E}$ неизменно остават в равнината yz, трептенията на $\vec{B}$ са в равнината xy, а векторът скорост $\vec{c}$ на тяхното разпространяване образува дясна тройка с векторите $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

6.6.1. Свободни електромагнитни трептения

С експерименталната уредба на фиг. 6.47 се изследват свободните електромагнитни трептения в CRL-кръга, който се получава при положение «1» на ключа K. Пасивният CRL-кръг периодично се разтрептява от индуктивно свързания с него релаксационен генератор $DL_1C_1R_1\mathcal{E}_1$. С включване на постоянното електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_1$ кондензаторът C_1 започва да се

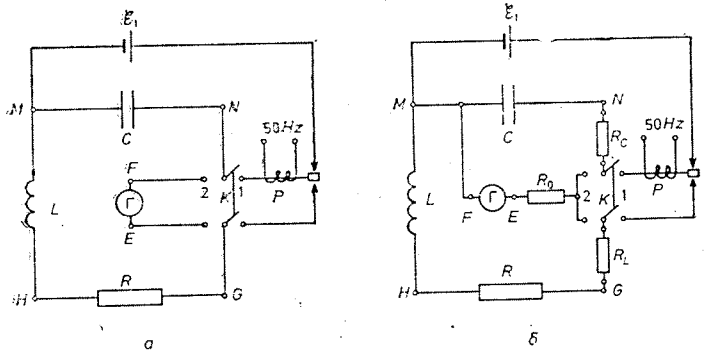
зарежда през резистора R_1, докато напрежението между точките A и B стане равно на запалителното напрежение U_D на глим-



Фиг. 6.47

лампата D. Тогава зареденият кондензатор C_1 се разрежда през глимлампата D и бобината L_1, която индуктивно отдава част от получената енергия на пасивния CRL-кръг. Параметрите на системата са подбрани така, че породените в CRL-кръга трептения затихват преди следващото зареждане на кондензатора C_1.

Свободни електромагнитни трептения се получават и с уредбите, показани на фиг. 6.48, при включването им към захранващо



Фиг. 6.48

напрежение ~ 220 V и положение «1» на ключа K. Тогава релето P периодично включва за зареждане кондензатора C към източника $\mathcal{E}_1$, след което почти веднага го превключва към веригата на резистора R и бобината L. В така образуваните CRL-кръг възникват свободни електромагнитни трептения. Ако не успеят да затихнат до момента на следващото превключване, те изчезват при разпадането на кръга. Когато за този експеримент се ползва уредбата 6.48, *б*, резисторите R_C и R_L се дават накъсо.

Според уравнение (3.4) периодът на свободните трептения е

$$T_1=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}. \tag{6.90}$$

Затова той изобщо се променя, когато се изменят параметрите C, R и L на трептящия кръг. Капацитетът C на кръга се изменя, като между точките M и N се включват успоредно един на друг различен брой кондензатори с предварително известни стойности на капацитетите. Съпротивлението R на кръга се изменя, като между точките G и H се включи достатъчно точен безиндукционен ключов реостат или вместо него се използва безиндукционен резистор с плавно изменящо се съпротивление. Индуктивността L на кръга съществено се изменя, като се мени положението на феритна пръчка по оста на бобината. За контролиране на това изменение външният край на феритната пръчка се движи покрай сантиметрова скала, където различните положения на пръчката може да бъдат отчетени. Параметрите на уредбата са подбрани така, че може да се избере критично съпротивление $R_k=2\sqrt{\frac{L}{C}}$, при което е изпълнено условието $\omega_0^2-\gamma^2=0$. На тази граница между периодичното и непериодичното протичане процесите в кръга максимално бързо затихват експоненциално, без да се повтарят.

Свободните електромагнитни трептения в CRL-кръга удобно се наблюдават на екрана на осцилоскоп, който работи в чакащ режим на разгъващото напрежение. Например с двулъчевия осцилоскоп «Тесла ВМ 463» е подходящо да се работи при положение «АВТ.НЧ» на ключа за вида на разгъването и положение «ВНУТР.—» на копчето над този ключ, при което ключът «развертка» е в положение «РАЗВ. 1Х». Когато се използва първият канал A на осцилоскопа, ключовете «перекл. каналов» и «синхронизация» се поставят в съответното им положение «A», а копчето над последния ключ се поставя в положение «+», за да остане непроменена полярността на изследвания сигнал. Ако сега на канала A за управляване на първия лъч се подаде напрежението $-U_C$ между краищата NM на кондензатора, на екрана на осцилоскопа се наблюдават измененията с времето t на зарядите $q=CU_C$ върху неговите плочи. Ако на канала A се подаде напрежението U_R между краищата GH на резистора, на екрана се наблюдават измененията на тока $\frac{dq}{dt}=I=\frac{U_R}{R}$ през резистора, стига съпротивлението му да не е нула. А ако на канала A се подаде напрежението U_L между краищата HM на бобината, на екрана се наблюдават измененията на самоиндуцираното електродвижещо напрежение $\mathcal{E}_s=L\frac{d^2q}{dt^2}=U_L$ в бобината. Картината се получава добре, когато масата на осцилоскопа е свързана към първата от

посочените двойки букви. Тя се стабилизира с плавно въртене на ключа «уровень спуска» и на копчето «стабильность» над него при положение «1 ms» на ключа «время/дел». Амплитудите на трептенията на напреженията $-U_C$ и U_L се отчитат добре по скалата на екрана на осцилоскопа при положение «1» на ключа «V/дел» за канала A и съответна донастройка с въртене на копчето над този ключ. А амплитудите на трептенията на напрежението U_R се отчитат добре при положение «0,5» на същия ключ и съответна донастройка със същото копче. Амплитудите на U_R и на U_L се получават неизкривени само при достатъчно малко съпротивление на резистора.

Изследването на затихващите свободни електромагнитни трептения започва, като на канала А се подаде напрежението $-U_C$ и картината се стабилизира при нулево съпротивление на променливия резистор. Обърнете внимание как се изменя техният период, като променяте капацитета на кондензатора и индуктивността на бобината. При максимален капацитет C на кондензатора и максимална индуктивност L на бобината се подбира точно онова съпротивление R на резистора, при което кривата на трептенията върху екрана на осцилоскопа показва, че кондензаторът максимално бързо се разрежда, без да се презарежда. Критичното съпротивление R_k на трептящия кръг сега е равно на $R+R_a$, където R_a е активното съпротивление на останалата част на кръга. Съпротивлението R_k се измерва с омметър, включен между точките G и M, когато релето P е изключено от захранващото напрежение. Тогава от връзката $R_k=2\sqrt{\frac{L}{C}}$ за максималната индуктивност на бобината се получава

$$L=\frac{R_k^2}{4}C, \tag{6.91}$$

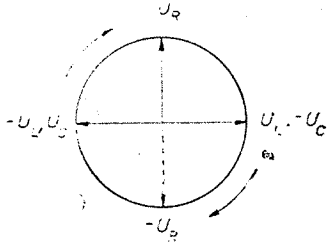
понеже капацитетът C на кондензатора и индуктивността L на бобината са практически равни на капацитета и на индуктивността на трептящия кръг. Затова и собствената честота ω_{01} на кръга при тази негова настройка се намира по формулата

$$\omega_{01}=\frac{1}{\sqrt{CL}}. \tag{6.92}$$

Но същата собствена честота на трептящия кръг може да се определи и при нулево съпротивление на променливия резистор. За целта на осцилоскопа се подава напрежението $-U_C$ и картината на затихващите свободни трептения се нагласява така, че евентуалните нулеви амплитуди да лежат на оста x и картината максимално да запълва екрана, без да излиза от него. При това положение се измерва периодът T_1 на свободните трептения, като се взима предвид, че в случая на едно основно деление по скалата на оста x отговаря интервал от време 1 ms. За по-голяма точност на измерването се отчита общата продължи-

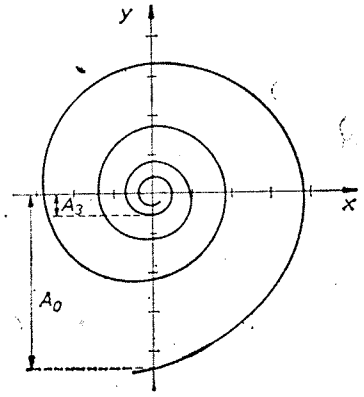
телност τ_n на възможно най-голям брой n периода T_1, откъдето $T_1 = \frac{\tau_n}{n}$. След това по формула (3.6) се определя и логаритмичният декремент Λ' на свободните трептения. Тук за амплитуда A_0 се отчита максималната начална амплитуда, а за амплитуда A_k се избира онази, която след k на брой периода T_1 се отчита с около 20 % относителна грешка. После по формула (3.5) се пресмята коефициентът на затихване γ. Търсената по този начин собствена честота ω_{02} на кръга се намира накрая по формула (3.4).

Периодичните изменения на U_C изостават по фаза с четвърт период $\left(\Delta\Phi = -\frac{\pi}{2}\right)$ спрямо измененията на U_R, а измененията на U_L избързват по фаза с четвърт период $\left(\Delta\Phi = +\frac{\pi}{2}\right)$ по отношение на измененията на U_R. Поради това измененията на U_C изостават по фаза с половин период ($\Delta\Phi = -\pi$) спрямо измененията на U_L (фиг. 6.49). Тези отмествания по фаза може да се наблюдават на екрана на осцилоскопа, като се постави ключът «перекл. каналов» в положение «РАЗВ.» и второто от сравняваните напрежения се подаде на канала *Б*. Картините на затихващите свободни трептения се стабилизират така, че и двете да започват от нулево отклонение на електронния лъч. След това със съответните ключове и копчета за вертикално усилване амплитудите им се правят почти еднакви. Началата на картините се съвместяват посредством копчетата за вертикално и за хоризонтално преместване, след което се отчита фазовото отместване между трептенията. Обърнете внимание, че ако при подаване на напрежението U_R на канала *А* масата на осцилоскопа се свърже към точката *G*, поради накъсо свързаните точки *N* и *G* по канала *Б* може да се наблюдават само измененията на напрежението $-U_C$ между точките *N* и *M*, което е със знак «—» за избраната посока на обикаляне на *CRL*-кръга (фиг. 6.49). Затова в случая трептенията в канала *Б* избързват по фаза спрямо трептенията в канала *А*. А ако масата на осцилоскопа се свърже към точката *H* и по този начин на канала *А* се подаде напрежението $-U_R$, по канала *Б* може да се наблюдават само измененията на напрежението U_L между точките *H* и *M*. Затова при сравняване на тези две изменения се вижда, че трептенията в канала *Б* изостават по фаза спрямо трептенията в канала *А* (фиг. 6.49). Поради изложените причини с така избраната настройка на осцилоскопа върху екрана му може да се сравняват само трептенията на напреженията $-U_C$ с U_L или U_C с $-U_L$, в резултат на което трептенията в двата канала са във фаза. Отместването по фаза на напреженията с един и същ знак може да се наблюдава, като се смени полярността на единия от сигналите чрез поставяне на копчето «синхронизация» в положение «—».



Фиг. 6.49

Отместването по фаза на измененията на U_C и на U_L спрямо измененията на U_R може да се използва за измерване на логаритмичния декремент Λ'' на затихващите свободни трептения при различно от нула съпротивление на променливия резистор. За целта на канала *А* се подава напрежението U_R между точките *G* и *H*, а на буксите «ГОР. ВХОД» се подава напрежението $-U_C$ между точките *N* и *M*, при което ключът «развертка» се поставя на положение «ГОР. УСИЛ. 1х». С донастройка на хоризонталната чувствителност посредством копчето над този ключ и на вертикалното усилване на сигнала в канала *А* на екрана на осцилоскопа може да се разположи цялата спирала, която



Фиг. 6.50

електронният лъч периодично описва под едновременното действие на отместените по фаза на четвърт период периодично изменящи се напрежения. При работа с уредбата, показана на фиг. 6.48, *а*, спиралата се получава по-добре, като се изключи замасяването от точката *N*, докато при работа с уредбата, показана на фиг. 6.48, *б*, изключването на това замасяване влошава картината. Вижте как се променя видът на спиралата с изменяне капацитета на кондензатора, съпротивлението на резистора и индуктивността на бобината. Логаритмичният декре-

мент Λ'' се измерва при максимален капацитет C на кондензатора и при максимално изтеглена феритна пръчка от бобината. Като се менят съпротивлението на резистора и усилванията на сигналите във вертикално и в хоризонтално направление, уредбата се настройва така, че цялата спирала максимално да запълва екрана на осцилоскопа, когато тя е симетрично разположена в неговата равнина. С копчетата за вертикално и за хоризонтално преместване на картината центърът на спиралата може да се разположи в центъра на координатната мрежа на екрана. Тогава пак с изменяне на формата и размерите на спиралата тя се донагласява така, че навлизащата в мрежата витка да засича най-отдалечения й край. Отклонението от центъра на спиралата до тази засечка се взема за амплитуда A_0. За амплитуда A_k се взема отклонението от центъра на спиралата до пресечната точка на онази нейна витка, за която след k на брой пълни завивания то се отчита с около 20 % относителна грешка (фиг. 6.50). За да се използва напрежението U_L между точките H и M като разгъващо, на канала A се подава напрежението $-U_R$ между точките H и G, при което двойното замасяване води до известно размазване на витките на спиралата. Тя се довежда до описания оптимален вид за измерване на същия логаритмичен декремент Λ'', като се изменят само усилванията на сигналите по двете оси на екрана на осцилоскопа.

При така избраната настройка на осцилоскопа може да се подадат и съвпадащите по фаза трептения и на напреженията $-U_C$ и U_L, в резултат на което на екрана се наблюдава наклонена права линия. Със съответните ключове и копчета тя може да се нагласи да минава точно през средата на първи и на трети квадрант на координатната мрежа. Сумирането на противоположни по фаза трептения може да се наблюдава, като се смени полярността на единия от сигналите с копчето «синхронизация».

Относителната грешка на L се намира по формулата

$$\frac{\Delta L}{L}=2\frac{\Delta R_k}{R_k}+\frac{\Delta C}{C}, \tag{6.93}$$

където ΔR_k се оценява от измерващия, а $\frac{\Delta C}{C}$ се приема за равно на 5 %. Относителната грешка на ω_{01} се намира по формулата

$$\frac{\Delta\omega_{01}}{\omega_{01}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta C}{C}+\frac{\Delta L}{L}\right). \tag{6.94}$$

Ако τ_n е общата продължителност на n периода T_1, абсолютната грешка $\Delta T_1=\frac{\Delta\tau_n}{n}$, където абсолютната грешка $\Delta\tau_n$ се определя от абсолютната грешка Δl, с която се отчита дължината l на картината, съдържаща n периода T_1. Относителната грешка на ω_{02} се намира по формулата

$$\frac{\Delta\omega_{02}}{\omega_{02}}=\frac{\Delta T_1}{T_1}+\frac{\Lambda'(A_0+A_k)\Delta A_0}{kA_0A_k(4\pi^2+\Lambda'^2)}, \tag{6.95}$$

където абсолютната грешка ΔA_k е приета за равна на абсолютната грешка ΔA_0.

Кой от двата резултата за ω_0 е по-надежден?

6.6.2. Принудени електромагнитни трептения

С експерименталните уредби, показани на фиг. 6.47 и на фиг. 6.48, *а*, се изследват принудени електромагнитни трептения в последователно свързан $\mathcal{E}CRL$-кръг, който се получава при положение «2» на ключа K. За целта на клемите EF трябва да се свърже и генератор Г на електродвижещо напрежение $\mathcal{E}=\mathcal{E}_0\sin\omega t$, чиято кръгова честота $\omega=2\pi f$ може плавно да се изменя и да се отчита. Преди обаче да се снемат зависимостите на амплитудите на напреженията U_C, U_R и U_L от отношението $\frac{\omega}{\omega_0}$, трябва да се избере подходяща доброкачественост Q на трептящия кръг. Затова най-напред при положение «*1*» на ключа K се включва периодичното възбуждане на кръга и той се настройва на определени свободни трептения. Настройката се прави по картината на екрана на осцилоскоп, работещ в чакащ режим, на чийто канал за вертикално отклонение е подадено напрежението между точките N и M. В началото се включва само един кондензатор с най-малък капацитет, съпротивлението на променливия резистор се избира да бъде нула, а индуктивността на бобината на втората уредба се избира да бъде максимална. При това положение картината на затихващите свободни трептения се нагласява така, че максимално да изпълва екрана на осцилоскопа, когато нулевите амплитуди лежат на координатната ос x. После съпротивлението на променливия резистор се увеличава, докато върху екрана останат само два периода на трептенията.

След тази настройка периодичното възбуждане на трептящия кръг се изключва и ключът K се поставя в положение «2». Щом за подаване на напрежението U_C масата на осцилоскопа е свързана към точката N, масата на генератора Г трябва да се свърже към точката F. Изобщо при тези свързвания трябва да се спазва правилото кондензаторът C да не бъде между замасяващите проводници на осцилоскопа и на генератора. Генераторът се включва при амплитуда на сигнала 3V и максимално външно омово натоварване. С евентуална донастройка на прага за включване на електронния лъч и на стабилността на картината върху екрана се получава незатихващата синусова линия на сигнала U_C, чиято височина h_C се разполага симетрично спрямо оста x. После честотата f на подаваното от генератора електродвижещо напрежение се изменя плавно от единия до другия край на избрания диапазон, за да се провери дали той съдържа честотата $f_{mq}=\frac{\omega_{mq}}{2\pi}$, за която амплитудите на напре-

жението U_C имат максимум. При честота f_{mq} усилването по оста y се избира така, че височината h_C да заема цялата вертикална скала на екрана. Едва тогава височината h_C се измерва при различни честоти от единия до другия край на работния диапазон. Около максимума отчитанията на h_C се правят през една единица от разреда на втората значеща цифра, а ако трябва — и на третата значеща цифра на стойността на f. Щом отклонението на измерената височина от първоначално избраната максимална височина стане по-голямо от 2 mm, стъпката на изменението на f се удвоява. При отклонение, по-голямо от 1 cm, стъпката на изменението на f се увеличава още по преценка на измерващия. Данните от измерванията на h_C и от аналогичните измервания на h_R и на h_L се обработват в табл. 6.15.

Таблица 6.15

№	f, 10^2Hz	h_C, cm	f, 10^2Hz	h_R, cm	f, 10^2 Hz	h_L, cm	ω, s^{-1}	$\frac{\omega}{\omega_0}$
1.	2,0		2,0		2,0			
2.	3,0		3,0		3,0			
.	.		.		.			
.	.		.		.			
.	.		.		.			
n	20		20		20			

При $\omega = \omega_0$ измененията на напрежението U_R съвпадат по фаза с измененията на електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$, докато измененията на напрежението U_C изостават по фаза на четвърт период от измененията на $\mathcal{E}$, а измененията на напрежението U_L избързват по фаза с четвърт период спрямо измененията на $\mathcal{E}$. Сравняването по фаза на трептенията на U_R с трептенията на $\mathcal{E}$ се използва за точно определяне на собствената кръгова честота ω_0 на трептящия кръг. За целта напрежението U_R се подава на входа за вертикално отклонение на електронния лъч, а за разгъващо напрежение се подава електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$. Ако масата на осцилоскопа и масата на генератора са свързани към точката G, в общия случай електронният лъч описва елипса върху екрана, чиито оси се променят, като се изменя честотата f на генератора. Елипсата се превръща в наклонена права линия през първи и трети квадрант на координатната мрежа точно когато кръговата честота ω на генератора стане равна на собствената кръгова честота $\omega_0 = 2\pi f_0$ на трептящия кръг, при което по честотната скала на генератора Г се отчита собствената честота f_0. Зависимостите $h_C\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$, $h_R\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ и $h_L\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ се представят графично върху милиметрова хартия, както е показано на фиг. 3.1, а може и в една и съща координатна система.

От тях графично се определят ω_{mq} и $\omega_{m\ddot{q}}$, след което по формулите

$$Q_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{2\omega_0^2 - 2\omega_{mq}^2}} \quad \text{и} \quad Q_2 = \frac{\omega_{m\ddot{q}}}{\sqrt{2\omega_{m\ddot{q}}^2 - 2\omega_0^2}} \tag{6.96}$$

се намират Q_1 и Q_2. За доброкачественост Q на трептящия кръг се взема средноаритметичното $Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$.

При честота f_0 и същото свързване на генератора трептенията на U_r се сравняват по фаза с трептенията на $\mathcal{E}$, като на входа за вертикално отклонение на лъча се подаде напрежението между точките H и M. Ексцентрицитетът на описваната от лъча елипса може да се мени, като се изменят усилванията на сигналите по осите x и y. Тази елипса обаче невинаги може да се превърне в точна окръжност поради неидеалността на уредбата. Ако се използват възможностите на уредбата с релето за промяна на капацитета и на индуктивността, може да се наблюдава смяна на ориентацията на елипсата почти на 180°. За сравняване по фаза на трептенията на $-U_C$ с трептенията на $\mathcal{E}$ трябва да се възстановят първоначално избраните параметри на трептящия кръг. В този случай обаче масата на осцилоскопа и масата на генератора се свързват към точката N и на входа за вертикално отклонение на лъча се подава напрежението между точките N и M. В случая отклонението от точната окръжност е по-малко, като и тук може да се наблюдава смяна на ориентацията на елипсата по описания вече начин. При възстановени първоначално избрани параметри на трептящия кръг се сравняват и съвпадащите по фаза трептения на напрежението U_C между точките M и N с трептенията на напрежението $-U_L$ между точките M и H. Сега едното от тези напрежения се подава на входа X, а другото се подава на входа Y на осцилоскопа.

Относителната грешка на Q_1 се намира по формулата

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_1} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} + \frac{\Delta\omega_0 + \Delta\omega_{mq}}{\omega_0 + \omega_{mq}}, \tag{6.97}$$

където $\Delta\omega_0$ и $\Delta\omega_{mq}$ се оценяват от измерващия. А относителната грешка на Q_2 се намира по формулата

$$\frac{\Delta Q_2}{Q_2} = \frac{\Delta\omega_{m\ddot{q}}}{\omega_{m\ddot{q}}} + \frac{\Delta\omega_0 + \Delta\omega_{m\ddot{q}}}{\omega_0 + \omega_{m\ddot{q}}}. \tag{6.98}$$

Абсолютната грешка на Q ще бъде $\Delta Q = \frac{\Delta Q_1 + \Delta Q_2}{2}$.

6.6.3. Резонансни зависимости при постоянна честота

Когато пасивните елементи на трептящия кръг са неизменни, условията за резонанс при последователно свързване (6.86) и при успоредно свързване (6.89) може да се изпълнят, като се

променя постепенно честотата $\omega = 2\pi f$ на принуждаващото електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$, докато стойността ѝ се изравни със стойността на постоянната резонансна честота ω_r (вж. 6.6.2). А когато честотата ω е постоянна, същите условия може да се изпълнят, като се изменя постепенно някой от влияещите на ω_r параметрични елементи, докато стойността на честотата ω_r се изравни със стойността на постоянната честота ω. Резонансните зависимости при постоянна честота може да се изследват с експерименталните уредби, показани на фиг. 6.48, като се постави ключът K в положение «2» и на клемите EF се включи генератор Г на синусово електродвижещо напрежение 3V. С последователно свързания кръг на фиг. 6.48, *а* се снема зависимостта на амплитудите на трептенията на тока I_1 през него и на амплитудите на трептенията на напреженията U_C и U_L от променливия капацитет C на кондензатора и от променливата индуктивност L на бобината. Напреженията U_C и U_L направо се подават на входа Y на осцилоскоп, работещ в чакащ режим, а токът I_1 предварително се преобразува в напрежение между краищата на резистор R_1 и то се подава на входа Y. За резистор R_1 се избира измежду стъпално променящите се резистори онзи, който има най-малко ненулево съпротивление. При всяко свързване масата на осцилоскопа и масата на генератора трябва да бъдат възможно по-близо една до друга от едната страна на кондензатора. С евентуална донастройка на прага за включване на електронния лъч и на стабилността на картината, върху екрана се получава незатихващата синусова линия на съответния сигнал. Амплитудата на сигналите се отчита, като отговарящата на всеки от тях височина h_1, h_C и h_L се разположи симетрично от двете страни на оста x.

Мястото и формата на максимумите на снеманите зависимости съществено зависят от избраната за постоянна честота f на електродвижещото напрежение $\mathcal{E}$ и от съпротивлението R на променливия резистор. Последователно свързаният кръг на фиг. 6.48, *а* се настройва за измерване при $R = R_1$, при капацитет C_1 на променливия кондензатор, равен на около половината от максималния му капацитет, и при показалец на външния край на феритната пръчка, поставен срещу определено деление S_1 около средата на скалата край него, когато броят на навивките на бобината е максимален. Тогава на входа Y на осцилоскопа се подава напрежението между краищата на резистора R_1 и честотата f на генератора се изменя плавно, за да се намери и остави като постоянна онази f_1, при която височината h_1 на подавания сигнал е максимална. С евентуална промяна на усилването по оста y се прави височината h_1 да изпълни точно цялата вертикална скала на екрана, след което се снема зависимостта на h_1 от капацитета C на кондензатора и от положението s на показалеца по скалата. Капацитетът C се изменя при първоначално

избраното положение s_1 на показалеца, а положението s се изменя съответно при първоначално избрания капацитет C_1 на кондензатора. Когато се снемат аналогичните зависимости на h_C и на h_L, подаденият в изходното положение на уредбата сигнал се нагласява само с усилването по оста y да изпълни точно цялата скала на екрана. Данните от измерванията на h_1, h_C и h_L се нанасят в табл. 6.16, след което всяка от двете групи зависимости се представя графично върху милиметрова хартия в отделна координатна система.

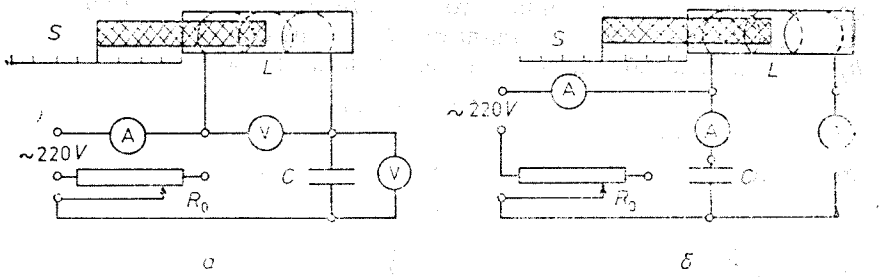
Таблица 6.16

№	C, 10^{-9} F	h_1, cm	h_C, cm	h_L, cm	s, cm	h_1, cm	h_C, cm	h_L, cm
1.	4,4				0,0			
2.	7,7				0,5			
3.	11,0				1,0			
.	.				.			
.	.				.			
.	.				.			
n.	64,8				6,5			

С успоредно свързания кръг на фиг. 6.48, *б* се снема зависимостта на амплитудите на трептенията на общия ток I_0 през него и на амплитудите на трептенията на отделните токове I_C и I_L от променливия капацитет C на кондензатора и от променливата индуктивност L на бобината. В случая и трите тока се преобразуват в напрежения между краищата на съответни резистори R_0, R_C и R_L, които се подават на входа Y на осцилоскопа. За измерванията тази уредба се настройва при нулево съпротивление на променливия резистор и при такава честота f_0, за която височината h_0 на сигнала от напрежението между краищата на резистора R_0 е минимална, когато капацитетът на кондензатора и индуктивността на бобината са подбрани така, както е казано по-горе. Данните от измерванията на h_0, h_C и h_L се обработват аналогично на данните, снети при последователно свързания кръг.

Относителното измерване на токовете и напреженията с показаните на фиг. 6.48 уредби затруднява сравняването една с друга на получените резонансни криви. С по-простите уредби, показани на фиг. 6.51, токовете и напреженията се измерват в единици от Международната измерителна система, при което кривите непосредствено се сравняват и изводите от данните се правят по-лесно. Тук последователно и успоредно свързаните електрични вериги се превеждат през състояние на резонанс само чрез плавно изменяне на индуктивността на бобина L, при което за електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$ се използва напрежението от мрежата с постоянна честота $f = 50$ Hz. Индуктивността

на бобината се изменя, като по оста ѝ се премества желязна сърцевина. Външният край на сърцевината се движи покрай сантиметрова скала S, където се отчита положението s по оста.



а *б*

Фиг. 6.51

Построената електрична верига се включва към източника на напрежение, когато в нея участвува цялото съпротивление на ограничаващия тока реостат R_0. След това сърцевината на бобината се премества, докато токът във веригата стане максимален. Тогава с плъзгача на реостата R_0 токът I_1 във веригата при последователното свързване и съответно общият ток I_0 при успоредното свързване се нагласяват да бъдат равни на 1 А. При последователно свързаната верига на фиг. 6.51, *а* се снема зависимостта на амплитудите на трептенията на тока I_1 в нея и на амплитудите на трептенията на напреженията U_C и U_L от положението s. При успоредно свързаната верига на фиг. 6.51, *б* се снема зависимостта на амплитудите на трептенията на общия ток I_0 през нея и на амплитудите на трептенията на отделните токове I_C и I_L от положението s. Данните се нанасят в табл. 6.17,

Таблица 6.17

№	s, cm	U_C, V	I_1, A	U_L, V	I_C, A	I_0, A	I_L, A
1.	0						
2.	1						
3.	2						
.	.						
.	.						
.	.						
13.	12						

след което всяка от двете групи зависимости се представя графично върху милиметрова хартия в отделна координатна система.

При анализа на получените резонансни криви трябва да се вземе предвид, че различните точки на една такава крива принадлежат на трептящи системи с различна доброкачественост Q.

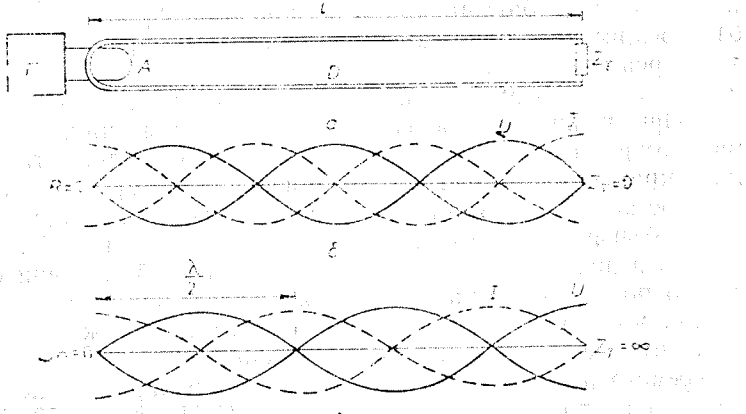
Така например максимумът на U_C е по-близо до максимума на I_1, отколкото максимума на U_L, понеже с изваждане на желязната сърцевина от бобината доброкачествеността намалява.

От поредицата последователно свързани кръгове с различна доброкачественост в резонанс е точно онзи, за който $U_C=U_L$, при което токът I_1 е максимален. Върху абсцисната ос на графично представените зависимости при последователното свързване това място се означава с s_a. Индуктивността L_a на последователно свързания кръг при положение s_a се пресмята по формула (6.86), като се използва връзката $\omega_r=2\pi f$ и стойността на капацитета C, означена върху уредбата.

От поредицата успоредно свързани кръгове с различна доброкачественост в резонанс е точно онзи, за който $I_C=I_L$, при което токът I_0 е минимален. Върху абсцисната ос на графично представените зависимости при успоредното свързване това място се означава с s_b. От сравняване на условието за резонанс на последователно свързания кръг с условието за резонанс на успоредно свързания кръг следва, че поради ролята на съпротивлението R на пасивната верига във втория случай резонансът настъпва при $L_b<L_a$, т. е. при $s_b>s_a$. Индуктивността L_b на успоредно свързания кръг при положение s_b се пресмята по формула (6.89), като се използва и означената върху уредбата стойност на съпротивлението R. С колко се изменя индуктивността L на бобината от преместване на желязната сърцевина с 1 cm в този участък на скалата S?

6.6.4. Електромагнитни вълни по двупроводна линия

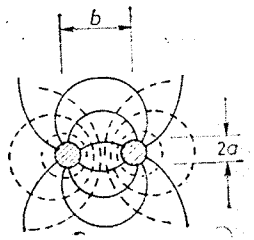
Дециметровите електромагнитни вълни удобно се изследват при разпространяването им по двупроводна линия, образувана от успоредни проводници с дължина $l>\lambda$, където λ е дължината на вълните. На фиг. 6.52, *а* е показана такава линия със свър-



б

Фиг. 6.52

зано накъсо начало. До началото на линията D е разположена антена A на генератор Г на електромагнитни трептения, който ги индуцира на това място в линията. Оттам електромагнитните трептения се разпространяват към края на линията, където има товарно съпротивление Z_T. На фиг. 6.53 е даден в напречен раз-



Фиг. 6.53

рез на линията видът на така разпространяващото се електромагнитно поле при симетрично възбуждане на линията, идеална проводимост и при условие че $a \ll b \ll \lambda$. Когато електромагнитните вълни стигнат края на линията, те може изцяло да се погълнат в товарното съпротивление Z_T или да се отразят от него напълно или частично. Взаимодействието на електромагнитните вълни със Z_T се определя от неговия вид и от характерното за линията вълново съпротивление Z_W. Разглежданата двупроводна линия има активно вълново съпротивление

$$Z_W = R_W = \sqrt{\frac{L}{C}} = 276 \lg \frac{b}{a}, \tag{6.99}$$

където C и L са капацитетът и индуктивността ѝ на единица дължина, а a и b са посочените на фиг. 6.53 размери на линията. Линията изобщо може да работи в следните режими:

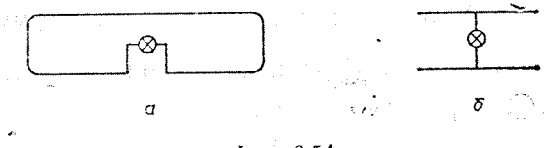
а) в режим на бягащи вълни — при $Z_T = R_W$;

б) в режим на стоящи вълни — при $Z_T = 0$, при $Z_T = \infty$ или при чисто реактивно Z_T;

в) в смесен режим — при останалите възможни случаи на Z_T.

При режим на бягащи вълни електромагнитните вълни се разпространяват само в посока от началото на линията към нейния край, където изцяло се поглъщат в $Z_T = R_W$. Бягащите електромагнитни вълни пораждат разпространяващи се по линията бързи изменения на тока I и на напрежението U, на които само осреднен ефект може да се измери с обикновени средства. Много по-интересни картини се наблюдават при режим на стоящи вълни, когато от интерферирането на срещуположно разпространяващите се падащи и отразени вълни се получава независещо от времето неравномерно пространствено разпределение на измененията на тока I и на напрежението U. На фиг. 6.52, *б* е показано такова разпределение при отразяване от товарно съпротивление $Z_T = 0$. В случая стоящите вълни имат връх на тока I и възел на напрежението U в края на линията. Това може да се обясни като резултат от отразяване на вълни на тока от края на линията, което при даването ѝ накъсо става без скок във фазата, и отразяване от същия край на вълни на напрежението, което при даването ѝ накъсо става със скок във фазата с $\frac{1}{2} T$. На разстояние $\frac{1}{4} \lambda$ от края на линията обаче фазовото съотношение между интерферициращите падащи и отразени вълни става обратно, поради което тук токът I има възел, а напрежението U има връх. Пространственото отместване с разстояние $\frac{1}{4} \lambda$ на върховете и възлите на тока спрямо върховете и възлите на напрежението е свързано и с отместване по фаза с $\frac{1}{4} T$ на измененията на тока I, където той има връх, спрямо измененията на напрежението U, където то има връх. При разглеждания случай $Z_T = 0$ генераторът възбужда линията най-добре, когато дължината ѝ l е такава, че в началото на линията се получава връх на тока, т. е. при $l = 2n \frac{\lambda}{4}$, където $n = 1, 2, 3, \ldots$ Тогава картината е съставена изцяло от стоящи вълни и за линията се казва, че е в резонанс с генератора. На фиг. 6.52, *в* е показано разпределението на измененията на тока I и на напрежението U при $Z_T = \infty$. Тук условията за отразяване на вълните на тока и на вълните на напрежението от края на линията са обратни на предишните, поради което линията е в резонанс с генератора при $l = (2n-1) \frac{\lambda}{4}$. При смесен режим амплитудите на върховете на стоящите вълни намаляват, а във възлите им стават забележими осреднените ефекти и на еднопосочно разпространяващите се бягащи вълни.

Описаните картини на бягащи или на стоящи вълни може да се наблюдават, когато край линията се движи индикатор на високочестотните токове или напрежения. На фиг 6.54 са по-



Фиг. 6.54

казани специално направени антени, с които се определя наличието на ток и съответно на напрежение по интензивността на светенето на малка лампичка с нажежаема жичка. Затвореният

правоъгълен контур на антената за ток на фиг. 6.54, *а* има дължина около $\frac{1}{4}\lambda$, а дължината на антената за напрежение на фиг. 6.54, *б* е около $\frac{1}{8}\lambda$. За индикатор на ток често се използва мост от лампичка с нажежаема жичка, чиито изводи контактуват с двата проводника на линията, а за индикатор на напрежение се употребява мост с глимлампичка. Като индикатор може да служи и подходящо пригоден чувствителен амперметър или волтметър.

При режим на стоящи вълни лесно може да се определи дължината λ, като се измери разстоянието между два различни възела или върха. Когато индикаторът се движи край линията, най-точно се отчита онова място, където неговите показания стават нула. Затова λ се определя най-точно, като се засекат местата на два възможно най-отдалечени един от друг възела по двупроводната линия. Възелът откъм началото на линията трябва да бъде отдалечен поне на 30 cm от него, понеже там картината на стоящите вълни може да бъде нарушена от некратност на дължината l с дължината $\frac{1}{4}\lambda$ или с $2\frac{1}{4}\lambda$. За място на даден възел се приема средата на отсечката, по която показанията на индикатора са нула. Например при индикатор с лампичка с нажежаема жичка за краища на такава отсечка се приемат местата, където жичката започва да червенее. Ако разстоянието между двата засечени възела е d и между тях има m на брой върха, дължината λ се намира по формулата

$$\lambda = 2\frac{d}{m}. \tag{6.100}$$

Електромагнитните вълни се разпространяват по двупроводната линия със скорост

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \tag{6.101}$$

където ε и μ са електричната и съответно магнитната проницаемост на средата, в която се намира линията. Магнитните проницаемости на въздуха и на водата са почти еднакви с магнитната проницаемост μ_0 на вакуума, а електричните им проницаемости са много различни. Затова от връзката $v = \frac{\lambda}{T}$ и формула (6.101) следва, че относителната електрична проницаемост $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ на водата може да се определи по формулата

$$\varepsilon_r = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2, \tag{6.102}$$

където λ_1 и λ_2 са дължините на електромагнитните вълни във въздуха и съответно във водата. За определяне на ε_r на водата дължината на вълните във въздух се измерва с индикатор за

ток и с индикатор за напрежение, при което за λ_1 се използва средноаритметичният резултат. Ако двупроводната линия е приспособена да работи както при $Z_T = 0$, така и при $Z_T = \infty$, за λ_1 се взема средноаритметичният резултат на четирите измервания. Измерването на дължината на вълните λ_2 във вода обикновено се прави само с един индикатор. Когато показанията на индикатора около даден възел не стават нула, за място на възела се приема онова, където показанията имат минимум. Разпространяването на електромагнитните вълни във вода съществено зависи от дълбочината, на която линията е потопена. Оптималната за измерванията дълбочина на потопяването се намира с бавно доливане на вода във ваната с линията, като се наблюдават показанията на индикатора, поставен в края на ваната откъм страната на генератора.

Когато може да се изменя дължината на двупроводната линия, тя може точно да бъде настроена в резонанс с генератора. Тогава се сравнява картината на стоящите вълни при състояние на резонанс с картината на стоящите вълни при максимално отдалечаване на линията от това състояние. Към уредбата може да има и резистор с променливо активно товарно съпротивление R_T. В този случай с плавно изменение на R_T линията може да се настрои да работи в режим на бягащи вълни. При режим на бягащи вълни показанията на най-чувствителния индикатор са еднакви по цялата линия или монотонно намаляват към нейния край, когато поглъщането на електромагнитните вълни в средата на разпространяването им е значително. Съпротивлението R_{Tw}, с което линията е настроена в режим на бягащи вълни, се измерва с омметър. Като се определят и размерите a и b на линията D, по формула (6.99) се пресмята вълновото съпротивление R_w, за да се сравни с R_{Tw}.

Относителната грешка на ε_r се намира по формулата

$$\frac{\Delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r} = 2\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2}\right). \tag{6.103}$$

При измерена с индикатор на ток дължина на вълните λ_1' и измерена с индикатор на напрежение дължина на вълните λ_1'' абсолютната грешка $\Delta\lambda_1$ на средноаритметичното λ_1 е $\Delta\lambda_1 = \frac{\Delta\lambda_1' + \Delta\lambda_1''}{2}$.

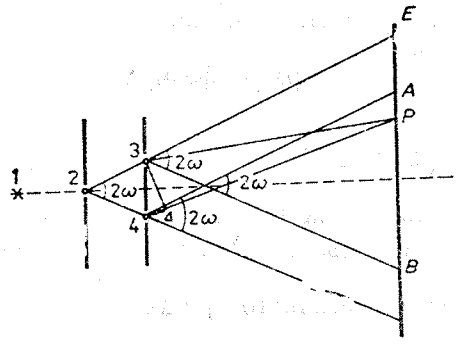
Тук $\Delta\lambda_1' = 2\frac{\Delta d_1'}{m'}$ и съответно $\Delta\lambda_1'' = 2\frac{\Delta d_1''}{m''}$, където с m' и с m'' е означен съответният брой на върховете между засечените възли, а абсолютните грешки $\Delta d_1'$ и $\Delta d_1''$ на измерените разстояния между тези възли се оценяват от измерващия. При еднократно измерена дължина λ_2 на вълните във вода аналогичната формула е $\Delta\lambda_2 = 2\frac{\Delta d_2}{m}$.

7. ОПТИКА

7.1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА СВЕТЛИНАТА

Под интерференция на светлината се разбират група явления, които настъпват при наслагването на два или повече светлинни снопа. В резултат на наслагването се извършва преразпределение на интензитета на светлината и се образуват в пространството ивици на усилване и отслабване на светлината, наречени интерференчни ивици. Необходимо условие за това е вълните да бъдат кохерентни, което означава да се срещат в дадена точка с фазова разлика $\Delta\Phi$, постоянна през време на наблюдението.

Обикновените (т. е. нелазерните) светещи тела излъчват некохерентна светлина. Една от причините за некохерентност е характерът на излъчване на светлината — всеки атом излъчва независимо от другите. Излъчването на възбудения атом продължава около 10^{-8} s, през което време се излъчва една серия вълни. След това атомът не излъчва в продължение на 10^{-9} — 10^{-8} s и отново излъчва следващата серия вълни, несвързани по фаза и направление на трептене с предидещата. Друга причина за некохерентност са крайните размери на светлинните източници (светлинните източници не са точкови).



Фиг. 7.1

Кохерентни светлинни източници се получават, като сноп светлина от даден източник се раздели на две части, които, след като изминат различни оптични пътища, се събират отново в дадена област на пространството.

На фиг. 7.1 е показана една проста схема за получаване на кохерентни вълни (класически опит на Юнг). Източникът *1* осветява процепа *2*, всяка точка от чиято повърхнина става вторичен източник на светлина. Тези източници са кохерентни. Светлината от *2* минава през отворите *3* и *4*. От тях до точка *P* на екрана *E* достигат два светлинни снопа, които са кохерентни и интерферират. Тъй като светлината се излъчва на серии с дължина L, определена от времето на излъчване и скоростта на разпространение (от порядъка на 3 m), за да могат да си взаимодействат вълни от една и съща серия, разликата Δ в оптичните пътища от *3* и *4* до точка *P* трябва да бъде по-малка от L. При това условие фазовата разлика $\Delta\Phi$ между всеки две взаимодействуващи вълни, която е свързана с Δ посредством зависимостта

$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda},$$

остава постоянна във времето и се определя само от разликата Δ в оптичните пътища. Следователно стационарна интерференчна картина ще се наблюдава при

$$\Delta \leqq L.$$

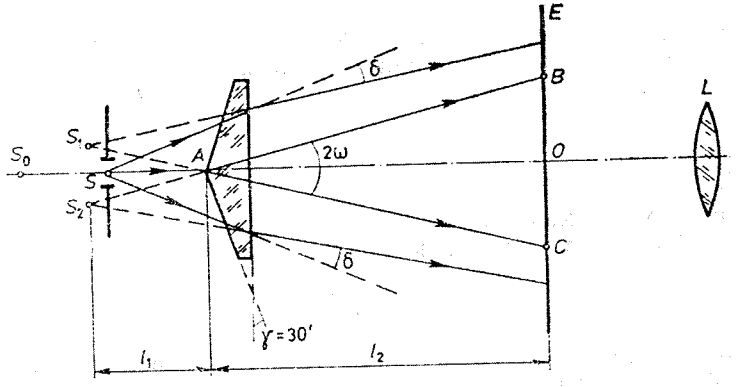
Тази зависимост се нарича временно условие за кохерентност, а L — дължина на кохерентност.

Всяка точка от светещото тяло дава своя интерференчна картина върху екрана, която, изобщо казано, не съвпада с тази от другите точки. Това води до влошаване и до пълно изчезване на резултантната интерференчна картина. Ако апертурният ъгъл на разглежданата интерференчна схема е ω, а h — линейният размер на източника, доказва се, че за да се наблюдава интерференчна картина, трябва да бъде изпълнено условието

$$2h \sin\omega \leqq \frac{\lambda}{2},$$

което се нарича условие за пространствена кохерентност. Това условие определя областта AB от екрана, в която се наблюдава интерференчна картина, ако е изпълнено временното условие за кохерентност. Ъгълът ω се нарича още ъгъл на кохерентност.

Кохерентни светлинни вълни могат да се получават с т. нар. бипризма на Френел. Тя представлява (фиг. 7.2) двойна пре-



Фиг. 7.2

чупваща призма с еднакви пречупващи ъгли γ с големина около 30′ и тъп ъгъл 179°. За източник на светлина се използва правоъгълен тесен процеп S, поставен успоредно на ръба на тъпия ъгъл A, който се осветява от източника на светлина S_0, излъчващ монохроматични светлинни вълни с дължина λ.

Светлинният сноп се разделя на две части от ръба на призмата. Двете половинки се пречупват от двете части на призмата, като се получават две системи светлинни цилиндрични вълни, които излизат от двата недействителни образа S_1 и S_2 на процепа S. В областта ABC, където те се наслагват, настъпва интерференция на светлината. Върху екрана E, поставен перпендикулярно на S_0A, се наблюдава интерференчна картина, представляваща тъмни и светли ивици, успоредни на ръба A на клина и разположени симетрично спрямо линията 0.

Независимо от това, как се създават двата източника S_1 и S_2 (с бипризма или с два отвора), за разликата Δ между пътищата на вълните от тях до точка P от екрана, на разстояние x от 0, се получава

$$\Delta = \frac{xd}{l}, \tag{7.1}$$

където d е разстоянието S_1S_2, а $l = l_1 + l_2$. Ако за разликата Δ е изпълнено условието

$$\Delta = \frac{xd}{l} = 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \tag{7.2}$$

където λ е дължината на вълната, в точка P се наблюдава усилване на светлината (максимум). Ако за Δ е изпълнено условието

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{7.3}$$

в точка P се наблюдава отслабване на светлината (минимум). Цялото число k се нарича порядък на интерференчните максимуми; за $k=0$ максимумът се нарича централен.

Разстоянието между N последователни максимума или минимума (светли или тъмни ивици) съгласно (7.2) или (7.3) е

$$x_{k+N} - x_k = \frac{Nl\lambda}{d}. \tag{7.4}$$

Ако $N=1$, $x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda l}{d}$ представлява ширината на една интерференчна ивица (максимум или минимум).

От (7.4) за дължината на вълната λ се получава

$$\lambda = \frac{(x_{k+N} - x_k)\,d}{Nl}. \tag{7.5}$$

Ъгълът 2ω определя ъгловата ширина на интерференчната зона. Той може да се намери, като се вземе предвид, че пречупващият ъгъл γ и ъглите на падане на лъчите върху бипризмата са малки, поради което девиацията δ (фиг. 7.2) е приблизително еднаква за всички лъчи.

От фиг. 7.2 се вижда, че

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{OB}{l_2} \approx \omega.$$

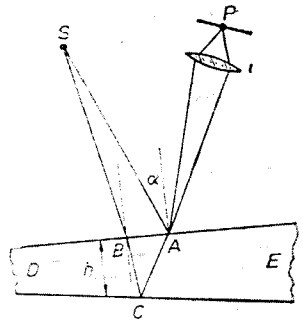
Ако N е броят на всички интерференчни ивици, които се съдържат в разстоянието BC, всяка с ширина $l_2\lambda/d$, тогава

$$2\omega = \frac{\lambda N}{d}. \tag{7.6}$$

От фиг. 7.2 се вижда, че 2ω може да се определи и от израза

$$2\omega \approx \frac{d}{l_1}. \tag{7.7}$$

Друг начин за получаване на кохерентни снопове светлина е чрез отразяването ѝ от предната и задната повърхност на тънки пластинки (фиг. 7.3). Нека върху тънка пластинка DE във формата на клин в точките A и B пада сноп светлина от източника S. Една част от нея се отразява от горната повърхност, друга преминава и се отразява от долната. През точка A ще премине светлина от два снопа: отразеният в т. A и пречупеният в т. B, които по-нататък се събират от лещата L в т. P. Ако показателят на пречупване на веществото, от което е направен клинът, е n, а ъгълът на падане на лъча към предната повърхност е α, се доказва, че разликата в оптичните пътища на снопове, достигнали в т. P, е



Фиг. 7.3

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}. \tag{7.8}$$

Тук h е дебелината на пластинката в участъка, където пада лъчът. Поради това, че лъчът SA се отразява в т. A от оптически по-плътна среда, а лъчът SB се отразява в т. C от оптически по-малко плътна среда, се появява разлика във фазите, равна на π, което съответствува на разликата в оптичните пътища, равна на $\lambda/2$. В точките, за които

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

има максимум на светлината, а в тези, за които

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

има минимум. При въздушен клин $n \approx 1$ и ако ъгълът на падане $\alpha \approx 0$, условието за максимум е

(7.9) $$\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2},$$

а за минимум —

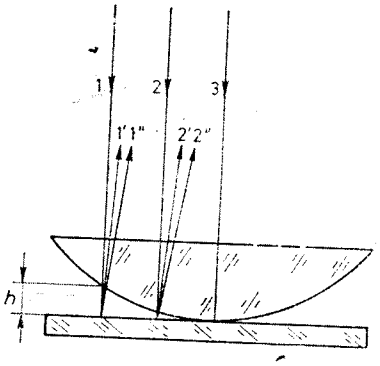
(7.10) $$\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Ивиците на минимумите и максимумите от интерференчната картина съответствуват на точки, за които дебелината на пластинката е една и съща, поради което те се наричат ивици на еднаква дебелина. Специално за въздушен клин ($n \approx 1$) от (7.9) и (7.10) получаваме за дебелината на пластинката в максимумите

(7.11) $$h = \frac{2k-1}{2}\frac{\lambda}{2}$$

и в минимумите

(7.12) $$h = k\frac{\lambda}{2}.$$



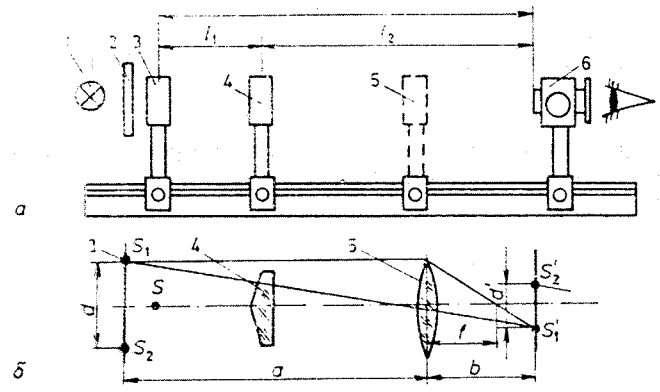
Фиг. 7.4

Един специален случай на получаване ивици на еднаква дебелина са т. нар. нютонови пръстени. Те се наблюдават, когато върху плоскопаралелна непрозрачна пластинка се постави плосковъзпъкнала леща (фиг. 7.4) и към нея се насочи сноп успоредни лъчи. За наблюдаване на интерференция при отразена светлина са съществени вълните, отразени от изпъкналата повърхност на лещата и от пластинката. Интерференчните линии са концентрични пръстени. От условията за максимум и минимум (7.9) и (7.10), които се запазват и в този случай, за дебелината на въздушния слой между лещата и пластинката се получават (7.11) и (7.12).

7.1.1. Изучаване интерференцията на светлината с бипризмата на Френел

Интерференчната картина се наблюдава чрез опитната постановка, показана на фиг. 7.5, *а*, където *1* е лампа с нагрята нишка, *2* — интерференчен светофилтър, който пропуска светлина с дължина на вълната λ, *3* — процеп, *4* — бипризма, обърната с върха на тъпия ъгъл към процепа така, че светлинният сноп да се разделя от ръба на две почти равни части, *5* — събирателна леща с фокусно разстояние f и *6* — винтов окулярен микрометър. Очната леща на окулярния микрометър се нагласява

така, че да се виждат ясно скалата и нишката. Ширината на процепа и разстоянието между елементите се подбират така, че през окулярния микрометър да се наблюдава интензивна и ясна интерференчна картина с широки ивици.



Фиг. 7.5

За определяне на дължината λ на светлинните вълни се използва зависимостта (7.5) и уредите се подреждат (без събирателната леща), както е показано на фиг. 7.5, *а*. Разстоянието $x_{k+N} - x_k$ между N интерференчни ивици се измерва с окулярния микрометър. След това събирателната леща се поставя на показаното място (фиг. 7.5, *а*) и се мести, докато се получат ясни образи S_1' и S_2' на недействителните източници S_1 и S_2. Измерва се разстоянието между S_1' и S_2' посредством винтовия окулярен микрометър. На фиг. 7.5, *б* е показан ходът на лъчите в системата. От

$$\frac{d}{d'} = \frac{f}{b-f} = \frac{a}{b}$$

се определя d, както и неизвестното разстояние $l = a + b$, $l = \frac{b^2}{b-f}$.

Така че, като заместим d и l с равните им в (7.5), за дължината λ на вълната получаваме

(7.13) $$\lambda = \frac{(x_{k+N} - x_k)\, d' f}{N b^2} = \frac{y d' f}{N b^2}, \quad y = x_{k+N} - x_k.$$

Величините y, d' и b се определят многократно. Относителната грешка при определяне на λ се пресмята по формулата

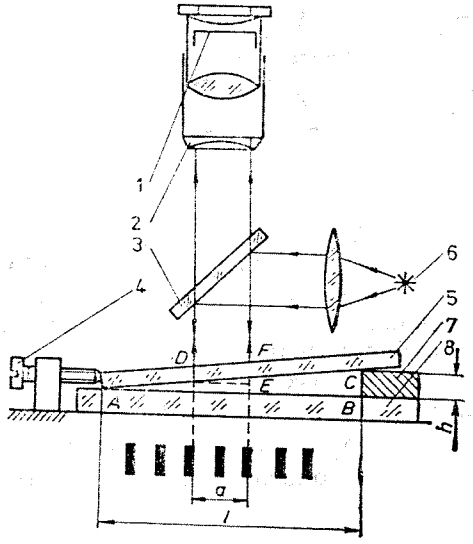
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} + \frac{\sigma_{\bar{d}'}}{\bar{d}'} + 2\frac{\sigma_{\bar{b}}}{\bar{b}},$$

където $\bar{y}$, $\bar{d}'$ и $\bar{b}$ са средноаритметичните стойности, а $\sigma_{\bar{y}}$, $\sigma_{\bar{d}}$, $\sigma_{\bar{b}}$ са стандартните отклонения, получени по теорията на Гаус.

Върху интерференчните филтри е отбелязана от производителя дължината на вълната, която пропускат. Проверете вализа ли тази стойност в намерения интервал $(\lambda-\Delta\lambda, \lambda+\Delta\lambda)$? Ако е извън него, посочете кои могат да бъдат причините?

7.1.2. Използване на интерференчните ивици на еднаква дебелина за измерване на малки дебелини и радиуси на кривина

1. Определяне дебелината на тънки предмети чрез интерференция от прозрачен клин. Зависимостите (7.11) и (7.12) могат да се приложат за определяне дебелината на тънки предмети (хартия, метално фолио и др.). За целта се използва постановката, дадена на фиг. 7.6. Сноп успоредни монохроматични лъчи, получени от натриевата лампа *6* или със светофилтър, се насочват към полупрозрачното огледало *3*, отразяват се и попадат върху въздушен клин *ABC*, образуван от стъклените плочки *8* и *5* и пластинката *7*, чиято дебелина h се измерва.



Фиг. 7.6

Интерференчната картина се наблюдава с микроскоп *2*, снабден с окулярен микрометър *1*. Тя представлява успоредни на ръба на клина тъмни и светли ивици, схематично показани в долната част на чертежа. Нека точките D и F да съответствуват на тъмни ивици (минимум), за които съгласно (7.12) дебелината на клина е съответно

$$h_D = k\frac{\lambda}{2}$$

и

$$h_F = (k+m)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Тогава за разликата в дебелините се получава

$$h_F - h_D = m\frac{\lambda}{2} = EF.$$

От чертежа се вижда, че триъгълниците ABC и DEF са подобни, така че ако означим AB с l и DE с a, ще получим

$$h = m\frac{l}{a}\frac{\lambda}{2}.$$

Величината l се измерва с шублер, а a — с окулярния микрометър *1*, като за целта е дадена константата $\varkappa$ на окулярния микрометър: $a = \varkappa n$, където n е броят деления от скалата на окулярния микрометър, които образът на a покрива. Известна е също така и дължината на вълната λ.

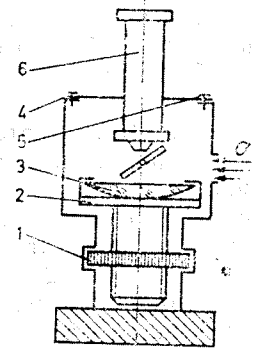
Постановката дава възможност измерванията да се правят при различен наклон на клина. За целта се премества (избутва) плоскопаралелната пластинка *5* посредством винта *4*, което води до промяна на разстоянието между ивиците.

Относителната грешка се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta l}{l},$$

където Δa и Δl се оценяват от измерващия. Грешката на λ се пренебрегва.

2. Определяне радиуса на кривината на леща посредством нютонови пръстени. За изпълнение на този експеримент се използува постановката, показана на фиг. 7.7. В кутия е поставена плоскоизпъкнала леща *3* върху пластинка от черно стъкло *2*. Лещата и пластинката могат да се преместват спрямо неподвижно закрепения над тях микроскоп *6*, в който има окулярен микрометър. Монохроматичен успореден светлинен сноп O пада върху полупрозрачна пластинка, поставена под ъгъл 45° спрямо посоката на светлинните лъчи така, че да насочва част от снопа към лещата. Интерференчната картина, т. е. т. нар. нютонови пръстени, се наблюдава с микроскопа.



Фиг. 7.7

Между радиуса R на кривината на лещата, дължината на светлинната вълна и радиуса на пръстените r съществува връзка, от която може да се определи R. Когато лещата не е допряна до пластинката, а е отместена нагоре на разстояние b (фиг. 7.8),

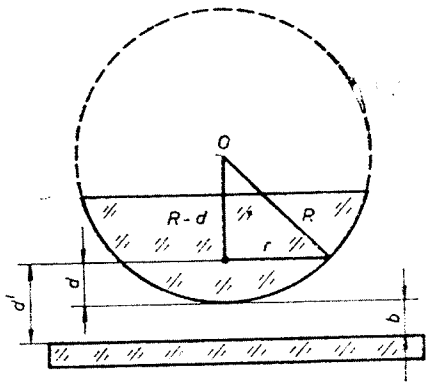
$$R^2 = (R-d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2.$$

Тъй като величината d^2 може да се пренебрегне като малка от втори прядък, получаваме

$$d=\frac{r^2}{2R}.$$

Истинската дебелина на въздушния слой е

$$d'=d+b=\frac{r^2}{2R}+b.$$



Фиг. 7.8

От условието за минимум (7.12) за k-тия тъмен пръстен се получава

$$\frac{r_k^2}{2R}+b=k\frac{\lambda}{2},$$

откъдето

$$r_k^2=k\lambda R-2bR.$$

Аналогично за m-тия пръстен се получава

$$r_m^2=m\lambda R-2bR.$$

Като извадим почленно последните две равенства, получаваме

$$(7.14)\qquad R=\frac{r_m^2-r_k^2}{(m-k)\lambda}.$$

Както се вижда от (7.14), R не зависи от b. За да се определи R, трябва да се измерят r_m и r_k и да се знае λ.

Задачата се свежда до измерване радиуса на нютоновите пръстени, което се извършва с окулярния микрометър на микроскопа. Чрез въртене на гайката *1* се получават ясни пръстени, а чрез придвижване на микроскопа встрани скалата се нагласява да съвпада с диаметъра на пръстените, след което винтовете *4* и *5* се затягат. Ако константата на окулярния микрометър е α и образът на диаметъра покрива n скални деления, радиусът е $r=\alpha n/2$.

Избират се два пръстена, които са добре очертани: k-тият с най-малък радиус и m-тият с най-голям радиус. За всеки от тях се определя n многократно, като след всяко отчитане на n_k или n_m образът се прави неясен и се нагласява наново да стане ясен. Данните се нанасят в подходяща таблица. По формула 7.14, като се използват средните стойности за r_k и r_m, се пресмята радиусът на лещата.

Относителната грешка при определяне на R се пресмята по формулата

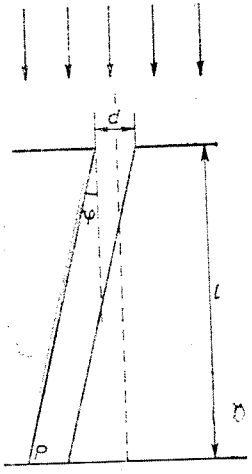
$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{(2\sigma_{r_m}+\sigma_{r_k})}{\bar{r}_m-\bar{r}_k}$$

където $\bar{r}_k$ и $\bar{r}_m$ са средноаритметичните стойности, σ_{r_m} и σ_{r_k} — стандартните отклонения за тях, получени по теорията на Гаус, а грешката на λ е пренебрегната.

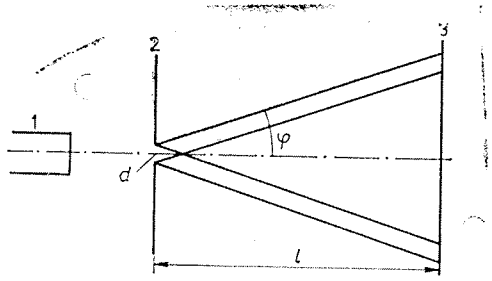
7.2. ДИФРАКЦИЯ НА СВЕТЛИНАТА

Когато на пътя на светлинните вълни се постави непрозрачна преграда, която закрива част от фронта на вълните, след преградата се наблюдава явлението дифракция, изразяващо се в преразпределение на светлинния поток. Това преразпределение се дължи на суперпозицията на вълните, възбуждани от непрекъснато разположените източници на кохерентни вълни върху незакритата част от фронта на вълната (например преминаваща през процеп върху непрозрачен екран).

В случай, когато източникът, който осветява преградата, и точката, в която се наблюдава дифракцията, са на голямо разстояние от преградата, така че падащият сноп, както и снопът, който след дифракцията е насочен към точка P, са успоредни снопове, дифракцията се нарича фраунхоферова, а когато не е изпълнено това условие — се нарича френелова. Критерий за вида на дифракцията е величината $d^2/\lambda l$, където λ е дължината на вълната, а d и l са дадени на фиг. 7.9. За различните видове дифракции този параметър удовлетворява условията



Фиг. 7.9



Фиг. 7.10

1 — източник на светлина, *2* — екран с процеп, *3* — екран за наблюдение на дифракционната картина

$$(7.15)\qquad \frac{d^2}{\lambda l}\begin{cases}<<1 & \text{— дифракция на Фраунхофер,}\\ \sim 1 & \text{— дифракция на Френел.}\end{cases}$$

На фиг. 7.10 е изобразена схематично дифракция на Фраунхофер от тесен процеп. Съгласно принципа на Хюйгенс — Фре-

нел всяка точка от равнината на процепа става източник на вторични вълни, които се разпространяват в различни посоки и върху екрана се наблюдава дифракционна картина във вид на периодично разпределение на интензитета на светлината. В дадена точка от екрана интензитетът на светлината се определя от наслагването на елементарните вълни, дошли от всички точки на процепа. При сумирането на тези вълни се взема предвид както амплитудата, така и фазата им. За интензитета на светлината I_φ в точка от екрана, определена от дифракционния ъгъл φ, пресмятанията дават израза

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left[\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)\sin\varphi\right]}{[(\pi d/\lambda)\sin\varphi]^2}, \tag{7.16}$$

където I_0 е интензитетът в точки от екрана, за които $\varphi=0$. От (7.16) се получава, че в точки, за които

$$d\sin\varphi = 2k\frac{\lambda}{2},\ k=\pm1,\pm2,\pm3,\ldots, \tag{7.17}$$

$I_\varphi=0$, т. е. това са точки на минимум на интензитета, а в точки, за които

$$d\sin\varphi_1=\pm1{,}43\lambda,\ d\sin\varphi_2=\pm2{,}46\lambda,\ d\sin\varphi_3=\pm3{,}47\lambda,\ldots,$$

I_φ е максимален, като φ_1, φ_2, φ_3, ... определят първия, втория, третия и т. н. максимуми. За $\varphi=0$ $I_\varphi=I_0$ — това е централният максимум. От (7.16) се вижда, че за φ и $-\varphi$ големината на максимумите е една и съща — дифракционната картина притежава симетрия относно средата на отвора (средата на централния максимум). Интензитетът на централния максимум е най-голям, като

$$I_0:I_1:I_2:\ldots=1:0{,}045:0{,}016:0{,}008:\ldots, \tag{7.18}$$

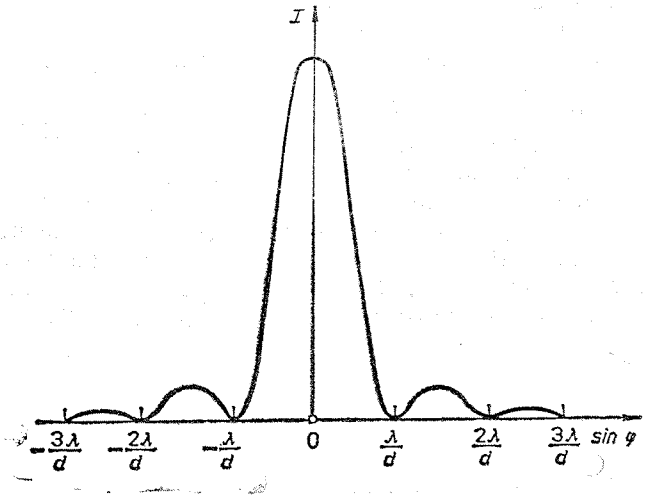
където I_1, I_2, ... са интензитетите на първия, втория и т. н. максимуми.

На фиг 7.11 е показано схематично разпределението на интензитета на светлината в равнината на екрана.

Наблюдаваната дифракция на Фраунхофер зависи от ширината на процепа. Когато $d=\lambda$, съгласно (7.17) за първия минимум се получава $\sin\varphi_1=1$, $\varphi_1=\pi/2$ — върху екрана не се наблюдава минимум, а непрекъснато осветление, най-силно в средата и монотонно намаляващо към края.

Дифракционна картина може да се получи и при преминаване на светлината през повече от един процеп. Когато процепите лежат в една равнина, се получава т. нар. плоска дифракционна решетка D (фиг. 7.12). Тя представлява голям брой близки един до друг праволинейни, взаимноуспоредни и разположени в една равнина процепи или прозрачни промеждутъци с еднаква ширина a, разделени с непрозрачни промеждутъци с ширина b. Освен такива пропускащи светлината дифракционни

решетки съществуват и отражателни дифракционни решетки. Величината $d=a+b$ се нарича константа на решетката. Точки от два съседни процепа, които се намират на разстояние d една от друга, се наричат съответни.



Фиг. 7.11

Ако успореден сноп светлина пада върху решетката D под ъгъл α (фиг. 7.12), той дифрактира и след решетката се наблюдава дифракционна картина. Тя е сложна и е резултат от наслагването на светлината, дифрактирала от всеки отвор на решетката. Лещата L събира всички успоредни помежду си лъчи, чиято посока се определя от даден ъгъл φ, в точки от фокусната равнина F. Светлината се усилва или отслабва в зависимост от това, какво условие удовлетворява ъгълът φ. Както се вижда от чертежа, разликата в оптичните пътища между лъчите, минаващи през две съседни съответни точки, е $AB+AC$, т. е. $(\sin\alpha+\sin\varphi)d$. Ако лъчите падат нормално ($\alpha=0$), разликата е $d\sin\varphi$. В случаите, когато

$$d\sin\varphi = 2k\frac{\lambda}{2},\ k=0,\pm1,\pm2,\ldots, \tag{7.19}$$

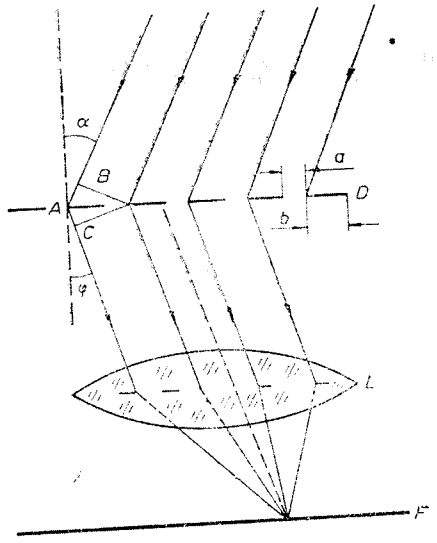
се получават главните дифракционни максимуми; k е порядъкът на максимума. За $k=0$ се получава централният максимум, за $k>0$ се получават левите, а за $k<0$ — десните странични максимуми.

Когато решетката се осветява с бяла светлина или такава, съдържаща дискретен набор дължини на вълната, то, както показва (7.19), ъгълът, при който се получава максимум от даден порядък, ще бъде различен за различните дължини, т. е. ще се наблюдава разлагане (дисперсия) на светлината. На най-малък

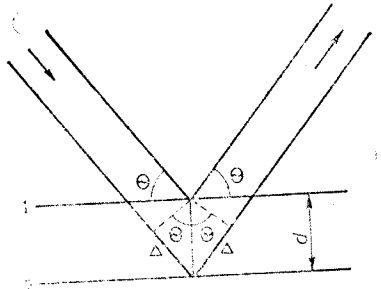
ъгъл ще се отклонят виолетовите, а най-голям — червените лъчи. Тъй като за $k=0$ (7.19) е изпълнено за всяка дължина на вълните, централният максимум е бял.

Пространствена кристална решетка се получава, като се използва тримерна кристална решетка. Разпределението на интензитета на електромагнитното лъчение при дифракция от такава решетка се дава от закона на Брег — Вулф.

В кристала съществуват т. нар. кристалографски равнини. Това са системи успоредни равнини, които минават през градивните частици (атоми, молекули, йони) на кристала, като всяка съдържа поне три нележащи на една права частици. Нека върху кристал пада плоска монохроматична вълна (фиг. 7.13) и *1* и *2* да са две успоредни кристалографски равнини. Атомите на тези равнини еластично (т. е. без промяна на дължината на вълната) разсейват вълните. Разсеяните вълни са кохерентни и интерферират помежду си. От фиг. 7.13 се вижда, че разликата между пътищата на вълните, отразени от две съседни равнини, е $2\Delta=2d\sin\theta$.



Фиг. 7.12



Фиг. 7.13

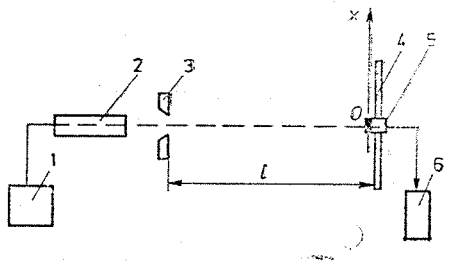
Условието за усилване на интерфериращите отразени (разсеяни) вълни е разликата в пътищата да бъде четно число полувълни, т. е.

$$2d\sin\theta=2k\frac{\lambda}{2}. \qquad (7.20)$$

Изразът (7.20) се нарича закон на Брег—Вулф. От него се вижда, че бреговско отражение е възможно само ако $\frac{\lambda}{d}\leq\frac{2}{k}$.

7.2.1. Дифракция на Фраунхофер от един процеп с лазерна светлина

Изучаването на дифракцията на Фраунхофер се извършва с постановката, показана на фиг. 7.14. Хелий-неоновият лазер *2* се захранва от блока *1*. Върху релса са закрепени екранът *3* с процеп и фотодиодът *5*, който с приспособлението *4* може да се премества по направление на оста *Ox* перпендикулярно на оста на лазерния лъч. Върху колонката вместо приспособлението *4* може да се закрепи бял екран за наблюдаване на дифракционната картина. Разстоянието *l* се измерва с ролетка, а преместването на фотодиода се отчита по скалата на приспособлението *4*. Токът във веригата на фотодиода се отчита с галванометъра *6*. Приема се, че в първо приближение токът е пропорционален на интензитета на падащата светлина. Ширината на процепа се измерва с микроскоп, снабден с окулярен микрометър.



Фиг. 7.14

С описаната постановка се извършват няколко опита.

1. Наблюдаване дифракционна картина от един процеп и от нишка. Уредите се подреждат, както е показано на фиг. 7.14, като на мястото на приспособлението *4* и фотодиода *5* се поставя бял екран. Лазерът се включва и се поставят последователно обектите, от които се наблюдава дифракция. Те се нагласят така, че снопът светлина от лазера да пада перпендикулярно на тях. Разстоянието между лазера и белия екран (около 2 m) и ширината на процепа се подбират така, че дифракционните максимуми да се получат на разстояние около 10 mm един от друг. Наблюдава се изменението на картината при различни ширини на процепа.

Проверява се дали наблюдаваната дифракция е Фраунхоферова, т. е. дали $(d^2/l\lambda)\ll 1$ /вж. (7.15)/. За целта се измерват d и l. d се определя посредством микроскоп с окулярен микрометър. Ако константата му е α и образът на отвора покрива p деления, то $d=\alpha p$. Дължината на вълната е $\lambda=632{,}8$ nm.

ВНИМАНИЕ! ПАЗЕТЕ ОЧИТЕ ОТ ДИРЕКТНО ПОПАДАНЕ В ТЯХ НА ЛАЗЕРНА СВЕТЛИНА!

2. Изучаване разпределението на интензитета на светлината в дифракционна картина от един процеп. За целта уредите се подреждат по фиг. 7.14, като процепът *2* се поставя на около 20 cm от лазера, а белият екран — на около 1 m от процепа. Процепът се нагласява, както е описано в предната задача.

Отстранява се екранът и на негово място се поставя приспособлението 4 с фотодиода 5, така че върху него да попада светлина. Фотодиодът се свързва с галванометъра и се отчитат деленията n, на които се отклонява галванометърът. Като се мести фотодиодът, се измерва интензитетът на светлината, попаднала в различни точки от екрана в направление Ox. Измерването се прави през 1 mm. Започва се 2—3 mm преди централния максимум. В областта на централния максимум се работи на по-големия обхват на галванометъра, а след това — на по-малкия. Резултатите се нанасят в подходяща таблица.

Върху милиметрова хартия се построява зависимостта $n=f(x)$, където n са отчетените по галванометъра деления, а x — координатата на точката, в която се отчита. Получената крива е подобна на кривата $I=f(x)$, където I е интензитетът на падащата върху фотодиода светлина, тъй като отклонението на галванометъра е пропорционално на интензитета на светлината. От графиката се определят разстоянията $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots$, на които се намират първият, вторият и т. н. минимум от средата на централния максимум. Тъй като ъгълът на дифракция е малък (фиг. 7.10), то

$$\operatorname{tg}\varphi_k \approx \sin\varphi_k \approx \varphi_k \approx \frac{\Delta x_k}{l}.$$

което дава възможност да се провери съотношението (7.17), като за d се използва резултатът от предните измервания. Чрез отчитане на n от графиката на съответния максимум се проверява и зависимостта (7.18)*, т. е.

$$1 : \frac{n_1}{n_0} : \frac{n_2}{n_0} : \ldots = 1:0{,}045:0.016: \ldots$$

3. Определяне ширината на тесни процепи и диаметъра на тънки нишки. От зависимостта (7.17) се вижда, че ако познаваме λ и измерим φ_k за даден порядък k, може да пресметнем ширината на процепа d. Когато на мястото на процепа е поставена тънка нишка с диаметър d, равен на ширината на отвора, дифракционната картина не се променя. Това позволява, като заменим екрана с отвор с нишка, опъната на специално приспособление, да измерим диаметъра ѝ. За тази цел се построява зависимостта $n=f(x)$ по начина, описан в предната задача, и от графиката се отчитат Δx_k. Тъй като φ_k са малки, то

$$\varphi_k = \frac{\Delta x_k}{l}.$$

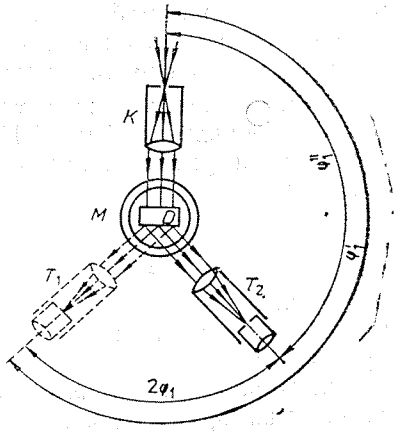
Тогава от (7.17) намираме

$$d = \frac{k\lambda}{\varphi_k} = \frac{k\lambda l}{\Delta x_k}.$$

* Ако вместо галванометър се използва пишещ прибор, кривата на интензитета може да се начертае направо, след което да се обработи така, че да се проверят (7.17) и (7.18).

7.2.2. Дифракционна решетка

Опитната постановка за провеждане на експериментите с дифракционна решетка се състои от няколко части: 1) Гониометър (уред за точно измерване на ъгли), който представлява кръгла масичка M, градуирана по периферията (фиг. 7.15), върху която се поставя дифракционна решетка D така, че процепите ѝ да са вертикални. 2) Колиматор K, представляващ тръба, в единия край на която има регулируем вертикален процеп, който се осветява от източник на светлина. В другия край има събирателна леща, поставена така, че процепът да лежи във фокусната ѝ равнина. Лещата преобразува разходящия сноп, който се получава от процепа, в успореден. Този сноп попада върху дифракционна решетка. Колиматорът се държи от хоризонтално неподвижно рамо така, че процепът му да лежи над нулевия радиус на масичката. 3) Зрителна тръба T, в окуляра на която има вертикална нишка. Тя е поставена върху подвижно рамо, което се върти около вертикална ос, минаваща през центъра на гониометъра. С подвижното рамо е свързан нониус, посредством който се отчитат деленията от скалата. Ходът на светлинните лъчи е показан схематично на фиг. 7.15.



Фиг. 7.15

Успоредният сноп (плоската вълна), напускащ колиматора, се преобразува от решетката в редица успоредни снопове по направления на дифракционните максимуми. Зрителната тръба е настроена на безкрайност и обективът ѝ превръща падащите върху него светлинни снопове в сходящи, които се събират във фокалната равнина. Наблюдаваната картина представлява цветни ивици, разположени симетрично по отношение на централния максимум и с формата на процепа на колиматора. С тази постановка могат да се решат следните експериментални задачи:

1. Определяне константата на решетката. Използва се монохроматична светлина, например жълтата линия на Na, чиято дължина се взема от таблици, и се измерват ъглите, отговарящи на съответните максимуми. Експериментът се провежда по следния начин. Запалва се натриевата лампа и се осветява добре колиматорният процеп. Зрителната тръба T се насочва перпендикулярно към равнината на дифракционната решетка и се наблюдава неотклонения образ на процепа (фиг. 7.15). След това тръбата се за-

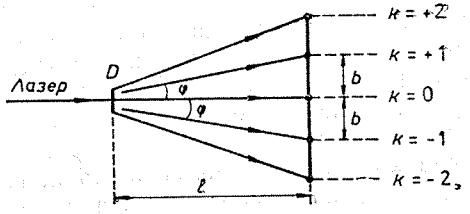
върта наляво, докато се появи жълтата линия на Na в спектъра от първи порядък. Когато нишката попадне върху тази линия, посредством нониуса неколкократно се отчита ъгълът φ_1'. След това тръбата се завърта в същата посока и по аналогичен начин се отчитат неколкократно ъглите φ_2' и φ_3', отговарящи на максимумите от втори и трети порядък. После отново се определя положението на тръбата, при което се наблюдава неотклонението процеп. По подобен начин сега се отчитат няколко пъти ъглите φ_1'', φ_2'', φ_3'', отговарящи на максимумите от първи, втори и трети порядък на спектъра на натрия вдясно от централния максимум. Както се вижда от фиг. 7.15, ъглите φ_1, φ_2, φ_3 и т. н., определящи максимумите от първи, втори, трети и т. н. порядък, са съответно

$$\varphi_1=\frac{\varphi_1'-\varphi_1''}{2}\,,\quad \varphi_2=\frac{\varphi_2'-\varphi_2''}{2}\,,\quad \varphi_3=\frac{\varphi_3'-\varphi_3''}{2}\,.$$

Константата на дифракционната решетка може да се пресметне по всеки от ъглите φ_i ($i=1,2,3$), като се използва формула (7.19).

2. Определяне дължината на вълните на линиите на живачен спектър. Пред колиматорния процеп се поставя живачна лампа. Добре осветеният от лампата процеп се наблюдава със зрителната тръба. По начина, описан в задачата за определяне константата на решетката, се определят средните стойности за ъглите φ_1, φ_2, φ_3 за всяка от най-ярките линии на живачния спектър и по формула (7.19) се определят средните стойности на дължината на вълната на виолетовата, зелената и жълтата линия в спектъра: $\lambda_в$, $\lambda_з$, $\lambda_ж$. За константа на дифракционната решетка се взема стойността, получена в предната задача.

3. Определяне скоростта на светлината в прозрачни среди (вода, плексиглас, стъкло и др.). На пътя на лазерна светлина се поставя веществото, в което ще се определя скоростта на



Фиг. 7.16

светлината (кювета с прозрачни тънки стени за течности или достатъчно дълъг прозрачен образец). На страната, от която навлиза светлината, се прикрепя дифракционната решетка D, а на срещуположната се наблюдава дифракционната картина (фиг. 7.16).

Да означим с l дебелината на слоя вещество, а с b (в случай на въздух с b_0) разстоянието между нулевия максимум и някой следващ максимум. За неголеми ъгли $\sin\varphi\approx\operatorname{tg}\varphi=b/l$. Тогава от (7.19) $(bd/l)=k\lambda$. За въздух $\lambda_0=c/\nu$, а за прозрачната среда $\lambda=v/\nu$, където c и v са съответните скорости на светлината, а λ_0 и λ — съответните дължини на вълната. Предвид това можем да пресметнем v по формулата

$$v=c\,\frac{b}{b_0}\,.$$

Следователно, за да намерим v, е достатъчно да измерим b и b_0. Като разделим c на v, намираме показателя на пречупване.

Когато измерването се прави във вакуум (въздух), на мястото на срещуположната стена се поставя екран.

Дължината на използваната светлинна вълна се знае с достатъчно голяма точност, поради което грешката при определянето на константата на дифракционната решетка d зависи главно от грешките при измерване на ъглите. Това измерване трябва да се прави старателно. Данните за определянето на d се обработват по теорията на Гаус. Относителната грешка при определяне на d се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta d}{d}=\operatorname{cotg}\varphi_i\,.\,\sigma_{\bar{\varphi}_i}\,,$$

където $\sigma_{\bar{\varphi}_i}$ е средноквадратичното отклонение, измерено в радиани, а $\bar{\varphi}_i$ — средноаритметичната стойност.

Грешката при определяне дължините на светлинните вълни в живачния спектър се пресмята по аналогичен начин. Получените резултати се сравняват с табличните стойности. Съдържат ли се табличните стойности в намерения доверителен интервал? Ако не се съдържат, кои могат да бъдат причините?

Грешката при определяне скоростта на светлината в прозрачни тела се определя от грешките при измерването на b и b_0, тъй като грешката на c е нула (вж. определението за метъра в раздел 1). Пресмятането на относителната грешка се извършва по формулата

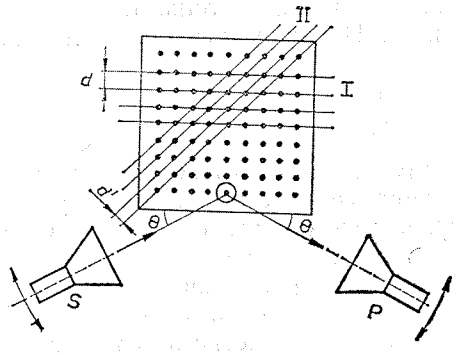
$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{\Delta b_0}{b_0}+\frac{\Delta b}{b}\,,$$

където Δb_0 и Δb се оценяват от измерващия.

7.2.3. Изследване на кристална структура чрез дифракция на електромагнитни вълни

Кристалната структура е с проста кубична решетка с константа d и се имитира с метални сфери (фиг. 7.17). За източник на електромагнитни вълни се използва генераторът на сантиме-

трови вълни S с рупорна антена, който излъчва електромагнитни вълни с дължина λ. Дифрактиралият от «атомните» равнини I сноп електромагнитни вълни попада в рупорната антена на приемника P, снабден със звуков или друг тип индикатор.



Фиг. 7.17

За да се определи константата d на моделната кристална решетка чрез дифракция от равнините (100), се постъпва по следния начин. Поставят се рупорните антени на генератора и приемника една срещу друга. Включват се захранващите напрежения и се регулира интензитетът на сигнала от приемника така, че да се предизвика подходящо звуково усещане или максимално отклонение на стрелката на уреда. Кристалната решетка се поставя на специална масичка така, че осите на рупорните антени на генератора и приемника да сключват еднакви (малки) ъгли с равнините (100). Чрез едновременно бавно въртене на генератора и приемника се намира ъгълът θ_1, при който сигналът е максимален (първи максимум, $k=1$). По същия начин се намира θ_2, съответстващ на втория интерференчен максимум ($k=2$). По закона (7.20) се пресмята d за всяко θ.

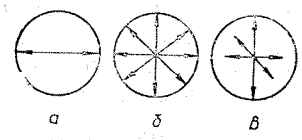
Като се използват други равнини, например (110), по същия начин се намира разстоянието d' между тях. За целта кристалната решетка само се завърта на ъгъл 45^0 спрямо положението ѝ в предната задача.

Както се вижда от фиг. 7.17, $d=\sqrt{2}d'$. За константата d на моделната кристална решетка се приема средноаритметичното от всички измервания. Така полученият резултат се сравнява със средноаритметичния резултат от измерванията на разстоянието между металните сфери, направено с шублер, след като сме разглобили «кристала».

Този експеримент има моделен характер. Разликите между определените чрез дифракция разстояния и чрез измерване с шублер се дължат на доста грубото определяне на ъгъла θ.

7.3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ НА СВЕТЛИНАТА

За много оптични явления определяща роля играе електричното поле на светлинната вълна. Поради това векторът на интензитета на електричното поле $\vec{E}$ се нарича светлинен вектор. При разглеждане на въпросите от поляризация на светлината ще се има предвид този вектор. Съществуването на вектора на интензитета на магнитното поле $\vec{H}$, перпендикулярен на $\vec{E}$, се подразбира. Векторът $\vec{E}$ и посоката на разпространението на светлинната вълна определят една равнина. Когато тази равнина запазва положението си в пространството, светлината се нарича линейно (или равнинно) поляризирана и схематично се изобразява, както е показано на фиг. 7.18, *а*. Когато тази равнина



Фиг. 7.18

мени положението си хаотично, като всички положения са равновероятни, светлината се нарича естествена и се изобразява схематично, както е показано на фиг. 7.18, *б*. Между тези два крайни случая съществуват такива на частично поляризирана светлина, схематично изобразена на фиг. 7.18, *в*.

Обикновените светлинни източници излъчват неполяризирана (естествена) светлина. От нея посредством специални оптични приспособления, наречени поляризатори, се получава светлина, поляризирана в една или друга степен.

Когато сноп естествена светлина премине през поляризатор за линейно поляризирана светлина, от него се получава сноп, чийто светлинен вектор $\vec{E}$ лежи постоянно в една равнина, определена от него и вектора $\vec{v}$, която не променя положението си в пространството. Тази равнина се нарича равнина на поляризацията*. При въртене на поляризатора около оптичната ос равнината на поляризация също се върти, затова тя още се нарича равнина на пропускане на поляризатора. Ако на пътя на светлината се постави втори поляризатор, на който оптичната ос и равнината на пропускане да съвпадат с тези на първия, интензитетът на светлината не се променя. При въртене на втория поляризатор интензитетът на преминалата през него светлина се променя, като при напълно линейно поляризирана светлина и взаимноперпендикулярни пропускащи равнини става нула. Вторият поляризатор може да служи за анализиране на поляризацията, поради което се нарича анализатор. Между поляризатора и анализатора няма принципна разлика.

На пътя на частично линейно поляризирана светлина се поставя анализатор, който може да се върти около ос, съвпадаща с оста на снопа. При въртенето на анализатора интензитетът на

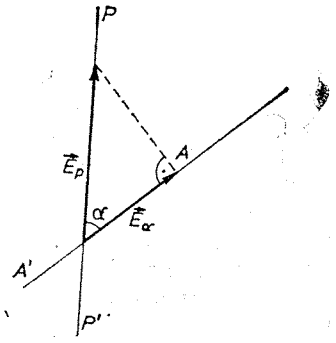
* Някои автори наричат равнина на поляризацията равнината, която е перпендикулярна на определената от векторите $\vec{E}$ и $\vec{v}$.

пропуснатата светлина се мени от една максимална стойност I_{max} до една минимална — I_{min}. Величината

$$P=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} \tag{7.21}$$

се нарича степен на поляризация на светлината. Ясно е, че $0\leqq P\leqq 1$; за естествена светлина $I_{max}=I_{min}$, $P=0$, а за напълно линейнополяризирана светлина $I_{min}=0$, $P=1$.

Нека равнината на пропускане на поляризатора е PP' (фиг. 7.19), на анализатора AA', ъгълът между тях α, а амплитудата на светлинния вектор на преминалата през поляризатора светлина $\vec{E}_p$. Последната може да се разложи на две съставящи: $\vec{E}_\perp$ — перпендикулярна на равнината на пропускане на анализатора, която се задържа от него, и $\vec{E}_a$, лежаща в равнината на пропускане, която се пропуска от анализатора. От фиг. 7.19 се вижда, че



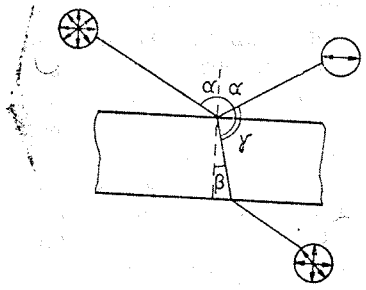
Фиг. 7.19

$$E_a=E_p\cos\alpha.$$

Като се повдигне това равенство в квадрат и се вземе предвид, че интензитетът е пропорционален на квадрата на амплитудата, се получава

$$I=I_0\cos^2\alpha, \tag{7.22}$$

където I_0 е интензитетът на падащата върху анализатора светлина, а I — интензитетът на преминалата през него. Зависимостта (7.22) се нарича закон на Малюс.



Фиг. 7.20

Отразената и пречупената светлина от диелектрична среда са частично поляризирани в две взаимноперпендикулярни равнини (фиг. 7.20). В отразената светлина преобладават перпендикулярните на равнината на падането трептения, а в пречупената светлина — успоредните трептения. Когато ъгълът γ, който сключват отразеният и пречупеният лъч, е равен на 90°, поляризацията е максимална: отразеният лъч е напълно поляризиран, а преминалият — частично, но в максимална степен. Да означим ъгъла на падане в този случай с α_B, а ъгъла на пречупване — с β_B. Чрез закона за пречупване на светлината се доказва равенството

$$\operatorname{tg}\alpha_B=n, \tag{7.23}$$

което изразява закона на Брюстер; ъгълът α_B се нарича ъгъл на Брюстер.

Вещества, които при преминаване на линейно поляризирана светлина през тях завъртат равнината на поляризация на определен ъгъл α, се наричат оптичноактивни. Такова свойство притежава например кварцът, когато светлинният лъч минава по направление на оптичната ос, захарите и техните разтвори и др. Ъгълът на завъртане при захарни разтвори е пропорционален на пътя на лъча в разтвора и на концентрацията на оптичноактивното вещество:

$$\alpha=[\alpha]\,l\,\frac{c}{100}, \tag{7.24}$$

където концентрацията c е изразена в грамове на 100 cm³ разтвор, а l в дециметри.

Коефициентът $[\alpha]$ се нарича специфичен ъгъл на въртене на равнината на поляризация. Той представлява ъгълът, на който се завърта равнината на поляризация на светлината при преминаване през разтвор с дължина 1 dm и концентрация 100 g вещество на 100 cm³ разтвор. Величината $[\alpha]$ зависи от дължината на вълната и от температурата и се определя обикновено за натриевия дублет със средна дължина на вълната $\lambda=589{,}3$ nm и температура 20 °C.

Оптичноактивните вещества съществуват в две разновидности — ляво и дясно въртящи равнината на поляризация. Молекулите на ляво въртящите са огледални образи на дясно въртящите.

Оптично неактивно вещество, поставено в магнитно поле, завърта равнината на поляризация на светлината, разпространяваща се в него, по направление на интензитета на магнитното поле (ефект на Фарадей). Този ефект се обуславя от влиянието на външното магнитно поле върху веществото, което се изразява във възникване на прецесионно движение на електроните, обикалящи около ядрата. Това довежда до изменение на характера на вторичното излъчване на отделните електрони и до завъртане на равнината на поляризация. Ъгълът на завъртане на равнината на поляризация се определя от зависимостта

$$\alpha=VlH, \tag{7.25}$$

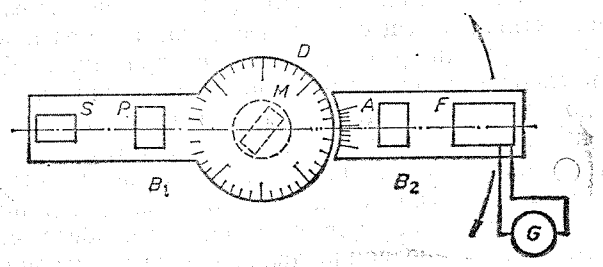
където l е дебелината на изследваното вещество, H — големината на интензитета на външното магнитно поле, V — константата на Верде, характерна за всяко вещество.

Посоката на въртене на равнината на поляризация зависи от веществото и посоката на интензитета на магнитното поле. При изменение на посоката на интензитета на полето на 180° ъгълът на завъртане равнината на поляризация е същият по големина, но в противоположна посока. Посоката на въртене не зависи от

посоката на лъча. Ако за наблюдател, гледащ по посока на магнитното поле, завъртането на равнината на поляризация е надясно, веществото се нарича дясно въртящо, или положително ($V>0$), ако е наляво — ляво въртящо, или отрицателно ($V<0$). Ако в магнитното поле внесем оптичноактивно вещество (например кварц), неговият естествен ъгъл на завъртане се събира с ъгъла на завъртане на равнината на поляризация в магнитно поле. Константата на Верде зависи от дължината на светлинната вълна и за да може да се работи с поляриметъра, той трябва да бъде снабден със светофилтър. В противен случай загасването на различните светлинни вълни при въртене на анализатора се получава при различни ъгли на завъртане, което затруднява измерването.

7.3.1. Проверка на законите на Брюстер и Малюс. Определяне показателя на пречупване на стъклена пластинка

За изследване закономерностите при поляризирана светлина ще използваме поляризационния прибор, показан схематично на фиг. 7.21. Върху статив е закрепен неподвижен хоризонтален диск D с градусна скала (от 0 до 360°). Радиално на диска са



Фиг. 7.21

разположени неподвижно рамо B_1, върху което са закрепени осветителят S и поляризаторът P, и въртящо се рамо B_2, което носи анализатора A и фотоелемента F*. С осветителя S се създава успореден сноп светлина с кръгло сечение.

Големината на електричния ток, който се получава при осветяване на фотоелемента F, е пропорционална на интензитета на преминалата през анализатора светлина. Анализаторът A може да се върти около осевата линия на падащия светлинен сноп, като ъгълът на завъртането се отчита по градусна скала (не е означена на фигурата). Съосно с анализатора и независимо от него може да се върти и поляризаторът P, което дава възможност да се изменя равнината на поляризация на светлината, излизаща от поляризатора. Ъгълът на завъртането на поляризатора се отчита също по градусна скала. В средата на диска може да се закрепва въртяща се масичка M, върху която е поставена вертикална стъклена пластина. Извършват се следните експерименти:

1. Проверка на закона на Малюс. Масичката M е снета от прибора. Ориентираме подвижното рамо B_2 на прибора така, че да сключва с рамото B_1 ъгъл 180° — двете рамена да лежат по направлението на един и същ диаметър на масичката. Успоредният светлинен сноп, създаден от осветителя S, преминавайки последователно през поляризатора P и анализатора A, пада върху фотоелемента F. Указателят за положението на анализатора се поставя на нулевото скално деление. Въртейки бавно поляризатора, намираме онова негово положение, при което отклонението на светлинния белег на галванометъра е максимално. (Тогава пропускащите равнини на поляризатора и анализатора съвпадат). Завъртаме анализатора така, че показалецът му да сочи 90°. Отчитаме делението, което показва стрелката на галванометъра. Интензитетът на преминалата през анализатора светлина в този случай не е нула поради фона, който дава дневната светлина. С този интензитет трябва да се коригират всички отчети. Връщаме анализатора в нулево положение. Приборът е готов за работа.

Въртим анализатора в една посока през 10° и отчитаме съответните деления, които показва стрелката на галванометъра. Същите измервания повтаряме, като въртим анализатора в обратна посока от другата страна на нулевото деление.

Тъй като големината на тока през галванометъра е пропорционална на интензитета I на светлината, преминала през анализатора, а делениятa n, на които се отклонява стрелката на галванометъра, са пропорционални на големината на тока, получен от фотоелемента, то уравнението на Малюс (7.22) може да се напише в следната форма:

$$n=n_0\cos^2\alpha,$$

където n_0 са делениятa при $\alpha=0$.

Построяваме зависимостта $n=f(\cos^2\alpha)$. Ако тази зависимост е права линия, законът на Малюс е потвърден от експеримента.

2. Проверка на закона на Брюстер. Определяне показателя на пречупване на стъклена пластинка.

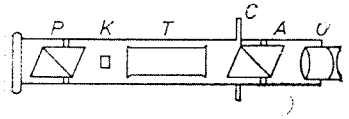
Поляризаторът P се отстранява от рамото B_1, а върху диска се поставя въртящата се масичка M, върху която е закрепена вертикално стъклена пластинка, служеща в този случай за поляризатор. Завъртаме масичката така, че лъчите, падащи върху

* Тъй като големината на фототока изобщо зависи от направлението на вектора на интензитета на електричното поле на светлинната вълна, то пред фотоелемента се поставя деполяризатор.

стъклената пластинка, да образуват голям ъгъл на падане α (приблизително 70°). Движим подвижното рамо B_2, докато намерим положение, при което отклонението на стрелката на галванометъра G е максимално. При това положение ъгълът между раменете B_1 и B_2 е равен на два пъти ъгъла на падане. Въртим анализатора A, докато се получи максимално отклонение на стрелката на галванометъра. В този случай пропускащата равнина на анализатора е успоредна на равнината на пластинката (т. е. перпендикулярна на равнината на падане). Отчитаме големина на тока I_{max}, след това завъртаме анализатора (равнината на пропускане) на 90°. Отчитаме големината на тока I_{min}. По зависимостта (7.21) определяме степента на поляризация при подбрания ъгъл. Същите измервания правим при по-малки ъгли на падане (например 60°, 55°, 50°, 45° и т. н.). Построяваме графично зависимостта $P=f(\alpha)$. По максимума определяме ъгъла на Брюстер α_B, а по зависимостта (7.23) — показателя на пречупване n на стъклото, от което е направена пластинката.

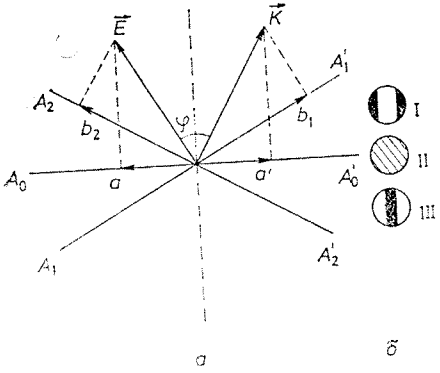
7.3.2. Въртене равнината на поляризация на светлината от оптично активни вещества. Поляриметър на Лоран

Ъгълът на завъртане равнината на поляризация се мери с уреди, наречени поляриметри. Поляриметърът на Лоран има следното принципно устройство и действие.



Фиг. 7.22

В единия край на метална тръба (фиг. 7.22) е закрепен неподвижно поляризаторът P. Равнината на поляризация на светлината се определя от светлинния вектор $\vec{E}$ и направлението на снопа, излязъл от поляризатора. След поляризатора е поставена кварцова пластинка K, заемаща една трета от сечението на светлинния сноп. На фиг. 7.23, *б* е показано как се разделя на три части зрителното поле от кварцовата пластина. В някои конструкции снопът се разделя на две части. Кварцът е оптичноактивен и завърта равнината на поляризация на част от снопа.



Фиг. 7.23

Равнината на поляризация на светлината, преминала през кварцовата пластинка, се дава от светлинния вектор $\vec{K}$ и направлението на снопа. Векторът $\vec{K}$ е завъртян на ъгъл φ спрямо вектора $\vec{E}$ (фиг. 7.23, *а*). На известно разстояние от кварцовата пластинка се намира анализаторът A. Той може да се върти около оста си с помощта на диска C (фиг. 7.22).

Ъгълът на завъртане на анализатора се отчита през лупа по градусна скала с нониус до десета от градуса. След анализатора е поставен окуляр O, през който се наблюдават зрителните полета, показани на фиг. 7.23, *б*. Между анализатора и поляризатора се поставя кюветата T, в която се налива изследваният разтвор. Кюветата в дадения случай представлява тръба, чиито два края са добре шлифовани. По този начин тя може да се затвори с две кръгли плоскопаралелни стъклени пластинки, които се задържат с подходящи капачета. През поляризатора се пропуска монохроматична светлина, като се използува натриева лампа или подходящ филтър, който да пропуска светлина с дължина на вълните $\lambda=589{,}3$ nm.

В началото кюветата T се пълни с дестилирана вода, която не върти равнината на поляризация. При това положение се проверява нулата на уреда. Действието на анализатора и начинът на измерване може да се изяснят с помощта на фиг. 7.23. Ако анализаторът се постави така, че равнината, в която той пропуска, бъде в положение $A_1A'_1$, перпендикулярно на пропускащата равнина на поляризатора (анализаторът е кръстосан на поляризатора), то през него ще премине светлина с интензитет, пропорционален на квадрата на слагаемата $\vec{b_1}$ на вектора $\vec{K}$. Следователно средната част на зрителното поле ще бъде светла, а двете крайни — тъмни. В тези части анализаторът не пропуска светлина (положение I на фиг. 7.23, *б*). Ако равнината на анализатора съвпадне с $A_2A'_2$ (перпендикулярно на $\vec{K}$), средната част на зрителното поле остава тъмна, а двете страничните — светли (положение III от фиг. 7.23, *б*). Ако анализаторът се кръстоса с ъглополовящата (пресечната линия) на ъгъла φ между векторите $\vec{K}$ и $\vec{E}$ (положение $A_0A'_0$), от двата вектора ще преминат еднакви малки слагаеми $\vec{a}$ и $\vec{a'}$, лежащи в пропускащата равнина на анализатора, поради което цялото зрително поле ще бъде еднакво слабо осветено (положение II на фиг. 7.23, *б*). В това положение отчетеният ъгъл на завъртане α_0 на анализатора трябва да бъде нула. Ако уредът показва отклонение от нулевото деление, то трябва да се отчете и се има предвид при следващите измервания.

Когато в кюветата се постави захарен разтвор, векторът $\vec{K}$ се завърта на ъгъл α. Анализаторът трябва да се завърти на същия ъгъл α, за да може да се види зрителното поле отново еднакво полуосветено навсякъде.

При всички измервания се внимава кюветата да бъде добре напълнена с течност, за да не се допусне въздушно мехурче, което ще разсее светлината. Редът на измерването е следният:

1. В кюветата се налива дестилирана вода и чрез въртене на анализатора се намира онова положение, при което зрителното поле е еднакво полусветло. Отчита се неколкократно ъгълът α_0', като всеки път зрителното поле се прави неравномерно осветено и наново се нагласява да бъде еднакво полусветло навсякъде. Намира се средноаритметичната стойност α_0, с която се коригират отчетените ъгли.

2. Определя се специфичният ъгъл на въртене на равнината на поляризация за воден разтвор на захар. В кюветата се налива разтвор с позната концентрация c_1. Измерва се неколкократно ъгълът α_1', на който се завърта анализаторът, за да бъде цялото зрително поле еднакво полусветло. Ъгълът на въртене на равнината на поляризация е

$$\alpha_1 = \alpha_1' - \alpha_0'.$$

Специфичният ъгъл на въртене на равнината на поляризация се изчислява по формулата

$$[\alpha_1] = \frac{\alpha_1 100}{l c_1}.$$

Дебелината на слоя l се замества с дължината на кюветата.

3. Определяне концентрацията c_x на непознатия разтвор. Кюветата се напълва с непознат разтвор и се измерва многократно ъгълът на завъртане на равнината на поляризация α_x на непознатия разтвор по същия начин, както α_1. Като се има предвид формула (7.24), се пресмята концентрацията c_x.

Данните за α_1 и α_x се обработват по метода на Гаус. Относителната грешка на $[\alpha]$ и на c_x се определя по формулите

$$\frac{\Delta[\alpha]}{[\bar{\alpha}]} = \frac{\Delta c_1}{\bar{c}_1} + \frac{\sigma_{\bar{\alpha}_1}}{\bar{\alpha}_1} + \frac{\Delta l}{\bar{l}}$$

и

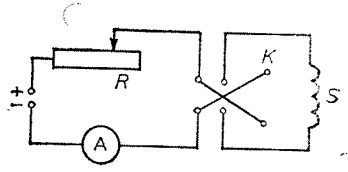
$$\frac{\Delta c_x}{\bar{c}_{x\ \text{изм}}} = \frac{\Delta[\alpha]}{[\bar{\alpha}]} + \frac{\sigma_{\bar{\alpha}_x}}{\bar{\alpha}_x} + \frac{\Delta l}{\bar{l}},$$

където $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_x$ са средноаритметичните стойности, а σ_{α_1} и σ_{α_x} — стандартните отклонения. Грешката Δl се преценява, като се вземе предвид закръглеността на кюветата, а $(\Delta c_1/c_1) \approx 1\%$.

7.3.3. Въртене равнината на поляризация на светлината от магнитно поле (ефект на Фарадей)

Целта на упражнението е да се определи константата на Верде за бензол. Използва се поляриметър между поляризатора и анализатора, на който се поставя соленоид за създаване на хомогенно магнитно поле с интензитет $\vec{H}$. Взаимното разположение

е такова, че направлението на светлинния сноп и интензитетът на магнитното поле (оста на соленоида) да съвпадат. Вътре в средата на соленоида се поставя кювета, съдържаща изследваното вещество. Електричната схема, по която се свързва соленоидът S, е показана на фиг. 7.24. През соленоида се пропуска постоянен ток, големината I на който се измерва с амперметъра A и се изменя с реостата R. С превключвателя K се сменя посоката на тока.

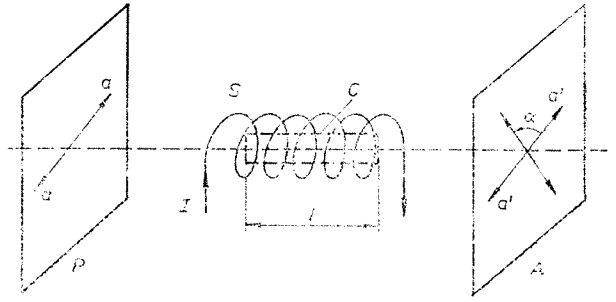


Фиг. 7.24

В кюветата C (фиг. 7.25) се налива изследваната течност (бензол). Тя не трябва да съдържа мехурчета въздух. Линейно поляризираната от поляризатора P светлина преминава през течността, поради което векторът на интензитета на електричното поле се завърта на ъгъл α. Този ъгъл се измерва за няколко стойности на големината на тока I, като за всяка стойност се правят отчитания на α за едната и другата посока на тока: α_1 и α_2. За α се взема средноаритметичното от двете отчитания:

$$\alpha = \frac{1}{2}(|\alpha_1| + |\alpha_2|).$$

Това се прави за избягване на систематичната грешка поради евентуално изместване на нулата на уреда. Стойностите на тока се задават; те са подбрани в зависимост от конструкцията на соленоида (бобината). Пресмята се големината на интензитета на магнитното поле по формулата



Фиг. 7.25

$$H = nI,$$

където n е броят на навивките на единица дължина от соленоида. Ако вместо соленоид се използва многослойна бобина, тогава $H = kI$, където k е константа, която се задава предварително. Построява се графиката на зависимостта $\alpha = f(H)$ и се определя

величината $b=\alpha/H$. Константата на Верде /вж. (7.25)/ се пресмята по формулата

$$V=\frac{b}{l}.$$

Дебелината l на течността, през която преминава светлината, се измерва с шублер.

Относителната грешка на V се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta\alpha}{\alpha}+\frac{\Delta l}{l}+\frac{\Delta H}{H},\quad \frac{\Delta H}{H}=\frac{\Delta I}{I},$$

където $\Delta\alpha$, Δl и ΔI се преценяват в зависимост от приборните грешки.

7.4. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА СВЕТЛИНАТА ВЪВ ВЕЩЕСТВОТО

Когато разпространяващите се в прозрачна среда светлинни вълни достигнат повърхността на друга среда, те частично се отразяват обратно в първата. Ако повърхността, върху която падат светлинните вълни, е оптично гладка (огледална), т.е. ако размерите на грапавините са малки в сравнение с дължината на вълната на падащата светлина, се наблюдава огледално отражение. Ако това условие не е изпълнено — отражението е дифузно или смесено (огледално-дифузно) отражение.

Нека интензитетът на падащата естествена светлина е I_e, а интензитетът на отразената е I_r. Величината $R=I_r/I_e$ представлява частта от излъчването, която е отразена от повърхността на даденото тяло, и се нарича отражателна способност на това тяло. Отражателната способност на тялото е минимална при ъгъл на падане $\alpha=0$ и остава почти постоянна в интервала ъгли от 0 до 30—35°, а по-нататък при увеличение до 90° бързо достига до единица. Отношението

$$r=\frac{I_r}{I_e} \tag{7.26}$$

при $\alpha=0$ се нарича коефициент на отражение.

За много голяма част от телата коефициентът на отражение е функция на дължината на вълната, т.е. те отразяват селективно (избирателно). Отражателната способност на тези тела има максимум в определен, немного голям спектрален интервал, характерен за дадената повърхност.

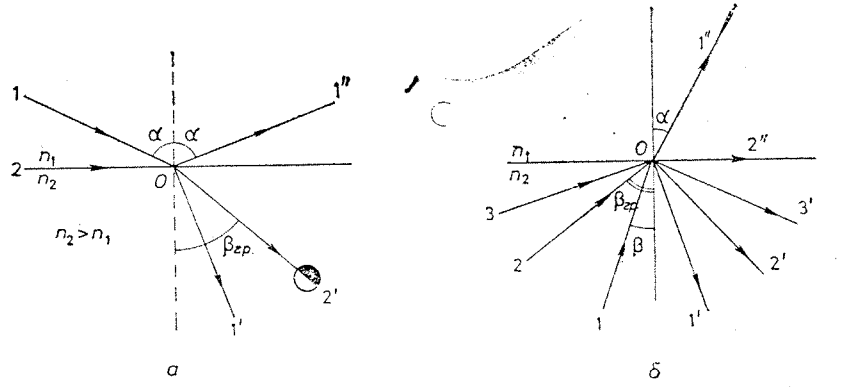
Пълното отражение на светлината дава усещане за идеално бяло тяло, пълното ѝ поглъщане — за идеално черно тяло. Практически най-бели тела са бариевият окис и магнезиевият окис, спресовани пластини от които отразяват 84—98% от падащата върху тях светлина. Най-близки до идеално черното тяло са черното кадифе, което отразява само около 0,2% от падналата светлина, саждите и др.

При преминаване на светлината през границата на две среди с различна оптична плътност настъпва изменение на посоката ѝ на разпространение. Това явление се нарича пречупване или рефракция на светлината. Отношението на синуса на ъгъла на падане α към синуса на ъгъла на пречупване β е постоянна величина за двете среди и се нарича показател на пречупване на втората среда спрямо първата, или относителен показател на пречупване (закон на Снелиус—Декарт) —

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{21}. \tag{7.27}$$

Доказва се, че $n_{21}=v_2/v_1$, където v_1 и v_2 са скоростите на светлината съответно в първата и във втората среда. Отношението на скоростта c на разпространение на светлината във вакуум към скоростта v в дадена среда се нарича абсолютен показател на пречупване n на средата ($n=c/v$). Ясно е, че $n_{21}=n_2/n_1$, т.е. относителният показател на пречупване на средите е равен на отношението на абсолютните показатели на пречупване на тези среди.

На фиг. 7.26, a е представен случай, когато светлината преминава от оптично по-малко плътна среда в оптично по-плътна



Фиг. 7.26

среда. Граничният ъгъл на пречупване $\beta_{гр.}$ съответствува на ъгъл на падане $\alpha=90°$ (плъзгащ се по границата лъч). Големината на $\beta_{гр.}$ се определя от (7.27), когато $\sin\alpha=1$, т.е.

$$\sin\beta_{гр.}=\frac{n_1}{n_2}. \tag{7.28}$$

Ако разделителната повърхнина надясно от точка O е покрита с непрозрачен слой (фиг. 7.26, a), а светлината е насочена от оптично по-малко плътната среда във всевъзможни посоки, то в другата среда се образува тъмно пространство, определено от

ъгъл $\beta_{гр.}$, като границата се очертава доста ясно. На фиг. 7.26, *а* половината от кръгчето е в осветената част, а другата — в неосветената.

Когато светлината пада върху границата на две среди откъм оптично по-плътната среда (фиг. 7.26, *б*), за ъгли на падане $\beta<\beta_{гр.}$ тя прониква частично в по-малко плътната среда (лъч *1''*) и частично се отразява в първата среда (лъч *1'*). При $\beta=\beta_{гр.}$ и ъгли, по-големи от него (до 90°), вече няма пречупен лъч — настъпва явлението пълно вътрешно отражение. В пространството на отразените лъчи се вижда рязка граница между светла и тъмна част. Ъгълът на падане $\beta_{гр.}$ се нарича граничен ъгъл на пълното вътрешно отражение. Той съответствува на ъгъл на пречупване $\alpha=90°$ (лъч *2''*) и се определя от (7.28).

Разделът от науката, който се занимава с изследване на веществата чрез измерване показателя на пречупване, се нарича рефрактометрия. Чрез т. нар. рефрактометри се прави идентификация на вещества, определя се чистотата на водата, поляризуемостта на молекулите и др.

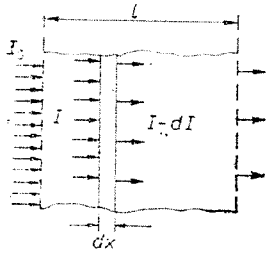
Показателят на пречупване зависи от дължината на светлинната вълна. Тази зависимост се нарича дисперсия. Тя се определя от производната $dn/d\lambda$, която числено е равна на изменението на показателя на пречупване при изменение дължината на вълната с единица.

Ако върху призма пада успореден сноп бяла светлина, вследствие на дисперсията тя се разлага в спектър. Големината на дисперсията се характеризира с величината средна дисперсия n_F-n_C или с величината относителна дисперсия

$$D=\frac{n_F-n_C}{1-n_D}, \tag{7.29}$$

където n_C е показателят на пречупване за червената линия на водорода ($\lambda=656{,}2$ nm), n_F — за синята линия на водорода ($\lambda=486{,}1$ nm) и n_D — за жълтата натриева линия ($\lambda=589{,}3$ nm).

Друго явление при преминаване на светлината през веществото е нейното поглъщане. Това е сложен процес на взаимодействие на светлинната вълна с атомите и молекулите на веществото. Ако сноп монохроматична светлина с интензитет I премине през слой от веществото с дебелина dx, интензитетът му намалява с dI, като относителното намаляване е еднакво за всеки следващ слой със същата дебелина (фиг. 7.27). Така че



Фиг. 7.27

$$\frac{dI}{I}=-\alpha dx. \tag{7.30}$$

За слой с дебелина l, като се интегрира (7.30) в граници от I_0 до I и от 0 до l, се получава

$$I=I_0e^{-\alpha l}.$$

Величината α се нарича коефициент на поглъщане и зависи както от дължината на светлинната вълна, така и от поглъщащото вещество. Вещество, разтворено в прозрачен разтворител, също поглъща, като погълнатото количество светлина е пропорционално на броя на поглъщащите молекули в единица дължина от пътя на светлинния сноп в разтвора. Тъй като броят на молекулите в единица дължина е пропорционален на концентрацията c на разтвора, то коефициентът на поглъщане α също е пропорционален на c и законът за поглъщане добива вида

$$I=I_0e^{-kcl}, \tag{7.31}$$

известен като закон на Бугер—Ламберт, където $k=\alpha/c$ е коефициент на поглъщане на единица концентрация.

Отношението $\theta=I/I_0$, което показва каква част от падналата светлина е преминала, се нарича коефициент на пропускливост или прозрачност на разтвора. От (7.31) се вижда, че

$$\theta=e^{-kcl}, \tag{7.32}$$

и често се изразява в проценти — $\theta\%=100\,\theta$. Числото

$$E=\ln\frac{I_0}{I}=kcl$$

се нарича екстинкция. Единицата за k зависи от единиците, в които е дадена концентрацията c (g/100 ml, mg/100 ml) и дължината l.

Споменатите коефициенти на пропускливост и екстинкцията се наричат натурални. Използват се още величините десетичен коефициент на пропускливост и десетична екстинкция, когато се работи със степени на десет и с десетични логаритми. Тогава (7.31) се записва във вида

$$I=I_010^{-0{,}43\,kcl}, \tag{7.33}$$

или

$$I=I_010^{-k'cl}, \tag{7.34}$$

където k' е десетичният коефициент на поглъщане. Десетичната екстинкция

$$E=\lg\frac{I_0}{I}=k'cl \tag{7.35}$$

се нарича още оптична плътност или само екстинкция.

От зависимостта (7.35) следва, че ако например $I=I_0$, то $E=0$, ако $\theta=10\%$, $E=1$; при $\theta=1\%$ $E=2$ и т. н. Накратко, ако е известно $\theta\%$, E се пресмята по формулата

$$E=\lg\frac{100}{\theta\%}=2-\lg\theta\%. \tag{7.36}$$

Зависимостта $E=f(c)$ при работа с монохроматична светлина

и постоянни l и k е линейна и позволява чрез калибровъчни графики да се определи концентрацията на даден разтвор.

Линейната зависимост е указание за това, че е изпълнен законът на Бугер—Ламберт, който обикновено е в сила за малки концентрации.

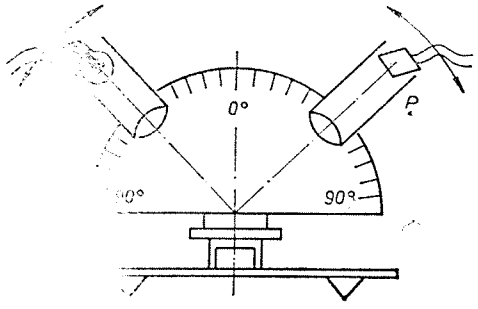
7.4.1. Измерване коефициента на отражение от повърхността на различни материали

За определяне коефициента на отражение на изследваната повърхност в настоящата работа се прилага косвен метод, като се използува еталонна повърхнина, чийто коефициент на отражение е известен.

Светлината от източника, след като премине през светофилтър и се отрази от изследваната повърхност, попада върху един фоторезистор. Тъй като големината на фототока е пропорционална на падащия светлинен поток, показанията на галванометъра, включен във веригата на фоторезистора, зависят линейно от големината на този поток. Следователно, ако r_0 е известният коефициент на отражение на еталонната повърхност, а N_0 — съответното показание на галванометъра, коефициентът на отражение r на изследваната повърхност ще бъде

$$r = r_0 \frac{N}{N_0}, \tag{7.37}$$

където N е показанието на галванометъра при отражение на светлината от изследваната повърхност.



Фиг. 7.28

Постановката, посредством която се извършват измерванията, представлява масивна платформа (фиг. 7.28), на която е закрепен плот за поставяне на изследвания предмет, ъгломер и система от две тръби, които носят осветителното и приемащото устройство. В зависимост от дебелината на предмета масичката може да се повдига и спуска така, че винаги осветената част да застане на едно и също място и да лежи на права, която минава през нулата на ъгломера и точката на пресичане на осите на двете тръби. По този начин независимо от положението на приемника и излъчвателя винаги е осветено едно и също място от изследвания образец и винаги в приемника попада светлина, отразена от едно и също място. В едната тръба O е разположен

точков източник на светлина, захранван от стабилизатор за напрежение и подходяща колимационна система. Предназначението ѝ е да изпраща винаги успореден сноп лъчи, за да бъде получено по-голямо и равномерно осветено петно върху повърхността на образеца. Във втората тръба P един обектив фокусира образа на тази осветена част върху фоторезистор с подходяща спектрална чувствителност (за видимата област на спектъра от кадмиев сулфид), който измерва интензитета на отразената от повърхността светлина. На пътя на отразената светлина може да се постави деполяризатор, тъй като в някои случаи тя може да е поляризирана, а чувствителността на приемника да зависи от степента на поляризация.

Въртенето на тръбата P около посочената по-горе права, минаваща през светлото петно, позволява направо измерване ъгловото разпределение на огледално и дифузно отразената от образеца светлина, при условие че светлото петно е винаги по-голямо по площ от зрителното поле на обектива на приемащата система.

1. Измерване коефициента на отражение на различни образци от платове и кожи. За целта се извършва следното. Включва се лампата и ѝ се подава съответното напрежение. По време на измерването се контролира това напрежение да е постоянно. Включва се фоторезисторът и му се подава напрежение.

Огледалото (еталонът) се поставя на масичката и се измерва многократно N_0 при ъгъл на падане около 10°, като за всяко отчитане системата се нагласява наново. Измерва се N на различни образци от платове и кожи. Отчитането на N се прави многократно.

Коефициентът на отражение се пресмята по (7.37).

2. Построяване на полярната диаграма на отразената светлина. Лампата се поставя така, че ъгълът на падане на светлината да е 30°, а на масичката се поставя образецът. Мести се тръбата с фоторезистора от 0 до 80° и се отчита N. Същото се прави при ъгъл на падане 45°.

Чертаят се полярните диаграми на милиметрова хартия. За тази цел от една точка O се прекарват лъчи под ъгли спрямо избраната нулева посока, за които е извършено измерването, и върху тях се нанасят отсечки с дължина, пропорционална на големината на интензитета на отразената светлина в тази посока.

Относителната грешка при определянето на r се пресмята по формулата

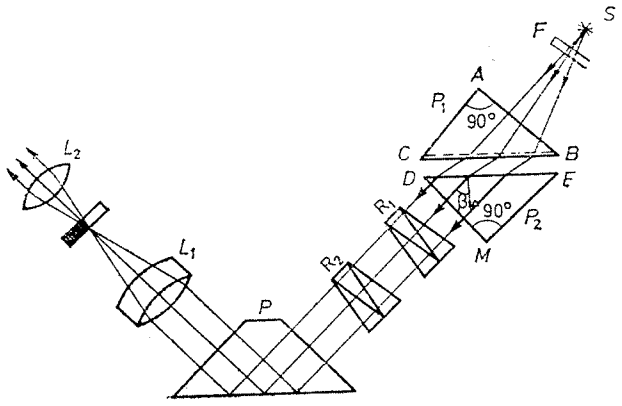
$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\sigma_{\overline{N}}}{\overline{N}} + \frac{\sigma_{\overline{N_0}}}{N_0},$$

където $\sigma_{\overline{N}}$ и $\sigma_{\overline{N_0}}$ са средноквадратичните отклонения на N и N_0, получени по теорията на Гаус. Предполага се, че r_0 е известно с достатъчно голяма точност.

7.4.2. Измерване показателя на пречупване с рефрактометъра на Абе

За измерване на показателя на пречупване с помощта на рефрактометъра на Абе се използва както методът на пълно вътрешно отражение, така и методът на плъзгащия се лъч. Методът на пълното вътрешно отражение се прилага за непрозрачни вещества.

Основна част на рефрактометъра на Абе (фиг. 7.29) са две правоъгълни призми P_1 и P_2, изработени от стъкло с голям по-



Фиг. 7.29

казател на пречупване. Призмите са комплектовани така, че между най-големите им стени да може да се постави тънък (около 0,1 mm) слой от изследваната течност.

От източника S светлината прониква в призмата през стената AB. Разсеяна от матовата повърхност CB, тя навлиза под най-различни ъгли в течността, а след това се насочва към стената DE на призмата P_2. Плъзгащият се лъч (с ъгъл на падане към DE, равен на 90°) се пречупва в P_2 под ъгъл $\beta_{гр.}$. Всички останали лъчи, преминаващи от течността в P_2, имат ъгъл на пречупване $\beta<\beta_{гр.}$ (фиг. 7.26, *а*). Това значи, че светлинните лъчи влизат в P_2 само в границата от 0 до $\beta_{гр.}$ и следователно пространството вътре в този ъгъл ще е осветено, а вън от него — тъмно. Положението на границата между светлата и тъмната част на зрителното поле се определя от $\beta_{гр.}$, който зависи от показателя на пречупване на изследваната течност.

Лещите L_1 и L_2 образуват зрителна тръба, нагласена на безкрайност. Във фокусната равнина има скала за отчитане на n и указатели. Като въртим P_1 и P_2, т.е. като изменяме наклона на светлинните лъчи спрямо оста на зрителната тръба, можем да

направим така, че границата между светлата и тъмната част да попадне в зрителното поле на окуляра L_2 и да съвпадне с положението на указателя. Върху пластинка, свързана със системата P_1 и P_2, се намира скалата със стойности на показателя на пречупване n.

Най-често източникът S не е монохроматичен и границата се наблюдава размита и оцветена поради дисперсията на светлината от изследваното вещество (зависимост на n от λ). За да може и в този случай границата да е рязка, лъчите, излизащи от P_2, преминават през компенсатор с променлива дисперсия. Компенсаторът представлява две еднакви призми на Амичи R_1 и R_2, всяка от които се състои от по три призми с различен показател на пречупване. Призмите са подбрани така, че монохроматичен лъч с дължина на вълната $\lambda=589{,}3$ nm (жълтата линия на натрия) да не изпитва отклонение, след като премине през компенсатора. Със специална ръкохватка призмите могат да се преместят така, че границата да стане по-рязка. Ако дисперсията на изследваното вещество е голяма, може да се окаже невъзможно с компенсатора да се получи рязка граница. В този случай пред източника се поставя жълт светофилтър F (фиг. 7.29).

В оптичната система на рефрактометъра се включва обръщаема призма P, която позволява оста на зрителната тръба да се разположи перпендикулярно на хода на лъчите през R_1 и R_2, което е по-удобно за наблюдение.

При течност с голям коефициент на поглъщане (мътна течност), за да се избегнат загубите на енергия, когато светлината преминава през нея, се работи по метода на пълното вътрешно отражение. Използва се същата оптична система (фиг. 7.29), но светлината се пуска да пада на матовата стена EM (призма P_2). Когато се работи по метода на плъзгащия се лъч, тази повърхност се закрива с метална щорка. Разсеяна от EM, светлината достига границата между стъклото и мътната течност под най-различни ъгли. В случая, когато $\beta<\beta_{гр.}$, светлината се отразява частично. За лъчи с $\beta>\beta_{гр.}$ настъпва пълно вътрешно отражение и в зрителното поле се наблюдава граница между светлата и тъмната част. Положението на граничната линия по метода на плъзгащия се лъч и по метода на пълното вътрешно отражение се оказва еднакво, понеже съвпадат условията, от които зависи $\beta_{гр.}$.

С рефрактометъра на Абе може да се измери показателят на пречупване и на твърди тела. Приложими са както методът на пълното вътрешно отражение, така и методът на плъзгащия се лъч. Твърдото тяло, чийто показател на пречупване ще се измерва, трябва да има плоска полирана повърхност. Призмата P_1 се отклонява встрани, а полираната повърхност на тялото се притиска към страната DE на призмата P_2. За добър оптичен контакт между допиращите се стени се поставя тънък слой течност с показател на пречупване n в границите $n_1 \leqq n \leqq n_2$, където n_1 е показателят на пречупване на изследвания образец, а n_2 — пока-

зателят на пречупване на P_2. При спазване на това изискване слоят течност не променя резултатите. Подходящ е монобромнафталинът, който за жълтата линия има $n=1{,}66$. За да се работи по метода на плъзгащия се лъч, твърдият образец трябва да има полирана още една стена — страничната, през която да навлезе светлината.

При работа с рефрактометъра на Абе трябва да се спазва следният ред на работа. С помощта на пипетка с гумен накрайник (за да не се драска призмата) се нанася слой течност по повърхността на DE така, че да се разстели. Насочваме светлината върху стената AB на P_1 (при измерване по метода на плъзгащия се лъч) или с помощта на огледало върху EM на P_2 (при измерване по метода на пълното вътрешно отражение). В първия случай щорката на EM трябва да е поставена, а във втория — не.

Преди да започнат измерванията, трябва да се убедим, че рефрактометърът е изправен. Проверката се извършва, като се постави за измерване вещество, на което знаем колко е показателят на пречупване. Във всеки рефрактометър има еталонна стъклена пластинка с известно n, обикновено за жълтата линия на натрия с дължина 589,3 nm, означавана с D. За изправността на рефрактометъра може да се съди и като се определи показателят на пречупване например на дестилирана вода, за която $n_D=1{,}3329$ (при $t=20\,^{\circ}\mathrm{C}$). Ако при измерването се получи друг резултат, трябва да се направи поправка към показанията на скалата.

С рефрактометъра на Абе се изпълняват следните задачи:

Изследва се зависимостта на n от концентрацията ($c\,\%$) на захарни разтвори или разтвори от NaCl, като се чертае графика на зависимостта на n от концентрацията $c\,\%$. По тази крива може да се намери концентрацията c на разтвор с неизвестна концентрация, след като за него е определен показателят на пречупване. Данните се нанасят в подходяща таблица. Определят се показателите на пречупване на стъклени и плексигласови пластинки.

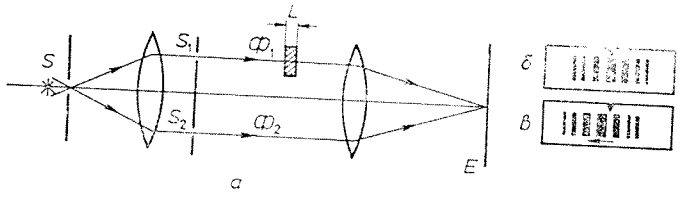
Правят се няколко измервания на n и се намира средната аритметична стойност.

7.4.3. Измерване показателя на пречупване с интерферометъра на Рейли

Интерферометърът на Рейли се използва за измерване на малки разлики между показателите на пречупване на различни вещества и малки дебелини.

Светлината от точковия източник S (фиг. 7.30) се разделя от процепите S_1 и S_2 на два успоредни, кохерентни светлинни снопа Φ_1 и Φ_2. Интерференчната картина, получена от наслагването на сноповете върху екрана E, представлява система от светли и тъмни ивици (фиг. 7.30, *б*). Ако на пътя на снопа Φ_2

се постави някакъв прозрачен обект с дебелина L и показател на пречупване n_1, различен от показателя на пречупване n_2 на средата, в която се разпространява снопът Φ_2, това ще доведе



Фиг. 7.30

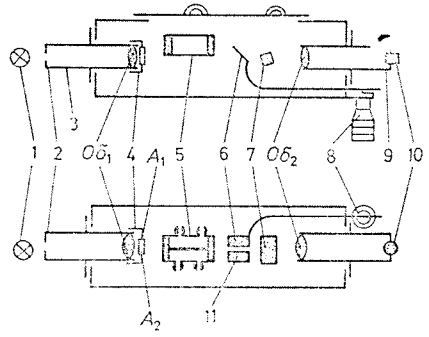
до изменение на оптичния път на лъчите на снопа Φ_1 с $\Delta=(n_2-n_1)L$. В резултат интерференчната картина се отмества встрани (фиг. 7.30, *в*). По това отместване може да се определи разликата Δ между оптичните пътища на лъчите.

Като се знае Δ, могат да бъдат решени следните задачи:

1. При познато L да се определи разликата между показателите на пречупване n_1-n_2.

2. При познати n_1 и n_2 да се измери дебелината L на тънка пластинка.

Устройството на интерферометъра схематично е представено на фиг. 7.31. Светлината от източника *1*, с непрекъснат спектър (лампа с нажежаема жичка), се събира с помощта на кондензор върху входния процеп *2* на прибора. Този процеп се намира в предната фокусна равнина на събирателната леща — обектив $Об_1$. Обективът $Об_1$ заедно с процепа *2* съставят колиматора *3* на прибора. Непосредствено зад обектива $Об_1$, перпендикулярно на успоредния сноп лъчи, изхождащи от него, се поставя плоска диафрагма *4* с два дълги, вертикално разположени процепа A_1 и A_2. Ширината на тези процепи е около 5 mm, а разстоянието между тях — около 25 mm. Процепите отделят от снопа светлина, паднал върху диафрагмата, два снопа Φ_1 и Φ_2.



Фиг. 7.31

В горните части Φ_1' и Φ_2' на сноповете Φ_1 и Φ_2 са поставени две кювети *5* с еднакви дължини и плоскопаралелни стени. В едната кювета се налива изследваното вещество, а в другата —

веществото еталон. Зад кюветите се намират плоскопаралелните пластинки *6* и *11*, които образуват т. нар. компенсатор на прибора. Пластинката *11* е неподвижна и разположена перпендикулярно на снопа Φ_2', преминал през веществото с по-голям показател на пречупване. Пластинката *6* е на пътя на снопа Φ_1', преминал през веществото с по-малък показател на пречупване. Тя може да се завърта около ос, перпендикулярна на снопа. Когато се увеличава ъгълът на падане на лъчите върху пластинката *6*, увеличава се и оптичният път на снопа Φ_1'. Това дава възможност разликата между оптичните пътища на лъчите от сноповете Φ_1' и Φ_2', предизвикана от различните показатели на пречупване на веществата в двете кювети, да се сведе до нула.

Долните части Φ_1'' и Φ_2'' на сноповете Φ_1 и Φ_2 минават през еднородната среда под кюветите и техните оптични пътища са еднакви. За намаляване разликата между оптичните пътища на лъчите от долните и горните снопове е поставена плоскопаралелната пластинка *7*.

На пътя на четирите снопа Φ_1', Φ_2' и Φ_1'', Φ_2'' се намира втора събирателна леща-обектив $Об_2$, поставена в тръбата *9*. Във фокусната равнина на обектива се получават две интерференчни картини: горната, получена от интерференцията на сноповете Φ_1' и Φ_2', преминали през двете кювети, а долната от сноповете Φ_1'' и Φ_2'', преминали под кюветите. Интерференчните картини (фиг. 7.30) се наблюдават с окуляра *10* — цилиндрична леща. Тя дава силно увеличение в направление, перпендикулярно на тесните и гъсто разположени ивици. Понеже се използва бяла светлина, споменатите ивици са оцветени, като бяла ще бъде само тази, която съответствува на централния максимум. Това дава възможност лесно да се отчита отместването на горната интерференчна картина спрямо долната, която е неподвижна.

С микрометричния винт *8* се привежда в движение лостът, с който се завърта подвижната пластинка *6*. Скалата, по която се извършва отчитането, е нанесена върху барабана на винта *8* и се наблюдава с лупа за по-точно отчитане.

С прибора се работи по следния начин. Двете кювети се напълват с еднакво вещество еталон (въздух или друго вещество). С микрометричния винт *8* се нагласяват ивичките от двете интерференчни картини да съвпаднат и по скалата му се отчита показанието. Измерванията се извършват няколко пъти и средноаритметичната стойност се приема за начална — t_0. Едната от кюветите се напълва с изследваното вещество (например азот, кислород и др.). Интерференчната картина се отмества. Чрез завъртане на микрометричния винт се възстановява съвпадането на ивичките и се отчита втора стойност t_1. По разликата $t=t_1-t_0$ от двете отчитания с помощта на таблици и номограми, приложени към прибора, се намира разликата в показателите на пречупване или процентното съдържание на примеси в изследваните вещества.

Решават се следните експериментални задачи:

1. Определяне показателя на пречупване на азот (кислород). Едната кювета се пълни с азот при определено налягане, което се поддържа постоянно. Определя се величината t и по таблица (или номограма) се определя $\Delta n=n_e-n$. За да се определи показателят n, се използва показателят на пречупване на въздуха n_e, който при нормални условия ($t_0'=0\,^{\circ}C$ и $p_0=1{,}013.10^5$ Pa) е $n_{e0}=1{,}000292$, а при температура t' и налягане p —

$$n_e=1+\frac{n_{e0}-1}{1+(t'/273)}\,\frac{p}{1013}.$$

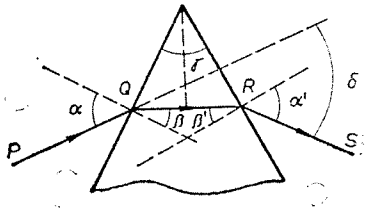
Температурата t' се отчита по термометъра, поставен до прибора в °C, а налягането p по барометъра в лабораторията в hPa.

2. Изследване зависимостта на показателя на пречупване от налягането. Изменя се налягането на азота и за всяко налягане се определя показателят на пречупване. Построява се графично върху милиметрова хартия зависимостта $n=f(p)$.

При определяне показателя на пречупване за дадено налягане се правят многократни измервания и получените стойности за n се обработват по метода на Гаус.

7.4.4. Определяне показателя на пречупване и дисперсията на призма

Съществуват различни методи за определяне дисперсията на веществата чрез измерване на показателя на пречупване n за съответните дължини на вълната. Единият от тях е методът на призмата, направена от изследваното вещество, на която трябва да се измери пречупващият ъгъл γ и ъгълът на девиация (отклонение) δ за съответната дължина на вълната (фиг. 7.32).



Фиг. 7.32

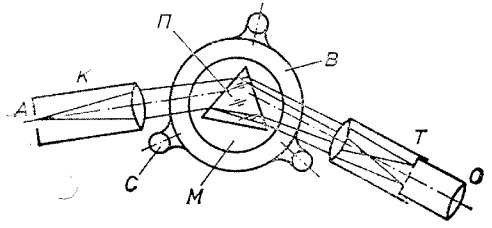
При монохроматична светлина с дадена дължина на вълната λ ъгълът δ зависи от коефициента на пречупване на веществото, от което е направена призмата, пречупващия й ъгъл γ и ъгъла на падане α. Тази зависимост е твърде проста в случая, когато светлинният лъч $PQRS$ има такъв ход, че ъгълът на падане върху призмата е равен на ъгъла на пречупване при излизането му от призмата, т. е. $\alpha=\alpha'$, при което и $\beta=\beta'$. Пресмятанията показват, че в този случай девиацията δ има минимална стойност, а

геометричните съотношения се получават най-прости. Зависимостта между показателя на пречупване n, пречупващия ъгъл γ и минималната девиация δ е

$$n=\frac{\sin\frac{\delta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}. \tag{7.38}$$

Когато върху призмата пада успореден сноп светлина от процеп, осветен със спектрална лампа (Na, Hg, H и др.), излъчваща линеен спектър с редица характерни линии във видимата област на спектъра, след призмата върху екрана се наблюдават разделени цветни образи на процепа, които са с различна интензивност. Чрез измерване на δ и γ по (7.38) се определя n за различните спектрални линии на получения линеен спектър и може да се построи зависимостта на n от дължината на вълната λ.

За прецизно измерване на ъгли в този експеримент се използва уред, наречен гониометър, схематично представен на фиг. 7.33. Той се състои от статив C, на който са закрепени: кръг с градусови деления — лимб B, колиматор K, зрителна тръба T и масичка M, поставена над лимба. Масичката се върти около ос, минаваща през центъра на лимба, а нейното положение се отчита по градусовата скала на същия. Върху масичката е закрепена неподвижно изследваната призма $П$.



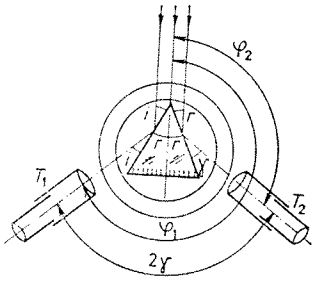
Фиг. 7.33

Гониометърът е подготвен за работа, когато зрителната тръба е нагласена на безкрайност, колиматорът е установен перпендикулярно на оста на въртене и осите на колиматора и зрителната тръба лежат на една права. Положението на зрителната тръба се отчита по лимба посредством два диаметрално разположени нониуса. Наличието на двата нониуса спомага да се намали грешката от несъвпадане на оста на въртене на масичката с центъра на лимба. В по-опростените прибори нониусът е един. Преди да се отчитат ъгли с нониуса, е необходимо да се намери константата на нониусовата скала.

1. Определяне на пречупващия ъгъл γ на призмата. Призмата се насочва с пречупващия ръб към колиматора така, че двете пречупващи равнини да се осветяват едновременно (фиг. 7.34). Колиматорното рамо е фиксирано на 0°, отчетени по лимба. Зрителната тръба се завърта първо на ъгъл $\varphi_1>180°$, а след това

на ъгъл $\varphi_2<180°$, за да се засекат с нишката на окуляра образите на колиматорния процеп, получени от отразените лъчи. С нониуса се отчитат съответните ъгли φ_1 и φ_2. От фиг. 7.34 се вижда, че $\varphi_1=180+2i$, $\varphi_2=180-2r$, така че $\varphi_1-\varphi_2=2(i+r)$. Тъй като $i+r=\gamma$, се получава, че

$$\gamma=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}. \tag{7.39}$$

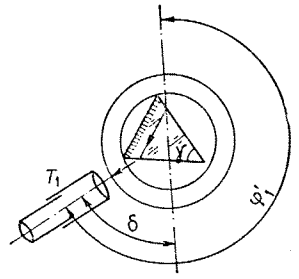


Фиг. 7.34

За да се намери по-точно стойността на пречупващия ъгъл, се правят неколкократни отчитания на ъглите φ_1 и φ_2 и се вземат средноаритметичните им стойности, с които по формула (7.39) се пресмята γ.

2. Определяне ъгъла на минималната девиация δ. Масичката с призмата се завърта в такова положение, при което бисектрисата на пречупващия ъгъл да е приблизително на 115÷130° спрямо оста на колиматора. С невъоръжено око може да се наблюдава цветен образ на процепа, получен от пречупените лъчи. Масичката се завърта малко в една или друга посока и се следи преместването на образа, т. е. увеличаването или намаляването на δ. При най-малък ъгъл δ движението се спира. Със зрителната тръба се определя точното положение на ъгъла, при което наблюдаваната спектрална линия е в най-крайно дясно положение. Чрез нониуса се отчита ъгълът φ_1' (фиг. 7.35).

След това масичката се завърта така, че падащият лъч да сключва ъгъл от 235÷245° с бисектрисата на пречупващия ъгъл, за да се получи симетричен образ на процепа спрямо оста на колиматора. По същия начин се намира и отчита ъгълът φ_2', съответстващ на минималната девиация (най-крайно ляво положение на спектралната линия). Лесно се съобразява, че $\varphi_1'-\varphi_2'=2\delta$, или



Фиг. 7.35

$$\delta=\frac{\varphi_1'-\varphi_2'}{2}. \tag{7.40}$$

И тук е добре φ_1' и φ_2' да се определят като средни стойности от 3—4 отчитания. Така се определя δ за всички по-ярки линии от линейния спектър на една живачна лампа.

3. Определяне показателя на пречупване и средната дис-

персия. Прилага се формула (7.38) за изчисляване на n за всички линии. За γ и δ се вземат стойностите, получени в предните задачи. Приблизително средната дисперсия може да се определи като разлика в коефициентите на пречупване на крайните лъчи, т. е. за виолетовата и червената светлина.

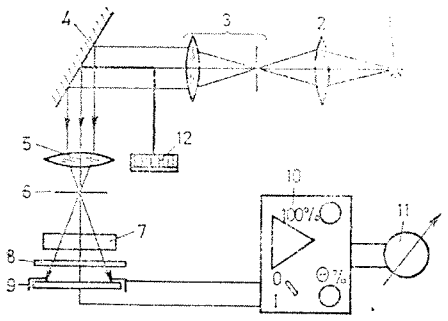
За абсолютна грешка при определяне на ъглите γ и δ се взема константата на нониусовата скала $\Delta\alpha$. Относителната грешка за n се пресмята по формулата

$$\frac{\Delta n}{n}=\left(\operatorname{cotg}\frac{\gamma+\delta}{2}+\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}\right)\Delta\alpha,$$

където $\Delta\alpha$ е в радиани.

7.4.5. Поглъщане на светлината. Определяне концентрацията на разтвори

Измерванията се извършват с малък монохроматор «Спекол», схематично показан на фиг. 7.36. Винтът, свързан с копче *12* на лицевата плоча на уреда, завърта отражателната дифракционна решетка *4*, при което върху изходния процеп *6*, намиращ се във фокусната равнина на обектива, се фокусира сноп монохроматична светлина (380 до 780 nm). За по-сигурно светлинно уплътнение на кюветите в държателя последният се поставя в крайно (упорно) ляво или дясно положение. Показващият уред *11* има две скали за отчитане на пропускливостта θ % или екстинкцията E. С копчетата на два променливи резистора от усилвателя *10* се прави проверка за 0 и 100 % пропускливост. С монохроматора могат да се изпълняват следните експериментални задачи:



Фиг. 7.36

1 — източник на светлина, *2* — събирателна леща, *3* — колиматор, *4* — отражателна дифракционна решетка, *5* — кондензор, *6* — процеп, *7* — кювета, *8* — филтър, *9* — фотоелемент, *10* — усилвател, *11* — показващ уред, *12* — копче за завъртане на дифракционната решетка

1. Определяне на зависимостта $\theta\%=f(\lambda)$. Затворът на светлината, който има две положения 0 и I, се поставя в положение 0 (върху процепа не пада светлина). Копчето 100% се завърта в крайно дясно положение и с копче 0% се нулира процентната скала — θ%; копчето 100% се връща в ляво упорно положение. Затворът за светлината се поставя в положение I. На пътя на лъчите на монохроматичната светлина с $\lambda=380$ nm се поставя кювета със стандартна течност (разтворител), обикновено дестилирана вода. С копче 100% се нагласява стрелката на уреда да показва θ% = 100%. В снопа на лъчите се поставя кюветата с изследваната течност (държателят в другото крайно положение). Отчита се пропускливостта θ%. Като се изменят дължините на вълните през 10 nm, последователно се определят всички точки от кривата $\theta=f(\lambda)$. При всяка нова дължина на вълната отново се нагласява 100% на сравнителната течност. Определя се минимумът (или един от минимумите) на кривата, съответстващ на максимална екстинкция. Дължината на вълната, при която се получава максимална екстинкция, определя работната дължина на вълната за получаване на графичната зависимост $E=f(c)$.

2. Определяне концентрацията на неизвестен разтвор. За тази цел е необходимо предварително да се построи графичната зависимост $E=f(c)$, като се използват поне три различни познати концентрации от изследвания разтвор. За определената работна дължина на вълната се нагласява 100% пропускливост на стандартната течност. Поставят се последователно на пътя на лъчите три еднакви кювети с познатите концентрации. Определя се тяхната пропускливост. От сравнителната таблица между θ% и E или по формула (7.36) се определят съответните им екстинкции. Този начин за определяне на E е за предпочитане пред директното отчитане на E по скалата, защото точността е по-голяма. Построява се графичната зависимост $E=f(c)$. Концентрацията на неизвестния разтвор c_x се определя от измерената екстинкция E_x и калибровъчната права.

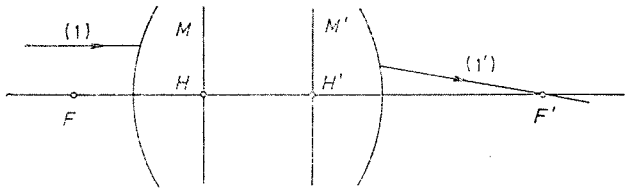
3. Определяне на зависимостта $\theta\%=f(\lambda)$ **за цветен филтър.** През процепа на уреда се пропуска последователно светлина с различни дължини на вълните, които попадат директно върху приемника на лъчение (фотоелемента). Установява се при коя дължина на вълните чувствителността е най-голяма и при нея се нагласява стрелковият уред да показва 100% пропускливост. Като се изменят дължините на вълните от 380 nm до 780 nm през 20 nm, се отчитат показанията на измерителния уред I_0 и I в деления без и със поставен на пътя на лъчите цветен филтър. Отношението $(I/I_0)100$ дава пропускливостта в проценти. От получените стойности се построява графиката на зависимостта $\theta\%=f(\lambda)$.

7.5. ОПТИЧНИ ЕЛЕМЕНТИ И СИСТЕМИ

Леща наричаме прозрачно тяло, заградено от две повърхнини, поне една от които има кривина, отлична от нула, като показателят ѝ на пречупване е различен от този на околната среда. Ако повърхнините са сферични, лещата се нарича сферична. Лещите за видимата светлина се изработват от стъкло или пластмаса, за ултравиолетовата — предимно от кварц, а за инфрачервената — от кварц, KCl, NaCl и др.

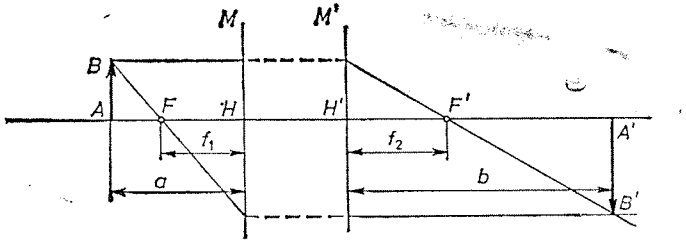
Дебелите лещи или системите от лещи притежават характерни точки и равнини, които позволяват да се получават и изследват образите, без да се търси точният ход на лъчите през лещата. Когато центровете и върховете на повърхнините лежат на една права, оптичната система се нарича центрирана, а правата — главна оптична ос.

Ако се насочат сноп лъчи (l) (фиг. 7.37), успоредни на главната оптична ос, те се пречупват така (l'), че след излизането



Фиг. 7.37

от лещата минават през една точка, лежаща на оптичната ос, наречена преден фокус (F'). Има още една точка, която съответствува на насочване на лъчите от другата страна на лещата — заден фокус (F). Равнината, перпендикулярна на главната оптична ос и минаваща през даден фокус, се нарича фокусна равнина, съответно предна и задна. Друга двойка равнини са т. нар. главни равнини (MM'). Това са равнини, перпендикулярни на главната оптична ос, за които предмет, лежащ в едната, се изобразява в същата големина в другата. Тези равнини се пробождат от главната оптична ос в главните точки на системата (HH'). Тогава фокусното разстояние е разстоянието между главната точка и съответния фокус. Когато от двете страни на системата има една и съща среда (например въздух), двете фокусни разстояния са еднакви.



Фиг. 7.38

Формално може да смятаме, че лъч, който е успореден на главната оптична ос и минава на определено разстояние от нея, пробожда предната и задната главна равнина в точки, отстоящи от главната оптична ос на едно и също разстояние (фиг. 7.38). След

предната равнина лъчът се пречупва и минава през съответния фокус. Обратно, лъчът, който излиза от фокуса, се пречупва от задната фокусна равнина така, че става успореден на главната оптична ос и излиза от лещата в същото направление. На фиг. 7.38 е показано как се построява образът на предмета AB.

Колкото лещата е по-дебела, толкова разстоянието между M и M' е по-голямо. За тънки лещи M и M' се сливат в една равнина, а точките H и H' в една точка, наречена оптичен център на лещата.

За тънка леща, която се намира във въздух, е в сила зависимостта

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right), \tag{7.41}$$

където n е абсолютният показател на пречупване на веществото, от което е направена лещата; R_1 и R_2 са радиусите на кривина на предната и задната повърхнина, a — разстоянието от предмета до лещата, а b — разстоянието от образа до лещата. За $a\to\infty$ (успоредни лъчи)

$$b=f=1/(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \tag{7.42}$$

се нарича фокус на лещата. От (7.41) и (7.42) се получава

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}. \tag{7.43}$$

Тази зависимост е в сила и за дебели лещи, като в този случай a, b и f се мерят от съответните главни равнини. Величината

$$D=\frac{1}{f} \tag{7.44}$$

се нарича оптична (пречупваща) сила на лещата (или системата). Тъй като за въздух $n-1>0$, знакът на f, а следователно и на D зависи от $(1/R_1)-(1/R_2)$. Когато $D>0$, лещата е събирателна. Такава леща превръща успоредния сноп в сходящ. Когато $D<0$, лещата е разсейвателна и превръща успоредния сноп в разходящ.

Оптичната сила D се измерва с диоптри (dpt). Един диоптър оптична сила има тази леща, чието фокусно разстояние е 1m.

Оптичната сила на лещи, плътно допрени една до друга, е

$$D=D_1+D_2+D_3+\ldots \tag{7.45}$$

Ако две лещи с оптични сили D_1 и D_2 се намират на разстояние c една от друга, оптичната сила на системата от тях е

$$D=D_1+D_2-cD_1D_2. \tag{7.46}$$

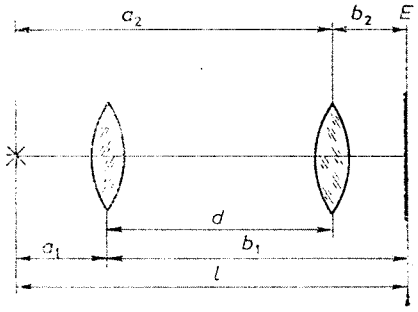
Много удобен за намиране фокусното разстояние на лещите е методът на Бесел—Гаус, който е приложим както за тънки лещи, така и за дебели лещи и системи от лещи. За целта предметът и екранът E се поставят на разстояние $l>4f$ (фиг. 7.39). Тогава съществуват две положения на лещата — L_1 и L_2, при едното от които върху екрана се получава умален, а при другото — увеличен образ. От фиг. 7.39 можем да запишем

$$l=a_1+d+b_2, \quad l=a_2-d+b_1.$$

От закона за обратимост на лъчите следва, че

(7.47) $$a_1=b_2, \quad a_2=b_1.$$

Тогава



Фиг. 7.39

(7.48) $$l=2a_1+d, \quad l=2a_2-d.$$

От (7.43) и (7.47) следва

$$f=\frac{a_1 b_1}{a_1+b_1}=\frac{a_1 a_2}{a_1+a_2},$$

а като вземем предвид (7.48), получаваме

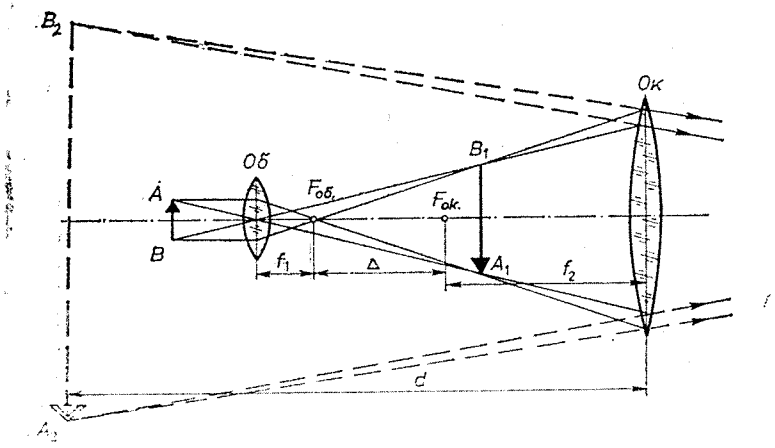
(7.49) $$f=\frac{l^2-d^2}{4l}.$$

Вижда се, че за определянето на f не е нужно да се знаят главните точки на лещата. Разгледаният метод има това предимство, че за определяне на $d=a_2-a_1$ величините a_1 и a_2 могат да се измерват от която и да е (но фиксирана) точка на лещата.

Човешкото око има ограничена разделителна способност. То може да различи две точки от предмета, ако техните образи попаднат върху две различни колбички (или пръчици) от ретината на окото. Това съответствува на ъгъл на зрението около 1′. Разделителната способност на окото може да се увеличи, като се използват различни оптични прибори. Наблюдаването на малки предмети от близко разстояние се извършва с помощта на оптичен микроскоп.

Микроскопът има оптична и механична система. Оптичната система има задача да даде увеличен образ на предмета, а механичната служи за закрепване по подходящ начин и на подходящо разстояние на оптичните елементи.

На фиг. 7.40 е дадена оптичната схема на микроскопа. Наблюдаваният предмет AB се поставя пред обектива *Об* (събирателна късофокусна леща) на разстояние малко по-голямо от фокусното разстояние f_1 на обектива. От него се получава обърнат, увеличен и действителен образ A_1B_1 на предмета близко до фокусната равнина на окуляра *Ok*, който също е късофокусна събирателна леща с фокусно разстояние f_2. Образът A_1B_1 се наблюдава през окуляра като през лупа. Окулярът може да се разположи така, че образът от него да бъде прав, недействителен, увеличен и на безкрайно голямо разстояние. Тогава той се наблюдава с неакомодирано око. Може да се разположи и така, че образът да се намира на разстояние на най-ясно виждане $d=25$ cm или да дава увеличен действителен образ. В последния случай микроскопът се използва за микроснимки или микропроекции.



Фиг. 7.40

Отношението γ_1 на линейния размер на междинния образ A_1B_1 и съответния линеен размер на предмета AB се нарича линейно увеличение на обектива. Тъй като $\Delta \gg f_1$, т. е. $\Delta+f_1\approx\Delta$, то

(7.50) $$\gamma_1=\frac{A_1B_1}{AB}\approx\frac{\Delta}{f_1}.$$

Аналогично линейното увеличение на окуляра γ_2 е

(7.51) $$\gamma_2=\frac{A_2B_2}{A_1B_1}\approx\frac{d}{f_2}.$$

Линейното увеличение на микроскопа γ е

(7.52) $$\gamma=\frac{A_2B_2}{AB}.$$

От (7.50) и (7.51) следва

(7.53) $$\gamma=\gamma_1\gamma_2=\frac{\Delta . d}{f_1 f_2}.$$

Следователно линейното увеличение на микроскопа е равно на произведението от линейните увеличения на обектива и окуляра. Разстоянието Δ се нарича оптичен интервал на микроскопа. Частите на микроскопа са унифицирани така, че Δ може да бъде 90, 120, 160 и най-често 190 mm. Колкото е по-голям оптичният интервал на микроскопа при едни и същи фокусни разстояния, толкова по-голямо е увеличението.

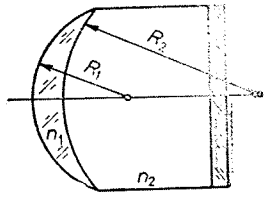
7.5.1. Определяне фокусното разстояние на лещи и на системи от лещи

Върху оптичната релса се закрепват: източник на светлина, мрежа, служеща за предмет при опитите, изследваната леща (система лещи) и екран (фиг. 7.39). При фиксирано положение на мрежата и екрана се търсят положенията, при които се получава ясен умален и увеличен образ на мрежата. Измерват се a_1, a_2 и l и се определя $d=a_2-a_1$. Измерването се извършва с ролетка. По формула (7.49) се определя f, а по (7.44) — оптичната сила. Резултатите се нанасят в таблици. Тези измервания позволяват:

1. Да се определи фокусното разстояние и оптичната сила на тънка стъклена вдлъбнато-изпъкнала събирателна леща.

2. Да се определи фокусното разстояние и оптичната сила на система, съставена от вдлъбнато-изпъкнала стъклена леща и плоско-изпъкнала водна леща (фиг. 7.41).

3. Да се пресметне фокусното разстояние на водната леща. За целта се използва зависимостта (7.45) и резултатите от предните две задачи.



Фиг. 7.41

4. Определяне фокусното разстояние и оптичната сила на система от тънка събирателна и тънка разсейвателна леща, поставени на разстояние c една от друга. Лещите се закрепват така, че разстоянието между тях да остава постоянно. Системата се мести като цяло и се определя фокусното разстояние по същия начин, както в предните задачи.

5. Пресмятане оптичната сила на разсейвателната леща. Извършва се по формула (7.46), като оптичната сила на събирателната леща е известна.

Грешките при тези измервания се получават и от неточното намиране на положението, при което образът е най-ясен. Това положение се търси, като лещата се движи по релсата в определена посока и ако се получи ясен образ, продължаваме движението в същата посока, докато яснотата се влоши, след което връщаме обратно. По този начин преценяваме в кое положение образът е най-ясен.

Величините l и d се измерват няколко пъти, като всеки път наново се получава ясен образ. Резултатите се обработват по теорията на Гаус, а относителната грешка на f се пресмята по формулата

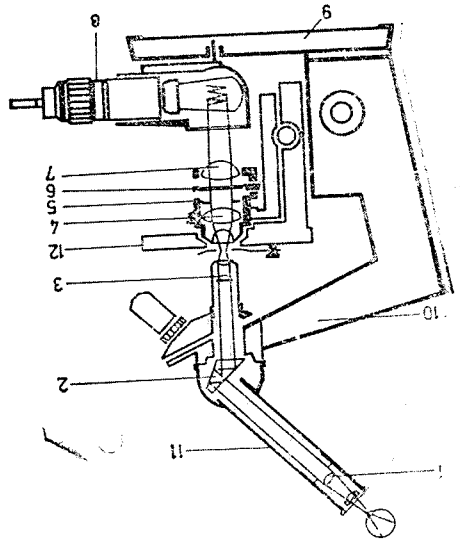
$$\frac{\Delta f}{f}=\frac{2\bar{l}\sigma_l+2\bar{d}\sigma_d}{\bar{l}^2-\bar{d}^2}+\frac{\sigma_l}{\bar{l}},$$

където $\bar{d}$ и $\bar{l}$ са средноаритметичните стойности, а $\sigma_{\bar{d}}$ и $\sigma_{\bar{l}}$ — стандартните отклонения.

7.5.2. Изучаване на оптичен микроскоп. Построяване модел на оптичен микроскоп

1. Описание на оптичния микроскоп. Всеки микроскоп се състои от механична и оптична система. Към механичната система на оптичния микроскоп принадлежат (фиг. 7.42) статив, състоящ се от основа *9* и колонка *10*, предметна масичка *12*, тубус *11* и приспособление за закрепване на лампата *8* или огледалце.

Стативът има масивна основа, която осигурява необходимата устойчивост на микроскопа. В по-простите модели микроскопи колонката е неподвижна и вертикално разположена, а при по-сложните е подвижна или наклонена за по-удобно наблюдение.



Фиг. 7.42

Предметната масичка е предназначена за поставяне на предмета (препарата). В нея има два отвора, в които се поставят щифтове с притискащи пластинки за задържане на предметното стъкло или препаратоводителя.

Тубусът представлява цилиндрична тръба, свързана с колонката на микроскопа подвижно или неподвижно. В долния край на тубуса има винтова резба за поставяне на обективи с различно увеличение или револверен държател, на който са поставени няколко обектива, които лесно могат да се сменят чрез завъртане.

Оптичната система се състои от осветителен апарат (огле-

дало или лампа *8* и колиматор *4, 5, 6, 7*), сменяеми обективи *3* и сменяем окуляр *1*.

Огледалото е закрепено посредством държател, който му позволява да се върти около две взаимноперпендикулярни оси. С него се насочва светлинният поток по оста на уреда през наблюдавания предмет. Огледалото има две огледални повърхнини: равнинна и вдлъбната. С вдлъбнатата се концентрира светлинният поток върху наблюдавания обект, когато не се използва кондензорът. Кондензаторът се състои от две или три лещи, с които отразеният от огледалото (или излъченият от лампата) светлинен поток се концентрира върху обекта чрез преместване по направление на оста на микроскопа. Непосредствено под предметната масичка или в кондензора е закрепена ирисова диафрагма, чрез която се регулира осветеността на наблюдавания обект.

Обективът представлява система от лещи, събрани в една опаковка. Предната лещa, наречена фронтална, е тази, която увеличава. Останалите са предназначени за коригиране недостатъците на образа, внесени от фронталната леща.

Окулярът е сложна лупа, състояща се от две лещи: горна, наречена очна, и долна — събирателна. Двете лещи се намират една от друга на разстояние, равно на полусумата от фокусните им разстояния. Те са закрепени в обща цилиндрична тръба, която се поставя в горния край на тубуса.

Върху корпуса на обектива и окуляра се означават съответните увеличения.

2. Построяване модел на микроскоп. Моделът на микроскопа се построява от две събирателни лещи с дадени фокусни разстояния f_1 и f_2. Лещата с по-малкото фокусно разстояние служи за обектив, а другата — за окуляр. За предмет се използва прозрачна скàла (линия), поставяна върху осветителя. Осветителят и лещите се поставят върху оптична релса така, че да образуват центрирана система.

Обективът трябва да бъде на такова разстояние от осветителя, че скалата да се намира на разстояние от него малко по-голямо от фокусното му разстояние f_1. Зад лещата се поставя екран. Чрез отдалечаване (приближаване) на екрана се намира положението на образа A_1B_1 на скалата (вж. фиг. 7.40), даван от обектива. Измерва се оптичният интервал Δ, приблизително равен на разстоянието от обектива до образа. Зад екрана се поставя лещата, предназначена за окуляр. Отстранява се екранът от оптичната релса. Наблюдава се през окуляра образът A_1B_1, като окото се поставя близко до лещата. Чрез плавно преместване на лещата се постига наблюдаването на ясен образ на скалата. По (7.53) се пресмята увеличението на така получения микроскоп — модел, като разстоянието на най-ясното виждане се приема за $d=25$ cm.

3. Опитно определяне увеличението на микроскопа. Линейното увеличение γ на микроскопа опитно се определя чрез сравняването на образа A_2B_2 от окуляра и предмет с познати размери. За целта на предметната масичка се поставя обект — микрометър (прозрачна пластинка с нанесени на нея деления, най-често с големина 0,01 mm) и се получава ясен образ. Отстрани на микроскопа се поставя скала с деления по 1 mm на разстояние 25 cm от оста на микроскопа и успоредно на нея. Над окуляра на микроскопа се закрепва полупрозрачно огледало (или огледало с процеп) под ъгъл 45° спрямо оста на уреда. Наблюдава се по направлението на оста на микроскопа така, че окото да вижда едновременно образа на обект-микрометъра и образа на скалата.

Ако N_1 деления от обект-микрометъра съвпадат с N_2 деления от скалата и ако големината на делениятa на обект-микрометъра е a, а на скалата b, то е в сила равенството

$$\gamma N_1 a = N_2 b,$$

откъдето

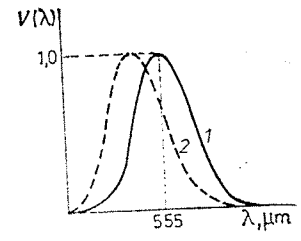
$$\gamma = \frac{N_2 b}{N_1 a}. \tag{7.54}$$

Неточностите при провеждане на експериментите идват главно от определяне положението на най-ясния образ. Това налага експериментът да се прави старателно няколко пъти, като се вземат средноаритметичните стойности за измерваните величини.

7.6. ФОТОМЕТРИЯ И КОЛОРИМЕТРИЯ

Светлината може да бъде оценена по енергията, която носи излъчването, и по субективното усещане на светлина с помощта на «средното» човешко око. В първия случай се въвеждат енергетичните величини, характеризиращи излъчването, означавани с индекс «*e*», а във втория — фотометричните (светлинните) величини, означавани с индекс *v* или без индекс.

Чувствителността на човешкото око към светлината с различни дължини на вълната е различна, т. е. лъчения с една и съща мощност и различни дължини на вълната предизвикват различни усещания за осветленост. Кривата (функцията) на спектралната чувствителност на «средното» човешко око, наречена функция на видимостта $V(\lambda)$, е представена на фиг. 7.43. От нея се вижда (крива *1*), че максималната чувствителност на окото е при 555 nm (относно крива *2* вж. 7.6.3).



Фиг. 7.43

Енергията, която е излъчена, пренесена или погълната за единица време във вид на лъчение, се нарича енергетичен поток Φ_e. Когато светлината е съставена от лъчение с различни дължини на вълната, за всяка от които потокът е $\Phi_{e\lambda}$, общият поток Φ_e е

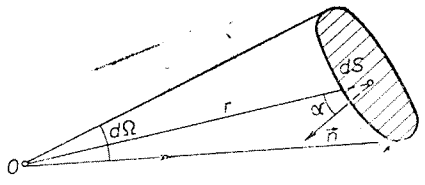
(7.55) $$\Phi_e = \int_0^\infty \Phi_{e\lambda}\, d\lambda.$$

Този поток, оценен по светлинното възприятие, се нарича светлинен поток Φ. Той се получава, като се използва $V(\lambda)$:

(7.56) $$\Phi = \int_0^\infty V(\lambda)\Phi_{e\lambda}\, d\lambda.$$

Нека точков източник O (фиг. 7.44) излъчва в елементарния телесен ъгъл $d\Omega$ светлинен поток $d\Phi$. Тогава величината

(7.57) $$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$



фиг. 7.44

се нарича интензитет на светлината. За изотропен (т. е. излъчващ равномерно във всички посоки) точков източник $I = \Phi/4\pi$. В SI интезитетът на светлината е основна величина. Единицата ѝ се нарича кандела (cd). Шестнадесетата генерална конференция по мерките и теглилките утвърди през 1979 г. следната дефиниция на кандела: кандела е интензитетът на светлина в дадена посока на даден източник, излъчващ монохроматично лъчение с честота 540.10^{12} херца и с интензитет на лъчение в тази посока 1/683 вата на стерадиан.

Единицата на светлинен поток в SI е лумен (lm). От казаното следва, че на светлинен поток 1 lm, създаден от лъчение с дължина на вълната $\lambda = 555$ nm (540.10^{12} Hz), съответствува енергетичен поток 1/683 W.

Осветеността E на елементарната повърхност с площ dS, когато върху нея пада светлинен поток $d\Phi$, е

(7.58) $$E = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Единицата за осветеност в S е лукс (lx), като 1 lx = 1 lm/m^2. При точков източник на разстояние r от площта dS, нормалата на която сключва ъгъл α с посоката към източника (фиг. 7.44), осветеността E се изразява чрез интензитета на светлината I по формулата

(7.59) $$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{I}{r^2}\cos\alpha.$$

Това съотношение се нарича закон на Ламберт. При $\alpha = 0$ законът на Ламберт добива вида

(7.60) $$E = \frac{I}{r^2}.$$

За два точкови източника с интензитети на светлината I_1 и I_2, създаващи еднаква осветленост на дадена повърхност $E_1 = E_2$, намираща се съответно на разстояния r_1 и r_2 от източниците при $\alpha_1 = \alpha_2$, се получава

(7.61) $$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}.$$

Равенството (7.61) е основна зависимост във фотометрията.

Основните съвременни изкуствени източници на светлина са електричните лампи. Една от характеристиките им е т. нар. специфична мощност P^*. Тя се дефинира чрез отношението на използваната електрична мощност P и интензитета на светлината I, т. е. свързва чисто електричната величина P (консумирана мощност) с фотометричната I (интензитет на светлината)

(7.62) $$P^* = \frac{P}{I}.$$

Коефициентът на полезно действие на електрична лампа се дефинира с отношението на получения светлинен поток и номиналния, т. е. светлинния поток при номинално захранващо напрежение:

(7.63) $$\eta = \frac{\Phi}{\Phi_н}.$$

Величината

(7.64) $$\eta^* = \frac{\Phi}{P}$$

се нарича светлинен добив.

Незначителни отклонения от номиналното захранващо напрежение на лампите с нажежаема нишка водят до значителни промени в характеристиките им.

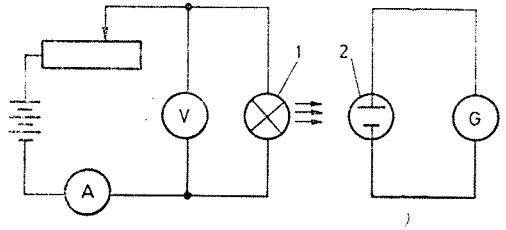
Методите за измерване на фотометрични величини са главно два типа: визуални и обективни. При визуалните се използва способността на окото доста добре да установява равенството на осветеността на две повърхности, което се извършва с фотометри. Популярни са фотометрите на Жоли, на Лумер—Бродхун и др. Обективните методи на фотометрията са фотографски и електрични. Те позволяват измервания в по-широк вълнов обхват и извън видимата област. Фотографските методи се основават на това, че почерняването на фотографската плака в широки граници е пропорционално на експозицията, т. е. количеството паднала светлинна енергия. В електричните фотометри приемниците на светлина могат да бъдат фотоелементи, фотоумножители, фотосъпротивления, болометри и термобатерии.

7.6.1. Измерване интензитета на светлинен източник

За целта се използва обективно отчитащ фотометър-луксметър. Той представлява приемник на светлината селенов вентилен фотоелемент, създаващ електродвижещо напрежение под действие

на електромагнитното излъчване от видимата област, свързан с галванометър. Големината на фотоелектродвижещото напрежение е пропорционална в определени граници на падащия светлинен поток върху повърхността на фотоелемента.

Интензитетът на светлината на произволно избрана лампа практически се определя чрез сравняване с интензитета на светлината на еталонна(т. е. лампа с познати характеристики). В случая е избрана лампа, която може да се приеме за точков източник и това допускане е валидно за всички поставени задачи. Консумираната мощност се определя, като в захранващата верига на лампата се включат волтметър и амперметър. Използва се стабилизиран източник на напрежение. Конструкцията на осветителя позволява завъртане на лампата на 180°. По този начин може да се измери разпределението на интензитета на лампата в хоризонтална равнина. Схемата на свързване е показана на фиг. 7.45. Върху оптична релса на конници са закрепени осветителят *1* и фотоелементът *2*. За да се избегнат грешките от



Фиг. 7.45

намесата на допълнителни източници на светлина, светлинният сноп е насочен по тръбопровод с почернена вътрешна повърхност. Винаги когато не се работи, фотоелементът се закрива с поглъщащ светлината капак. Разстоянията се измерват с ролетка. Изпълняват се следните задачи:

1. Определяне интензитета на светлината на лампа с нажежаема жичка *I* по метода на сравнението с интензитета на светлината на еталонна лампа. За целта осветителят се разглобява. Поставя се еталонната лампа с интензитет I_0, след това осветителят се сглобява и се съставя електричната верига, показана на фиг. 7.45. Показалецът върху кожуха на лампата трябва да сочи 90°. Преди да се включи захранването на лампата, фотоелементът се освобождава от капака, допира се плътно до тръбопровода и след това се свързва с галванометъра, поставен на подходящ обхват. Включва се източникът на напрежение на лампата и се подава номиналното напрежение $U_н$. Избира се разстояние r_0, така че стрелката на галванометъра на луксметъра да се отклони на около 3/4 от скалата. Отчита се стой-

ността на осветеността E_0. Измерва се r_0 между фотоелемента и лампата.

Осветителят отново се разглобява. Поставя се проверяваната лампа с неизвестен интензитет I. След сглобяването на осветителя лампата се захранва с нейното номинално напрежение. Търси се разстоянието r между жичката на лампата и фотоелемента на луксметъра, при което се получава същата осветеност E_0. По формула (7.61) се пресмята неизвестният интензитет.

2. Определяне зависимостта на специфичната мощност на лампа с нажежаема жичка от захранващото напрежение. Показалецът върху кожуха на лампата се поставя на 90°. Захранващото напрежение се променя през 0,5 V. При избраните стойности $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_n$ се отчитат токовете $I_1^*, I_2^*, I_3^*, \ldots, I_n^*$ и осветеностите $E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$. Пресмятат се консумираните мощности $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$, интензитетите на лампата $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$ (формула 7.60) и специфичните мощности $P_1^*, P_2^*, \ldots, P_n^*$. Получените стойности се нанасят в таблица. Зависимостта $P^* = f(U)$ се представя графично.

3. Графично представяне на разпределението на интензитета на светлината на лампата в хоризонтална равнина. Лампата се захранва с номинално напрежение. Показалецът се поставя на 0°. Лампата се завърта от 0 до 180°, като се измерва осветеността E през 30°. По формула (7.60) се пресмятат интензитетите $I_1, I_2, \ldots, I_n$. Резултатите се нанасят в таблица. Изразява се графично зависимостта на I от ъгъла на завъртане. (Удобно е да се построи полярна диаграма.)

Относителната грешка при определяне на интензитета се пресмята по зависимостта

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{\Delta r_0}{r_0} + \frac{\Delta r}{r}\right),$$

където Δr_0 и Δr се оценяват от измерващия. Приема се, че интензитетът на еталонния източник е известен с достатъчно голяма точност.

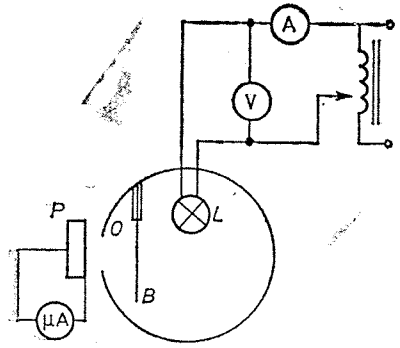
7.6.2. Определяне светлинния поток и светлинния добив на електрична лампа с фотометър на Улбрихт

Светлинният поток на електрични лампи се измерва с фотометъра на Улбрихт (фиг. 7.46). Той се състои от куха сфера, боядисана отвътре с дифузно отразяваща бяла боя (магнезиев окис), върху която има отвор O и предпазен екран B. Светлината от лампата L, включена по схемата, дадена също на фиг. 7.46, се отразява многократно от стените на фотометъра и излиза през отвора O, пред който се намира фотоелемент P, свързан с амперметър, за измерване на осветеността E на отвора. Екранът B предпазва уреда P от пряката светлина на електричната лампа.

Измерената осветленост E на отвора на фотометъра на Улбрихт е пропорционална на светлинния поток Ф на електричната лампа:

(7.65) $$\Phi = k_1 E,$$

където k_1 е коефициент на пропорционалност, зависещ от повърхността. Осветеността E, получена върху фотоелемента, може да се измери посредством фототока, изразен в деления n от скалата на микроамперметъра, т. е.



Фиг. 7.46

(7.66) $$E = k_2 n,$$

където k_2 е коефициент на пропорционалност, който е постоянна величина само при постоянен спектрален състав на светлината. От (7.65) и (7.66) се получава

(7.67) $$\Phi = kn,$$

където $k = k_1 k_2$ е нов коефициент на пропорционалност.

Опитното определяне на светлинния поток, електричната мощност и светлинния добив се извършва по следния начин. Включва се еталонна лампа с известен светлинен поток Φ_0 във фотометъра на Улбрихт и се отчитат деленията n_0 по скалата на уреда за измерване на осветеността. Като се използва зависимостта (7.67), се определя

(7.68) $$k = \frac{\Phi_0}{n_0}.$$

След това се изключва еталонната лампа, включва се изследваната лампа, поставена във фотометъра на Улбрихт, и се отчитат деленията n по скалата на уреда за измерване на осветеността. Като се използва (7.68), се пресмята потокът по (7.67).

Коефициентът k запазва стойността си, когато се работи със същия фотометър и същия измервателен уред, при условие че източниците имат еднаква цветова температура.

Светлинният добив се определя по следния начин. Посредством волтметъра V и амперметъра A (фиг. 7.46) при включена лампа за изследване се отчитат съответно напрежението U и токът I^* и се изчислява мощността P по известната зависимост

(7.69) $$P = UI^* \cos\varphi.$$

При лампи с нагрята нишка $\cos\varphi = 1$. От (7.64) се определя светлинният добив.

Когато се изменя напрежението на изследваната лампа, променя се и светлинният поток Ф и съответният светлинен добив. За да се изследва това, се правят няколко измервания на светлинния поток, като напрежението U се понижава през 5 V под номиналното.

Графично се построяват зависимостта $\Phi = f(U)$ и зависимостта $\eta = f(P)$. Данните се нанасят в подходяща таблица. Относителната грешка при определянето на потока Ф се пресмята по формулата

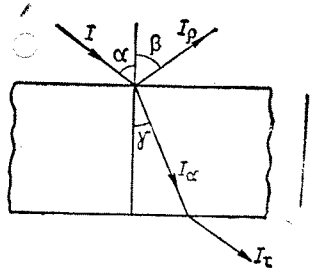
$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \frac{\Delta n_0}{n_0} + \frac{\Delta n}{n},$$

където $\Delta\Phi$, Δn_0 и Δn са абсолютните грешки; Δn_0 и Δn се намират, като се вземе предвид класът на точност на съответния прибор. Приема се, че Φ_0 е известно с достатъчно голяма точност, т. е. $\Delta\Phi_0 = 0$.

7.6.3. Цвят и неговото определяне

Цветовото възприемане е задължителен компонент на естетическата страна на живота. Разделът от науката за светлината, който се занимава с измерването на цвета, се нарича колориметрия.

Цветът на едно тяло зависи от неговите отражателни (за непрозрачните тела) или пропускащи (за прозрачните тела) характеристики на падащата върху него светлина и от физичните характеристики на тази светлина. Ако върху едно тяло пада сноп светлина с интензитет I (фиг. 7.47), той се разделя на отразен I_ρ, погълнат I_α и преминал I_τ. Съгласно закона за запазване на енергията $I = I_\rho + I_\alpha + I_\tau$.



Фиг. 7.47

Ако измерим коефициента на отражение $\rho_\lambda = \frac{I_\rho}{I}$ за непрозрачно тяло в целия видим диапазон (380—780 nm) в зависимост от дължината на вълната λ, ще получим крива на спектралното отражение $\rho_\lambda = f(\lambda)$.

В случай на прозрачно тяло част от светлината навлиза в него и се поглъща (I_α), като коефициентът на поглъщане е $\alpha = \frac{I_\alpha}{I}$. Непоглътнатата част след пречупване излиза от противоположната страна като пропусната (I_τ). Коефициентът на пропускане е $\tau = \frac{I_\tau}{I}$. Съществува спектрална зависимост на α, τ и ρ. Очевидно $\rho + \alpha + \tau = 1$. Кривите $\rho_\lambda = f(\lambda)$ и $\tau_\lambda = f(\lambda)$ се снемат с устройства, наречени спектрофотометри.

Съвместното въздействие на целия видим спектър (със спектрален състав на слънчевата светлина) върху човешкото око създава усещане за бяло. Ако всички лъчи от видимия спектър преминат през прозрачно или се отразят от непрозрачно тяло, тогава прозрачното тяло възприемаме като безцветно, а непрозрачното като бяло.

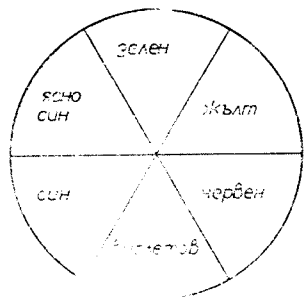
За цветовото усещане важно значение има чувствителността на човешкото око към монохроматична светлина. Тази чувствителност започва около 380 nm, преминава през максимум при 555 nm (жълто-зелен цвят) и е отново нула към 780 nm. Кривата на относителната спектрална светлочувствителност (чувствителност на окото към различни дължини на вълни), наричана още функция на видимост, за средно човешко око, утвърдена от МКО (Международна комисия по осветление), е дадена на фиг. 7.43. На нея по абсцисната ос са нанесени дължините на вълните λ, а по ординатната — съответната относителна чувствителност за яркост $V(\lambda)$, която се приема за единица при 555 nm. Кривата *1* е за дневно гледане, а *2* — за нощно (вж. и приложение 4.19). Камбановидната форма на чувствителността на окото към монохроматично излъчване показва, че например за излъчване с $\lambda = 510$ nm и $\lambda = 610$ nm чувствителността е половината от тази с $\lambda = 555$ nm.

Най-чувствителната част на ретината е разположена срещу зеницата и поради своя цвят се нарича жълто петно. Върху него са разположени светлочувствителните колбички, с които се получава цветовото усещане (цветно зрение през деня, крива *1* на фиг. 7.43). В останалите участъци на ретината се намират предимно пръчици, които са чувствителни към размер и форма на предметите, но не и към цвят. Нощното гледане се осъществява от пръчиците (черно-бяло зрение в полумрак, крива *2* на фиг. 7.43). Ще отбележим още, че максимумът на кривата на относителната спектрална светлочувствителност на окото за нощно гледане е отместен към по-късите λ (ефект на Пуркине). С този ефект се обяснява фактът, че обект, който е червен при дневна светлина, се възприема от нас като черен в полумрак; този, който е ясносин през деня — през нощта е светлосив, а белият — синкав.

Теорията за двойния механизъм на възприемане на светлината — чрез пръчици и колбички — допуска съществуването на три вида колбички: чувствителни към зелено, червено и синьо. Опитно е установено, че всички видими цветове могат да се получат от смесването на три цвята: червен, зелен и син. Тези цветове се наричат основни (първични) и не могат да бъдат получени от комбиниране на останалите.

На фиг. 7.48 е представен шестсекторният цветови кръг на Гьоте, в който двойките допълнителни цветове са разположени един срещу друг: червен и ясносин, жълт и син, зелен и пурпурен (виолетов). От смесването на всяка двойка допълнителни цветове се получава бял цвят.

Повечето от органичните съединения, например белтъци, въглеводороди, поглъщат кванти с много голяма честота, но са нечувствителни към видимата светлина (380—780 nm). Този факт има нагледно потвърждение: белтък от кокоше яйце или захар нямат цвят. Ако те поглъщаха някои лъчи от видимия спектър, останалите лъчи биха образували някакъв цвят, допълнителен на погълнатия. Не е така с веществото каротин в моркова и хлорофил в зелените листа, които имат избирателно поглъщане. Било установено, че в тези вещества има единични и двойни връзки (спрегнати връзки), които са причина за това поглъщане. Достатъчно дълга верига от спрегнати връзки между атомите на дадена молекула довежда до поглъщане и на светлина. Каротинът има оранжев цвят, защото поглъща зелените и сините лъчи.



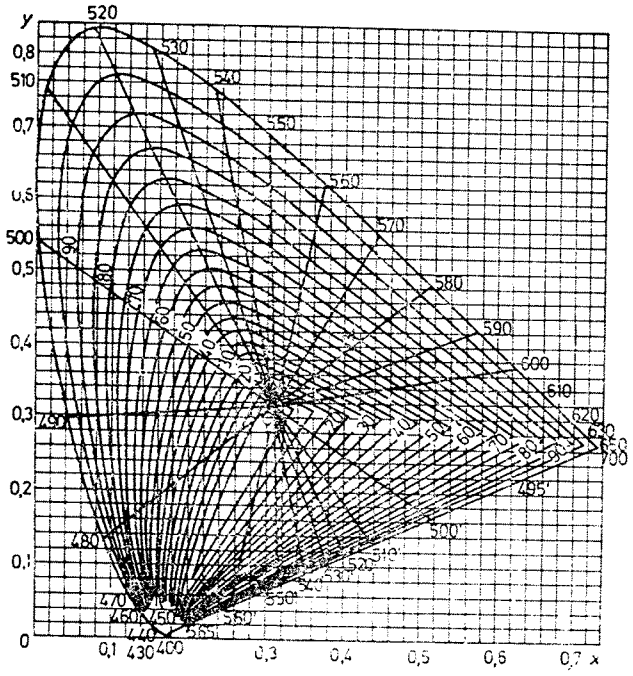
фиг. 7.48

Юнг и Хелмхолц са предложили така наречената трикомпонентна теория за определяне на цвета. Въз основа на нея през 1931 г. Международната комисия по осветление (МКО) предлага като основни цветове чистите спектрални цветове, съответстващи на монохроматично излъчване с дължини 700,0 nm (червен), 546,1 nm (зелен) и 435,8 nm (син). На тези цветове съответстват три линейно независими вектори $\vec{X}$, $\vec{Y}$ и $\vec{Z}$, като дължината на вектора характеризира яркостта на даден цвят. Смесването на цветовете се свежда до събиране на вектори, като резултантният вектор изобразява цвета на сместа. Всички цветове образуват в това векторно пространство конусообразно цветово тяло с общо начало на векторите $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$.

По-нататък се оказало полезно да се разгледа сечението на това цветово тяло с равнината $x+y+z=1$. Получила се диаграмата на цветността или цветовият триъгълник, показан на фиг. 7.49. На тази фигура, изобразяваща вече двумерно пространство от цветови тон-наситеност се моделира смесването на равноярки цветове. Спектралните цветове лежат на почти параболична (езикообразна) крива, чиито краища са съединени с права линия, представляваща пурпурните цветове (смеси на червения и синия цвят). Вътре в триъгълника са всевъзможни смеси цветове.

Цветността на белия цвят C (с равномерно разпределен интензитет по целия видим спектър) се намира в центъра на тежестта на цветовия триъгълник. Белият цвят играе ролята на еталонен (опорен). X, Y и Z се наричат координати на цвета, където X е количеството на червения, Y — количеството на зе-

ления, а Z — количеството на синия цвят. За по-удобно се използват коефициентите на цвета x, y, z, показващи относителния дял на съответния основен цвят в общото цветово усещане, а именно:



Фиг. 7.49

$$(7.66) \qquad x=\frac{X}{X+Y+Z},\ y=\frac{Y}{X+Y+Z},\ z=\frac{Z}{X+Y+Z}.$$

От централната точка C на цветовия триъгълник са прекарани лъчи, които разделят затвореното пространство на сектори, характеризиращи цветовите оттенъци (фиг. 7.49). Успоредно на затварящите цветовото пространство линии са прекарани равноотдалечени от точка C криви, означаващи степента на наситеност (чистота) P в проценти. Величината P показва относителното количество спектрален цвят с определена λ_d, което е необходимо да се смеси с белия цвят, за да се получи цвят с координати x и y. Величината λ_d се нарича доминираща дължина на вълната или цветови тон. Точка C е с нулева чистота. Тя е неутрална точка и съответствува на стандартен източник на светлина C на МКО.

И така единица за цвят няма. Той се описва с цветови коефициенти.

Със спектрофотометър получаваме спектъра на отражение

или на пропускане на даден обект (ρ_λ или τ_λ в зависимост от λ). Разполагайки с графиката, например ρ_λ, попълваме таблицата по-долу (табл. 7.1).

Таблица 7.1

λ, nm	ρ_λ	$\bar{x}I_C$	$\bar{y}I_C$	$\bar{z}I_C$	$\rho_\lambda \bar{x}I_C$	$\rho_\lambda \bar{y}I_C$	$\rho_\lambda \bar{z}I_C$
400 410 760							
Суми	$X=\sum \rho_\lambda \bar{x}I_C;\ Y=\sum \rho_\lambda \bar{y}I_C;\ Z=\sum \rho_\lambda \bar{z}I_C$						

Таблица за изчисляване на цвета 7.2

Дължина на вълната, nm	Източник C		
	$\bar{x}I_C$	$\bar{y}I_C$	$\bar{z}I_C$
380	0,004	0,000	0,020
390	0,019	0.000	0,089
400	0,085	0,002	0,404
410	0,329	0,009	1,570
420	1,238	0,037	5,949
430	2,997	0,122	14,628
440	3,975	0,262	19,938
450	3,915	0,443	20,638
460	3,362	0,694	19,299
470	2,272	1,058	14,972
480	1,112	1,618	9,461
490	0,363	2,358	5,274
500	0,052	3,401	2,864
510	0,089	4,833	1,520
520	0,576	6,462	0,712
530	1,523	7,934	0,388
540	2,785	9,149	0,195
550	4,282	9,832	0,086
560	5,880	9,841	0,039
570	7,322	9,147	0,020
580	8,417	7,992	0,016
590	8,984	6,627	0,010
600	8,949	5,316	0,007
610	8,325	4,176	0,002
620	7,070	3,153	0,002
630	5,309	2,190	0,000
640	3,693	1,443	0,000
650	2,349	0,886	0,000

660	1,361	0,504	0,000
670	0,708	0,259	0,000
680	0,369	0,134	0,000
690	0,171	0,062	0,000
700	0,082	0,029	0,000
710	0,039	0,014	0,000
720	0,019	0,006	0,000
730	0,008	0,003	0,000
740	0,004	0,002	0,000
750	0,002	0,001	0,000
760	0,001	0,001	0,000
770	0,001	0,000	0,000
Суми (X, Y, Z)	98,041	100,000	118,103
(x, y, z)	0,3101	0,3163	0,3736

Понеже върху възприемания цвят влияе и спектърът на излъчване на източника на светлина, координатите на цвета X, Y и Z се получават по формули, в които се отчита и влиянието на източника.

Данните $\bar{x}I_C$, $\bar{y}I_C$ и $\bar{z}I_C$ се вземат от табл. 7.2 за изчисляване на цвета чрез стандартен източник C на МКО. Коефициентите на цвета x и y се намират по формули (7.66). Те съответствуват на точка $M(x, y)$ от цветовия триъгълник. Съединяваме точка C с $M(x, y)$. Получената права CM продължаваме до спектралната линия (езикообразната крива), където отчитаме доминиращата дължина λ_d. Допълнителният цвят λ'_d се получава чрез екстраполиране на получената права линия до противоположния клон на спектралната линия. Ясно е, че λ'_d и λ'_d дават бял цвят.

По цветовия триъгълник се определя и цветовият тон (чистотата P (в проценти) в зависимост от това, на коя линия от C лежи $M(x, y)$. Ясно е, че P е всъщност отношение на отсечката CM към $C\lambda_d$.

Като се знае λ_d, се определя цветът на тялото, като се използва табл. 7.3.

Таблица 7.3

Цвят	Интервал $\lambda_2-\lambda_1$, nm	Цвят	Интервал $\lambda_2-\lambda_1$, nm
червен	770—620	зелен	550—510
оранжев	620—585	сив	510—480
жълт	585—575	син	480—450
жълто-зелен	575—550	виолетов	450—380

За по-бързо получаване на цветовите коефициенти може да се направи програма и използва ЕИТ.

7.7. ЛАЗЕРЕН МИКРОСПЕКТРАЛЕН АНАЛИЗ

Нагряването и възбуждането на структурните единици при обикновения спектрален анализ се извършва с помощта на обикновена електрическа дъга или искра. Изследваният материал се изготвя във вид на електроди или се поставя в отвори на въглени електроди. Когато работният режим на дъгата достигне оптималната си стойност, между електродите се получава плазма със значително висока температура. Пробата се изпарява и започва да свети. С помощта на спектрален уред се регистрира светлината и след това се изследват съответните спектри. Основни недостатъци на този метод са, че въздействието на дъговия или искровия разряд не може да се локализира върху малък участък от материала и че при изследване на лесно проводящи или непроводящи електричен ток материали спектралният анализ се затруднява.

Тези недостатъци са отстранени при лазерния микроспектрален анализ. При този метод с висококачествена оптична система лазерният лъч се насочва и фокусира върху пробата. В мястото на попадението се концентрира огромно количество енергия, което довежда до взривообразно изпаряване на веществото от пробата. На това място се образува кратер, а над кратера — светещ облак от нагрети пари на изпареното вещество, което се регистрира от спектралния прибор. Недостатъкът на обикновения спектрален анализ се превръща в най-ценното преимущество на микроспектралния анализ. С помощта на лазерния лъч е възможно да се постигне много голяма локализация на лазерното въздействие, което позволява да се изследват много малки по площ и обем образци. По същество този метод се явява безразрушителен, тъй като големината на получения кратер е от порядъка на 10—15 микрометра. Тези важни преимущества на метода значително разширяват приложението му в различни клонове на науката и техниката.

Спектралният анализ се свежда до решаването на две самостоятелни задачи: качествен спектрален анализ, който изследва какви химически елементи влизат в състава на разглеждания образец, и количествен спектрален анализ, който има за цел да установи количественото съдържание на отделните химични елементи. И при двата вида анализ се използват едни и същи средства за възбуждане и регистриране на спектрите. Регистрирането се извършва на фотоплака, спектралните линии върху която са получени в резултат от възбуждането на атомите и преходите в тях са разпределени по енергии.

Интензивността на линиите на спектрограмите силно зависи от много фактори: концентрация на елемента в изследваното вещество; начините на възбуждане и фотографиране на спектрите; експериментални условия. Съвкупността от указаните фактори определя границата на чувствителността на метода.

Под чувствителност на анализа се разбира най-малкото количество от дадено вещество, изразено в грамове (абсолютна чувствителност), или минималната региструема концентрация (относителна чувствителност), които могат да бъдат изследвани с дадения метод.

Зависимостта между интензивността I на спектралните линии и концентрацията C на елемента в изследваната проба може да се даде с формулата на Ломакин — Шайбе

(7.67) $$I = aC^b,$$

където a е константа, зависеща от избраните условия на експеримента (концентрацията на елемента в пробата, нейният химичен състав, физични свойства, скорост на изпарение на отделните компоненти от твърдата фаза и др.), а b — константа, която характеризира самопоглъщането на линията в газовия облак на светлинния източник. Тя зависи от концентрацията на елемента в пробата. При малки концентрации чувствителните линии не са самопогълнати, т.е. $b=1$,

(7.68) $$I = aC.$$

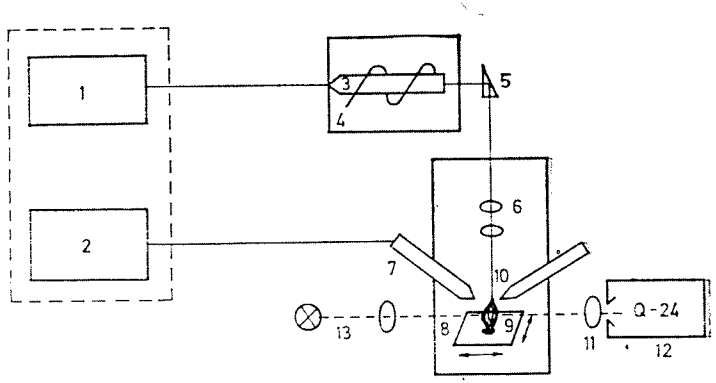
В повечето случаи зависимостта $I=f(C)$ се установява по експериментален път. За целта се използват еталони — стандартни образци, които имат аналогичен състав с този на изследваната проба и предварително известни концентрации на съдържащите се в тях елементи.

7.7.1. Определяне на неизвестната концентрация на образец чрез лазерен микроспектрален анализ

Лазерният микроспектрален анализатор LMA — 1 е модерен уред за спектрохимичен анализ (фиг. 7.50). Състои се от микроскоп, лазерна глава, оптична настройка, електроден държател. Микроскопът служи за предварително изследване и избор на предстоящата за анализиране област на пробата. Наблюдението и фокусирането на лазерния лъч се извършва през един и същ обектив, което гарантира висока точност на попадението. Фокусираният лазерен лъч попада върху лежащата на кръста на окуляра част, в резултат на което се изпарява малко количество от съставките. Микроскопът позволява наблюдаване в обикновена и поляризирана светлина.

Лазерният микроспектрален анализатор LMA—1 използва активно тяло от неодим, елиптичен рефлектор и мощна права ксенонова лампа за напомпване. Генерираното лазерно лъчение се насочва от призма за пълно вътрешно отражение към един от обективите, като по пътя си преминава през поляризационното устройство и блиндиращо оптично приспособление. Пробата се поставя върху предметната масичка. Наличието на поляризационни приспособления, на λ- и $\lambda/4$-пластинки, както и на

две независими осветителни системи позволява микроспектралният анализатор да бъде използван за изследвания както на прозрачни, така и на непрозрачни проби с малка концентрация.



Фиг. 7.50. Принципно устройство на LMA — 1:
1 — захранващ блок на блицлампата, *2* — захранващ блок на възбуждащите електроди, *3* — Рубинов кристал, *4* — блицлампа (импулсна ксенонова), *5* — призма, *6* — обектив, *7* — въглеродни електроди, *8* — предметна масичка, *9* — образец за изследване, *10* — плазмен факел, *11* — проекционна леща, *12* — спектрограф Q—24, *13* — осветителна система

Характерът на взаимодействие на лазерното лъчение с веществото на пробата зависи в силна степен от вида на пробата, от енергията на лазерния лъч и неговото фокусиране. Тъй като тези параметри не могат да се изменят в широки граници, прилага се т. нар. кръстосано възбуждане. Непосредствено над пробата се поставят два силно заострени електрода от спектрално чист въглен, които са свързани със система от предварително заредени кондензатори. Когато микроплазмата, получена в резултат на взаимодействието на лазерното лъчение с пробата, попадне върху електродите, поради наличието на достатъчно токови носители тя се подлага на допълнително синхронно «кръстосано» възбуждане, като яркостта на светене става многократно по-голяма и напълно достатъчна за направа на спектрална снимка.

Анализаторът има достатъчно голям набор от режими на работа на устройството за допълнително възбуждане, които се подбират съобразно конкретния обект и определяем елемент. Освен капацитета, а оттам и енергията на разряда може да се изменя и самоиндукцията на веригата, което дава възможност да се променя характерът на затихването и условията на възбуждане. В широки граници плавно може да се изменя и напрежението. Към анализатора принадлежи и кварцовият спектрограф Q—24.

При количествен спектрален анализ, за да се сведат до минимум неизбежните изменения на условията на възбуждане, а оттам и на интензивността на спектралните линии, се измерва не абсолютната интензивност, а относителната интензивност на анализирания елемент и на елемента за сравнение в зависимост от концентрацията.

Избраните за анализ две спектрални линии, една от които λ_1 принадлежи на спектъра на изследвания елемент, а другата λ_0 — на спектъра на елемента за сравнение, образуват т. нар. аналитична двойка. Изборът на аналитичните линии зависи от областта, в която се намира концентрацията на анализирания елемент, от характера на спектъра, от някои условия, при които се изпарява веществото, и др.

Изискванията за подбор на аналитични линии са:

1. Двете сравнявани линии да бъдат хомоложни, т. е. всички изменения в условията на възбуждане да влияят еднакво на интензивността на линиите.

2. Линиите, които избираме, трябва да съответстват на еднакво състояние на йонизация на атомите, т. е. и двете да са йонни или атомни.

3. Линията на изследвания елемент трябва да има възможно най-голяма концентрационна чувствителност. При анализ на малки концентрации като аналитични линии е удачно да се използват последните линии на елементите.

4. В границите на интервала дължини на вълните между линиите на аналитичната двойка свойствата на фотоплаката трябва да са неизменни. Затова линиите на аналитичната двойка се избират близки по интензивност.

Понеже при анализа се сравняват интензивностите на линиите на изследвания елемент от пробата и на еталона, най-съществено влияние върху точността на резултатите оказва качеството на еталоните.

Например:

— по своите физически качества еталоните да съответстват на измерваните проби, защото малки структурни различия в еталона и пробата водят до значителни грешки;

— размерите на еталоните и пробата трябва да са от един и същ порядък, което изискване е във връзка с топлоотвеждането;

— еталоните и пробата да са хомогенни, което се осъществява с достатъчно голяма точност при използване на лазерен лъч;

— с течение на времето еталоните да не менят структурата и състава си.

Лазерният микроспектрален анализ се извършва с помощта на лазерния микроанализатор LMA—1, ултравиолетов кварцов спектрограф Q—24, спектропроектор SP—2, микрофотометър, атласи и таблици на спектралните линии.

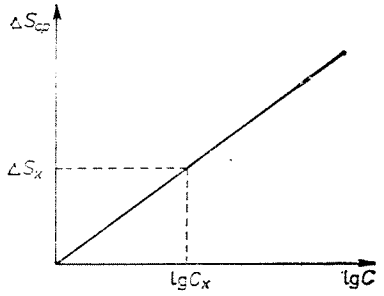
Преди да се направят снимките, се извършва настройване на лазерния анализатор. Поставят се електродите и се нагласяват във фокуса на окуляра. След това чрез придвижване на окуляра се нагласява на фокус пробата за изследване.

Необходимо е също така и спектрографът да бъде настроен. Целта на настройката е оптичните оси на колиматорния обектив и на осветителната система да съвпадат и да минават през средата на светлинния източник.

За разчитане на спектрите се използват таблици на спектралните линии на елементите и атласи на спектъра на желязото. При работа със спектрографа Q—24 се използва атлас на Гьослер, който се прилага към апарата. Атласът съдържа фотокопия на спектъра на желязото с нанесена вълнова скала в интервала от 2230 до 4560 Å и индекси на местата на най-чувствителните линии на 62 елемента.

След като се дешифрират линиите на търсените елементи чрез сравняване с еталони, фотоплаките се поставят на микрофотометър, за да се измери оптичната плътност (почерняване) на линиите.

Строи се градуировъчна графика на зависимостта на почерняване S от концентрацията на елемента C за еталоните, от която се определя неизвестната концентрация на анализирания елемент на пробата (фиг. 7.51).



Фиг. 7.51

Работи се обикновенно по метода на трите еталона, като:

1. В началото на плаката се заснема скалата по дължини на вълните, спектъра на чистите електроди и спектъра на желязото като репер.

2. Фотографират се при едни и същи условия на възбуждане и снимане спектрите на най-малко 3 еталона и изследваната проба.

(Забележка: когато се сменя еталонът или пробата, трябва да се почистят електродите, защото върху тях се полепва част от изпареното от образците вещество, което оказва влияние върху спектъра на следващия образец.)

3. Проявява се фотоплаката.

4. Извършва се фотометриране, като плаката се поставя в спектропроектор и се търсят и идентифицират с помощта на еталонен атлас на спектралните линии подходящи аналитични линии на изследвания елемент. Отбелязва се върху плаката двойката линии.

5. На избраната подходяща двойка линии с помощта на микрофотометъра се отчита интензитетът на линиите по почерня-

ване на фотоплаката S_1 и S_2. Пресмята се относителното почерняване $\Delta S = S_1 - S_2$. Намира се средната стойност на относителното почерняване $\Delta S_{ср.}$ за всеки еталон и пробата.

6. Строи се графика на зависимостта $\Delta S_{ср.} = f(\lg C)$ за еталоните.

7. От графиката се определя неизвестната концентрация на изследвания елемент в пробата C_x, чиято стойност трябва да бъде между най-ниската и най-високата концентрация на този елемент в еталоните.

8. Ако от графиката сме определили $\lg C_x$, антилогаритмуваме и определяме C_x. Ако зависимостта е построена в полулогаритмичен мащаб (по абсцисната ос), директно определяме C_x.

Основните грешки при извършване на анализа се допускат при отчитане степента на почерняване с микрофотометъра (работа с галванометъра), определяне ширината на процепа и фотометрирането със спектропроектора.

8. АТОМНА И ЯДРЕНА ФИЗИКА

8.1. ОПРЕДЕЛЯНЕ СПЕЦИФИЧНИЯ ЗАРЯД НА ЕЛЕКТРОНА e/m

Специфичният заряд на дадена частица се дефинира като отношение на заряда ѝ q към нейната маса m. Експерименталното определяне на отношението q/m на даден вид частици най-често се извършва въз основа на отклонението им при движение в електрично и магнитно поле.

В електрично поле под действието на електричната сила електронът се ускорява и придобива скорост v, функция на потенциалната разлика U между крайните точки от неговата траектория (в случая права линия). Скоростта може да се определи, като се отчете, че придобитата от електрона кинетична енергия е равна на извършената работа от електричните сили при придвижването му в полето. Ако се приеме, че началната скорост на електрона е равна на нула, то

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \tag{8.1}$$

където m е масата, а e — зарядът на електрона.
От (8.1) получаваме

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \tag{8.2}$$

Ако електрон със скорост $\vec{v}$ попадне в хомогенно магнитно поле, чиято индукция $\vec{B}$ е перпендикулярна на $\vec{v}$, в такъв случай той ще изпитва действието на Лоренцова сила $\vec{F}_Л$ с големина

$$F_Л = evB, \tag{8.3}$$

насочена перпендикулярно на $\vec{v}$. Тази сила не променя големината на вектора на скоростта, а само неговата посока, превръщайки траекторията на движение на електрона от права в окръжност. Като се вземе предвид, че силата $\vec{F}_Л$ е центростремителна, т. е.

$$\frac{mv^2}{R} = evB, \tag{8.4}$$

може да се определи радиусът на окръжността

(8.5) $$R=\frac{m v}{e B},$$

респ. да се пресметне стойността на отношението

(8.6) $$\frac{e}{m}=\frac{v}{BR}.$$

Ако скоростта на електрона $\vec{v}$ сключва ъгъл $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ с направлението на индукцията $\vec{B}$ на магнитното поле, тангенциалната съставяща $\vec{v}_\tau$ и нормалната $\vec{v}_n$ по големина са съответно

$$v_\tau = v\cos\alpha \quad \text{и} \quad v_n = v\sin\alpha.$$

В направление на индукцията на полето върху електрона не действат никакви сили и той се движи праволинейно и равномерно със скорост $\vec{v}_\tau$. Ако $v_\tau = 0$, траекторията на движение на електрона би представлявала окръжност, лежаща в равнина, перпендикулярна на направлението на $\vec{B}$.

Времето, за което електронът би описал окръжност с радиус $R=\frac{mv_n}{eB}$, е

(8.7) $$T=\frac{2\pi R}{v_n}=\frac{2\pi m}{eB}$$

и не зависи от скоростта на движение.

При $v_\tau \neq 0$ траекторията на електрона в пространството се превръща във винтова линия. За време T той се премества в направление на магнитното поле на разстояние

(8.8) $$s=v_\tau T=\frac{2\pi v_\tau}{\left(\frac{e}{m}\right)B}=\frac{2\pi v\cos\alpha}{\left(\frac{e}{m}\right)B}.$$

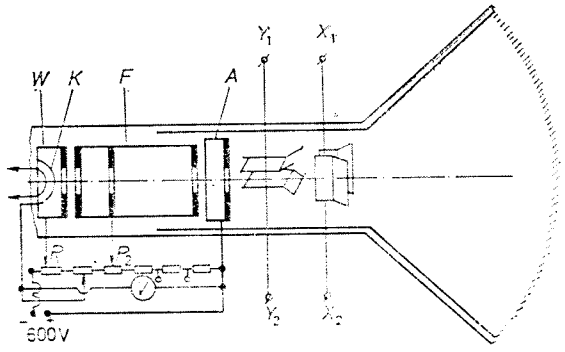
Ако ъглите α са сравнително малки, то $\cos\alpha \approx 1$ и за специфичния заряд на електрона от (8.8) се получава

(8.9) $$\frac{e}{m}=\frac{2\pi v}{B s}.$$

Следователно при малки ъгли α разстоянието s, изминато от електрона в направление на магнитното поле, не зависи от ъгъла α. По формула (8.9) може да се пресметне специфичният заряд на електрона във функция от индукцията B на магнитното поле, разстоянието s и неговата скорост на движение v.

8.1.1. Определяне на e/m по метода на магнитната фокусировка при електроннолъчева тръба

При този метод като източник на електрони се използва електроннолъчева тръба (ЕЛТ) (фиг. 8.1). Тя се състои от нагорещен катод K, излъчващ електрони, които се ускоряват от електричното поле, създадено между катода и анода A. В тръбата са вградени още два електрода, първият от които W е разположен в непосредствена близост до катода и служи за регулиране интензитета на електронния сноп, а вторият — F, се използва за електростатична фокусировка на снопа, превръщайки го в тесен електронен лъч. Регулирането и фокусировката се осъществяват с потенциометрите P_1 и P_2, осигуряващи плавна промяна на потенциала на всеки един от електродите W и F по отношение на този на катода. Напрежението U между катода и анода се измерва с волтметър.



Фиг. 8.1

След анода A са разположени хоризонтално и вертикално отклоняващите пластини на тръбата X_1X_2 и Y_1Y_2, между които попадат излъчените от катода и ускорени от електричното поле между катода и анода електрони, движещи се със скорост v.

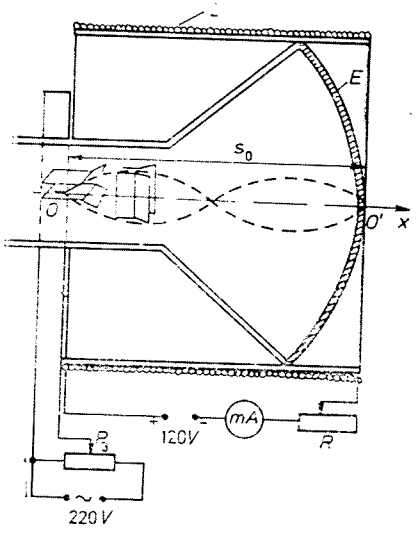
А. Фокусировка при надлъжно магнитно поле. На вертикално отклоняващите пластини Y_1Y_2 се подава с честота 50 Hz променливо напрежение, чиято стойност не превишава няколко десетки волта и може да се регулира посредством потенциометъра P_3 (фиг. 8.2). В резултат на това ъгълът α на отклонение на електронния сноп от оста на тръбата зависи от времето и на екрана на тръбата E електроните очертават светеща линия, чиято дължина се явява функция от приложеното на пластините напрежение.

Тръбата е поместена във вътрешността на соленоид L, създаващ магнитно поле, насочено по оста ѝ (фиг. 8.2). Токът във веригата на соленоида може плавно да се изменя с реостата R и големината му да се отчита посредством милиамперметър. При увеличаване индукцията B на магнитното поле дължината на светещата линия на екрана на тръбата намалява, като постепенно се свива в точка. Ако с J_Φ се означи критичната големина на тока във веригата на соленоида, при която настъпва фокусировка на лъча в точка O', наречена фокус и лежаща в центъра

на екрана, а с $B_ф$ — критичната стойност на индукцията на създаденото магнитно поле при фокусировката, то

(8.10) $$B_ф = \mu_0 n J_ф ,$$

където μ_0 е магнитната проницаемост на вакуума ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m), а n — броят на навивките на соленоида на единица дължина. В резултат на фокусировката дължината на проекцията на витловата линия по оста Ox за всички електрони става една и съща. Тя е равна на s_0 и представлява разстоянието от вертикално отклоняващите пластини на тръбата до фокуса O' върху екрана.



Фиг. 8.2

От (8.2), (8.10) и (8.9) за специфичния заряд на електрона се получава

(8.11) $$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{\mu_0^2 n^2 J_ф^2 s_0^2} .$$

Като имаме предвид стойността на μ_0, получаваме

(8.12) $$\frac{e}{m} = \frac{U.10^{14}}{2n^2 J_ф^2 s_0^2} ,$$

по която формула се извършва окончателното пресмятане на специфичния заряд на електрона.

Редът на работа е следният:

1. Проверява се схемата на свързване съгласно фиг. 8.1.

2. Включва се захранването на електроннолъчевата тръба и с потенциометрите P_1 и P_2 се регулира яркостта и се фокусира образът на светещата линия върху екрана.

3. С потенциометъра P_3 се подава подходящо напрежение на вертикално отклоняващите пластини на тръбата, при което светещата линия заема приблизително половината от диаметъра на екрана.

4. Включва се захранването на веригата на соленоида и с помощта на реостата R постепенно се увеличава големината на тока, докато светещата линия се свие в точка.

5. Отчитат се по скалите на волтметъра и милиамперметъра стойностите на анодното напрежение U и големината на тока $J_ф$, при който настъпва фокусировката на електронния лъч в точка.

6. Записват се данните за броя на навивките на единица дължина n на соленоида и за разстоянието s_0, посочени на всяка опитна постановка.

7. Изчислява се e/m по формула (8.12) за три различни анодни напрежения и се определя средноаритметичната стойност $(e/m)_{ср}$.

8. Пресмята се скоростта на електроните от снопа по формула (8.2) за всяко от трите работни анодни напрежения.

Изправността на постановката може да се провери, като за целта при едно от работните анодни напрежения непрекъснато се увеличава токът във веригата на соленоида. Нарастването на големината на тока е свързано с получаване на последователни първо, второ и т. н. общо n на брой фокусирания на лъча в точка. Отчитат се съответните стойности $J_{ф_1}, J_{ф_2}, \ldots, J_{ф_n}$ на големината на тока и се построява графичната зависимост $J_{ф_n} = f(n)$. При изправна постановка графиката трябва да бъде линейна, което се обяснява с обстоятелството, че при второто по ред фокусиране електроните описват при движението си от отклоняващите пластини до екрана два оборота от витловата линия, при третото — съответно три оборота и т. н. След изразяване във формула (8.12) на разстоянията s_0, $\frac{s_0}{2}$, $\frac{s_0}{3}$ и т. н. за всяко от поредните фокусирания чрез елементарни преобразувания се стига до зависимостите $J_{ф_2} = 2J_{ф_1}$; $J_{ф_3} = 3J_{ф_1}$; ...; $J_{ф_n} = nJ_{ф_1}$, т. е. до необходимостта графичната зависимост да се изразява чрез права линия.

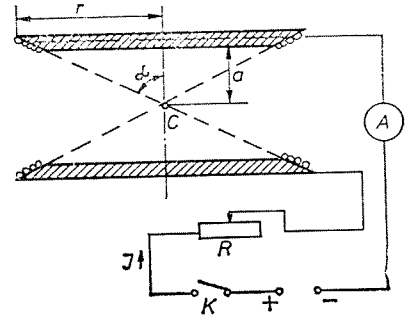
Б. Фокусировка при напречно магнитно поле. При този начин на фокусировка магнитното поле е перпендикулярно на оста на електроннолъчевата тръба и се създава с помощта на бобините на Хелмхолц. Последните са навити върху конична основа и са обърнати с тесния си край една към друга. Бобините са разположени така (фиг. 8.3), че да бъде изпълнено равенството

(8.13) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{a} = 2.$$

Големината на индукцията на магнитното поле в различните точки от пространството между двете бобини не се различава с повече от 1% от тази в центъра (точка C)

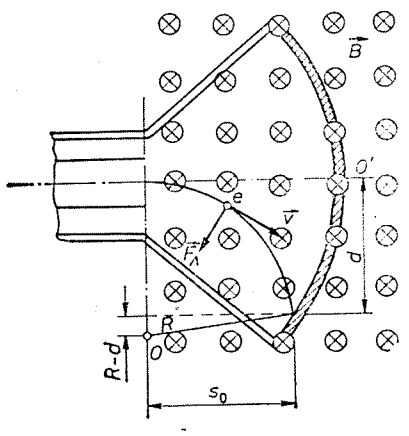
(8.14) $$B = 0{,}716\,\mu_0 \frac{NJ}{r} ,$$

където N е броят на навивките на едната бобина, J — големината на тока във веригата на бобините, а r — средният им радиус.



Фиг. 8.3

На фиг. 8.4 е представена траекторията на електроните в тръбата, поместена в напречно магнитно поле, линиите на индукцията на което са перпендикулярни на равнината на чертежа. Когато няма външно магнитно поле, електроните със скорост $\vec{v}$ достигат до екрана на електроннолъчевата тръба, описвайки светещо петно в центъра му. След включване на полето с индукция $\vec{B}$, перпендикулярна на $\vec{v}$, петното върху екрана се отмества под действието на Лоренцовата сила на разстояние d от центъра. Ако R е радиусът на кривината на траекторията на електроните, а s_0 — разстоянието от анода на ЕЛТ до фокуса O' върху екрана, то



Фиг. 8.4

(8.15) $$(R-d)^2+s_0^2=R^2,$$

откъдето може да се определи R, а именно

(8.16) $$R=\frac{d^2+s_0^2}{2d}.$$

След заместване на (8.16) и (8.2) в (8.6) от последното равенство може да се изрази отношението e/m във функция от величините U, d, s_0 и B, всяка от които може да се определи експериментално:

(8.17) $$\frac{e}{m}=\frac{8\,Ud^2}{(d^2+s_0^2)^2\,B^2}.$$

При повечето постановки обикновено е изпълнено условието $d \ll s_0$, откъдето формулата за пресмятане на специфичния заряд на електрона добива вида

(8.18) $$\frac{e}{m}=\frac{8\,Ud^2}{s_0^4\,B^2}.$$

Редът на работа е следният:

1. Между бобините на Хелмхолц се поставя тръбата по такъв начин, че оста ѝ да бъде перпендикулярна на линиите на вектора на магнитната индукция.

2. Включва се захранването на тръбата и след 5—6 минути се отчита анодното напрежение U по скалата на волтметъра.

3. С помощта на потенциометрите P_1 и P_3 се осигурява минимален размер и максимална контрастност на електронното петно в центъра на екрана.

4. Бобините на Хелмхолц се свързват с източника на постоянно електродвижещо напрежение съгласно схемата, показана на фиг. 8.3. Големината на тока се регулира с реостата R в границите 1÷3 А и се отчита с помощта на амперметъра А.

5. По формула (8.14) се изчислява магнитната индукция B, след като са известни стойностите на параметрите N, J, r и μ_0.

6. Измерват се отклоненията d_i на петното от центъра на екрана при няколко ($i=1, 2, \ldots, 10$) поредни свързвания на източника към веригата на бобините с помощта на ключа K. Намира се средноаритметичната стойност $\overline{d}=\frac{\sum_{i=1}^{10} d_i}{10}$ на отклонението.

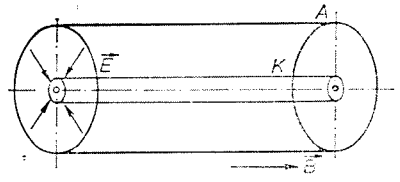
7. По формула (8.18) се пресмята специфичният заряд на електрона.

Едно от най-важните условия, гарантиращи точното определяне на специфичния заряд на електрона по описания метод на фокусировка, е свързано с осигуряването на перпендикулярност между направлението на оста на тръбата и това на индукцията на полето, създадено от бобините на Хелмхолц. Гаранция за стриктното му изпълнение може да се даде единствено в случаите, когато тръбата се вкарва между бобините след предварително закрепване върху специална шейна, плъзгаща се по улеи в основата им, строго успоредни на оста на ЕЛТ.

В някои случаи известни отклонения на e/m от табличната стойност се дължат и на неточното отчитане на отместванията на електронното петно от центъра на екрана. За да се сведат въпросните неточности до възможния минимум, най-добре е разстоянията d_i да се отчитат от долния (или горния) ръб на петното, където контрастността е най-голяма, а не от средата му.

8.1.2. Определяне на e/m по метода на магнетрона

Нека разгледаме движението на електрон в пространството между двата електрода на електронна лампа, катодът и анодът на която са две съосни цилиндрични повърхности, разположени във вътрешността на дълъг соленоид, успоредно на оста му. Магнитното поле, създадено от тока във веригата на соленоида, е насочено по оста на двуелектродната лампа и е перпендикулярно на радиалното електрично поле между анода и катода (фиг. 8.5).

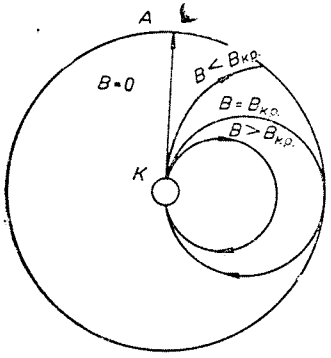


Фиг. 8.5

Името на метода е свързано с конфигурацията на електричното и магнитното поле, аналогична на конфигурацията на полетата в магнетроните — ге-

нератори на електромагнитни трептения в областта на свръхвисоките честоти.

При липса на външно магнитно поле ($B=0$) електроните, излъчени от катода K, се движат под действието на електричните сили на създаденото между катода и анода радиално електрично поле (фиг. 8.6).



Фиг. 8.6

При прилагане на магнитно поле ($0<B<B_{кр.}$) вследствие на действието на лоренцовата сила електроните закривяват траекториите си и попадат върху анода. От формула (8.5) непосредствено се вижда, че нарастването на индукцията B на магнитното поле е свързано с намаляване радиуса на кривината на траекторията на движение на електроните. При някаква критична стойност на индукцията $B=B_{кр.}$ електроните вече няма да достигат анода.

Ако a и b са радиусите на анода и катода, радиусът на окръжността, съответстваща на критичното поле $B_{кр.}$, ще бъде $R=(a-b)/2$. Като се вземе предвид, че $b \ll a$, може в първо приближение с достатъчно голяма точност да се приеме, че

$$R=\frac{a}{2}. \tag{8.19}$$

Ако се допусне също така, че всички електрони напускат катода със скорост, равна на нула, скоростта на електроните в близост до анода може да се определи от израза (8.2). Пренебрегването на разпределението на излъчените от катода електрони по скорости е оправдано само когато е изпълнено условието $b \ll a$, тъй като единствено в този случай изменението на потенциала между катода и анода се осъществява в непосредствена близост до катода или на малки в сравнение с a разстояния от оста на двуелектродната лампа. След заместване на (8.2) и (8.19) в (8.6) за специфичния заряд на електрона се получава изразът

$$\frac{e}{m}=\frac{8\,U}{a^2\,B_{кр}^2}. \tag{8.20}$$

Ако магнитното поле във вътрешността на соленоида се приеме за хомогенно, магнитната индукция $B_{кр}$ е

$$B_{кр}=\mu_0 n J_{кр}. \tag{8.21}$$

От (8.20), (8.21) и стойността на μ_0 получаваме

$$\frac{e}{m}=\frac{U\,.\,10^{14}}{2\pi^2 a^2 n^2 J_{кр}^2}. \tag{8.22}$$

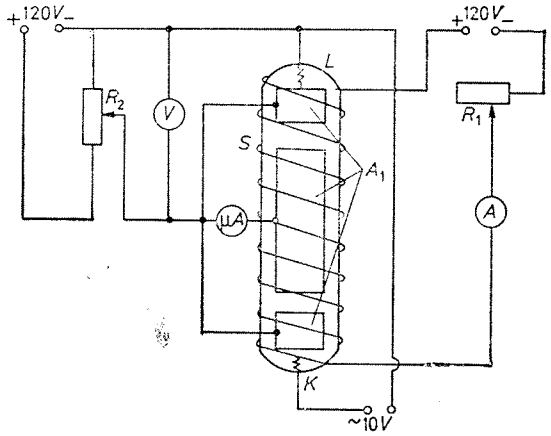
Ако условието $b \ll a$ не е стриктно изпълнено (b е съизмерим с a), се въвежда корекционен множител $1/\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)^2$ и отношението e/m може да бъде изразено, както следва

$$\frac{e}{m}=\frac{U\,.\,10^{14}}{2\pi^2 a^2 n^2 J_{кр}^2\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)^2}. \tag{8.23}$$

В този случай част от излъчените от катода електрони няма да достигнат до анода, образувайки електронон облак около катода и увеличавайки по този начин неговия радиус. Това е свързано с нарастване стойността на $J_{кр}$, която се коригира с горния корекционен член.

Ако се отчете и обстоятелството, че соленоидът е с крайна дължина l при среден диаметър на бобината D (за повечето постановки $l \approx (2 \div 4)\,D$), то индукцията на полето по оста на соленоида ще бъде $l/\sqrt{l^2+D^2}$ пъти по-малка от теоретично пресметнатата (8.21) за безкрайно дълъг соленоид и e/m ще се определи окончателно по формулата

$$\frac{e}{m}=\frac{U\sqrt{l^2+D^2}\,.\,10^{14}}{2\pi^2 a^2 n^2 J_{кр}^2\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)^2\,.\,l}. \tag{8.24}$$



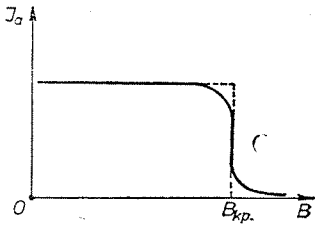
Фиг. 8.7

За опитното определяне на стойностите на анодното напрежение U и $J_{кр}$ се използват постановката и схемата на свързване, показани на фиг. 8.7.

Двуелектродната лампа L с цилиндричен анод е конструирана от немагнитни материали. Анодът ѝ A_1 се състои от три метални цилиндъра с еднакъв диаметър, като крайните два са електрично изолирани от средния и служат за отстраняване действието на краевите ефекти при средния цилиндър. Като катод K се използва тънка волфрамова нишка, съосна на цилиндрите. Отоплението на катода се осъществява с променлив ток с ниско напрежение от порядъка на няколко волта.

Лампата е поместена във вътрешността на соленоид S. Големината на тока във веригата на соленоида се изменя посредством реостат R_1 и се измерва с амперметър А.

Стойността на анодното напрежение се променя с реостат R_2, свързан потенциометрично, и се отчита с волтметър. Анодният ток от средния аноден цилиндър се измерва с помощта на микроамперметър. Големината му в този случай би се изменяла във функция от промяната на магнитното поле по пунктирната крива на фиг. 8.8. В действителност електроните напускат катода с различни начални скорости и следователно изпълняват критичните условия по отношение радиуса на кривината на траекторията си при различни стойности на индукцията на създаваното магнитно поле. В резултат на това кривата на зависимостта $J_a=f(B)$ добива вида, показан с плътната линия на фиг. 8.8. Наблюдава се и допълнително изглаждане на въпросната крива, дължащо се на конкретните особености на отделната постановка, свързани преди всичко с непълната коаксиалност на катода и анода и наличието на ъгъл, различен от нула, между направлението на индукцията на магнитното поле и това на оста на цилиндъра. Във всеки случай скокообразното изменение на големината на анодния ток на тази крива остава достатъчно рязко очертано при сравнително високи анодни напрежения и може да бъде използвано за определяне на критичната стойност на индукцията $B_{кр.}$ на магнитното поле.



Фиг. 8.8

При практическото изпълнение на задачата се построява графичната зависимост на големината на анодния ток J_a във функция от големината на тока J във веригата на соленоида ($B=\mu_0 nJ$) и се извършва графично диференциране на получената крива. От максимума на зависимостта $\frac{dJ_a}{dB}$ се определя критичната стойност на тока $J_{кр.}$ във веригата на соленоида, съответстваща на рязко очертания спад на плътната крива на фиг. 8.9, респ. на критичната стойност на индукцията на магнитното поле $B_{кр.}$.

Последователността при изпълнение на задачите е следната:

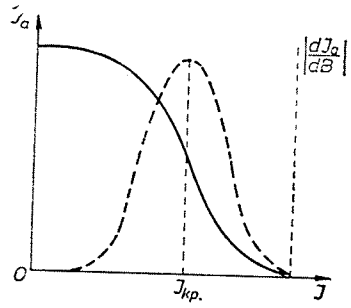
1. Свързват се анодната верига и тази на соленоида съгласно схемата на фиг. 8.7.

2. Включват се захранването на лампата и отоплението на катода.

3. Включва се захранването на веригата на соленоида.

4. Изменя се големината на тока J през соленоида през 10 mA при фиксирана стойност на анодното напрежение $U=\text{const}$ и се отчита големината на анодния ток J_a.

5. Въз основа на получените експериментални данни при три различни стойности на анодното напрежение се построява фамилията криви $J_a=f(J)$.



Фиг. 8.9

6. Извършва се графично диференциране на получените криви и от максимума на зависимостта $\frac{dJ_a}{dB}=f(J)$ се определят критичните стойности на големината на тока $J_{кр.}$ за трите анодни напрежения.

7. Заместват се получените данни за $J_{кр.}$ и U във формула (8.24) и се пресмята специфичният заряд на електрона e/m, като стойностите на константите a, n, b, l и D се дават наготово в зависимост от вида на използваната лампа.

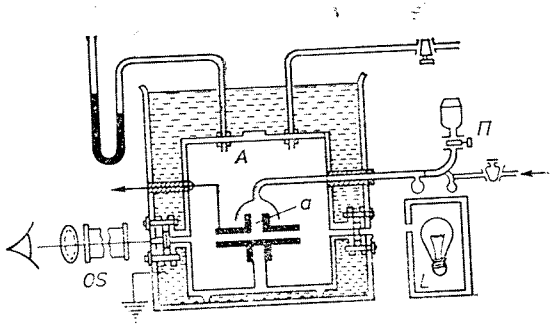
8. Изчислява се $(e/m)_{ср.}$ на базата на получените стойности на e/m за трите различни анодни напрежения.

Пресмятането на специфичния заряд на електрона по горния метод се базира преди всичко на точното определяне на големината на критичния ток $J_{кр.}$ във веригата на соленоида. При тази критична стойност на тока преобладаващата част от електроните, напускащи катода със скорости, близки до най-вероятната, вече не достигат анода в резултат на изменението на техните траектории. Провеждането на графично диференциране на кривата на зависимостта на J_a от J е необходимо и задължително условие за прецизното отчитане на $J_{кр.}$. Известни малки различия на така изчислената по формула (8.22), респ. (8.24), стойност на e/m от табличния резултат могат да се дължат на някои несъвършенства на използваната постановка и в частност на непълната съосност между катода и анода и на отклонение на оста на цилиндъра на лампата от направлението на индукцията на създаваното от соленоида магнитно поле.

8.2. ОПРЕДЕЛЯНЕ ЗАРЯДА НА ЕЛЕКТРОНА

Сред най-прецизните експерименти за определяне заряда на електрона са тези, проведени в периода 1909—1914 г. от американския физик Р. Е. Миликен. Те са внесли съществен принос в

развитието на съвременната физика и с основание са считани за едни от фундаменталните физични експерименти. При своите опити Миликен наблюдава движението на електрично заредени капчици масло с много малки размери в газова среда (опитната постановка е на фиг. 8.10).



Фиг. 8.10

Миниатюрните маслени капки с помощта на специален пулверизатор $П$ се вкарват в камерата A, запълнена с въздух с налягане, малко по-високо от атмосферното. Капките със сферична форма под действието на силата на тежестта $\vec{G}$ започват бавно да падат към дъното. Вследствие на триенето в пулверизатора голяма част от тях се оказват електрично заредени. Някои от капките в процеса на падане попадат в отвора a и през него в електричното поле на плосък кондензатор. При движението на капката към повърхността ѝ прилепва тънък въздушен слой, който се движи с нея като едно цяло, увличайки и други газови слоеве поради наличието на вътрешно триене. По такъв начин възниква челно съпротивление, като съпротивителната сила $\vec{F}$ за сферична капка, движеща се ламинарно с малка скорост (зад нея не се образуват вихри), се определя от закона на Стокс

(8.25) $$F = 6\pi\eta r v,$$

където η е коефициентът на вътрешно триене на въздуха, r и v — съответно радиусът и скоростта на капката. Наред със силата на тежестта

(8.26) $$G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$

(ρ е плътността на капката, а g — земното ускорение) и съпротивителната сила F на капката действува и архимедовата подемна сила

(8.27) $$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g,$$

където ρ_0 е плътността на въздуха.

Може да се докаже, че след много кратък интервал от време $\Delta t = \frac{m}{6\pi\eta r}$ движението на капката с маса m от ускорително се превръща в равномерно. В този случай настъпва изравняване на силата на тежестта с равнодействуващата на съпротивителната и подемната сила, т. е. $\vec{G} = \vec{F} + \vec{F}_A$, или

(8.28) $$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \vec{g} = 6\pi\eta r\vec{v} + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 \vec{g}.$$

(8.28) се записва скаларно във вида

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_0) g = 6\pi\eta r v,$$

откъдето се определя радиусът на капката

(8.29) $$r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}}.$$

Попадайки в електричното поле на плоския кондензатор, равномерно движещата се наелектризирана капка със сферична форма и заряд q е подложена на действието на електрична сила $\vec{F}_e$ с големина

(8.30) $$F_e = qE.$$

Движението на капките се следи с оптична система OS или микроскоп през специално монтирано на стената на камерата стъклено прозорче, като за целта пространството между плочите на кондензатора се осветява странично през второ прозорче от мощната лампа L (фиг. 8.10).

Презареждането на кондензатора, свързано с промяна на електричния заряд върху плочите му, респ. с промяна на посоката на вектора на интензитета на създаваното електрично поле, позволява регулиране движението на дадена капка нагоре и надолу, без тя да напуска зрителното поле на оптичната система. Чрез подходяща промяна на напрежението U между плочите на кондензатора може да се постигне уравновесяване на силата на тежестта на капката с архимедовата и електричната подемна сила, т. е. да бъде изпълнено равенството

(8.31) $$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g + qE.$$

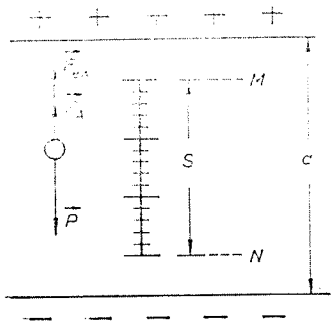
В този случай капката спира да се движи. Ако се замести в (8.31) r с неговото равно от (8.29), за q се получава

(8.32) $$q = \frac{9\sqrt{2}\,\pi\eta^{1,5}}{\sqrt{g(\rho - \rho_0)}}\,\frac{v^{1,5}}{E}.$$

Формула (8.32) позволява след измерване стойностите на величините v и E да бъде пресметната големината на електричния заряд на капката.

На практика по-удобно е опитно да бъде определена не го-

леминатa на скоростта, а времето t, за което капката изминава пътя s между два белега M и N от скалата, разположена между плочите на кондензатора, отстоящи една от друга на разстояние d (фиг. 8.11).



Фиг. 8.11

Скоростта v на капката, с която тя се движи равномерно в отсъствие на външно електрично поле между двата белега, е

(8.33) $$v=\frac{s}{t}.$$

От връзката между интензитета E и потенциала U на електричното поле

(8.34) $$E=U/d$$

и от (8.33) и (8.32) получаваме за големината на електричния заряд на капката

(8.35) $$q=\frac{9\sqrt{2}\,\pi\eta^{1,5}\,s^{1,5}\,d}{\sqrt{g(\rho-\rho_0)}}\cdot\frac{1}{t^{1,5}\,U},$$

или

(8.36) $$q=A\cdot\frac{1}{t^{1,5}\,U},$$

където

(8.37) $$A=\frac{9\sqrt{2}\,\pi\eta^{1,5}\,s^{1,5}\,d}{\sqrt{g(\rho-\rho_0)}}$$

е константа, чиято стойност лесно може да бъде пресметната, след като са дадени стойностите на величините, фигуриращи в дясната страна на израза (8.37).

Опитът показва, че капките са отрицателно заредени с количество електричество q, кратно на един най-малък заряд e, явяващ се зарядът на електрона, т. е.

(8.38) $$q=ne,$$

където n е положително цяло число, $n=1,2,3,\ldots$

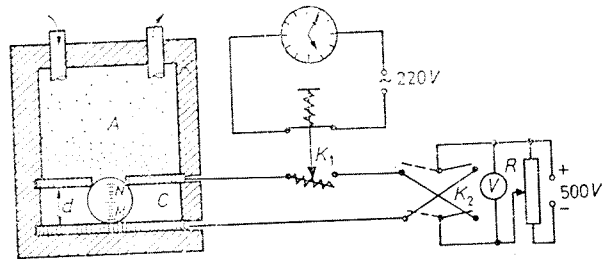
От (8.38), ако се познава стойността на коефициента на кратност n, може да се определи зарядът на електрона

$$e=q/n.$$

8.2.1. Определяне заряда на електрона по метода на Миликен

Опитната постановка представлява запълнена с въздух камера A, в която е поместен плосък кондензатор C (фиг. 8.12). В камерата се вкарват капчици дим през специално вградени за целта отвори. В средата на горната плочка на кондензатора се

намира тесен процеп, през който капчиците от цигарен дим навлизат в пространството между електродите. Част от това пространство се наблюдава с микроскоп, като димният сноп се ос-



Фиг. 8.12

ветява странично в направление, перпендикулярно на оста на микроскопа. След фокусиране на оптичната система ясно се виждат димните капчици, блестящи като звездички на тъмен фон и утаяващи се под действието на гравитацията. Камерата A е вградена в кювета K, чието предназначение е да поглъща инфрачервеното лъчение на светлинния източник с оглед предотвратяване на турбуленцията на сместа в резултат на загряването ѝ.

По-големите капки не са подходящи за измерванията и затова след вкарването на дима се изчаква няколко минути, достатъчни за утаяване на тези капки. Едва тогава се включва захранването на веригата на кондензатора, като посредством реостата R, свързан потенциометрично, на плочите се подава напрежение от порядъка на 200 V. Избира се в зрително поле някоя от малките капки, която се движи забавено надолу (да не забравяме, че при микроскопа образът е обърнат).

С помощта на комутатора K_2 посоката на интензитета на електричното поле на кондензатора може да се променя, като по този начин се осигурява управление на движението на капката нагоре и надолу в зрителното поле на микроскопа. С реостата плавно се променя напрежението дотогава, докато капката се доведе до долния белег M на окулярната скала и се спре на него. В този момент посредством ключа K_1 едновременно се прекъсва веригата на кондензатора и се включва електричен секундомер. Капката започва да се движи нагоре — първоначално ускорително, а след много малък интервал от време $\Delta t=\frac{m}{6\pi\eta r}$ в сравнение с времето t за изминаване разстоянието между белезите M и N — равномерно. При достигането на капката до горния белег N със същия ключ K_1 секундомерът се спира и едновременно с това се възстановява напрежението U между плочите на кондензатора. Отчитат се времето t, за което капката изминава пътя s между двата белега, и напрежението U. (Пътят, из-

минат от капката, докато тя започне равномерното си движение, е много малък в сравнение с целия път s и в първо приближение може да бъде пренебрегнат.)

Получените в резултат на отчитането стойности на t и U се заместват в (8.36). Фигуриращата в същия израз константа е пресметнатата предварително от (8.37) въз основа на данните от постановката. Така намерената стойност на големината на заряда q на капката се нанася в табл. 8.1. Правят се 20 измервания с различни капки с приблизително еднакви размери, като получените при всеки пореден опит i стойности на времето t_i и напрежението U_i се нанасят в таблицата.

Ако се приеме съществуването на най-малък електричен заряд e, то очевидно големината му ще съвпада с най-големия общ делител на зарядите q_i на капките (тъй като те ще представляват сума от няколко елементарни заряда e, т. е. $q_i = n_i e$). За да се провери това допускане, зарядът на всяка капка се дели на най-малкия получен в резултат на измерванията заряд $q_{\min}$. Най-близкото цяло число до полученото частно показва броя на елементарните заряди, от които е съставен зарядът на съответната капка. Тези числа се попълват в колонка 5 от таблицата. В следващата графа се нанасят големините на елементарните заряди, пресметнати въз основа на поредното измерване.

Намира се и осреднен елементарен заряд $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{20} e_i}{20}$, представляващ зарядът на електрона. В последната колонка се нанасят стойностите на отношението $q_i/\bar{e}$. Обстоятелството, че получените числа малко се отличават от целите положителни числа, само потвърждава правилността на твърдението, че $\bar{e}$ е стойността на заряда на електрона.

Таблица 8.1

№ на поредното измерване i	t_i, s	U_i, V	$q_i = A \frac{1}{t_i^{1,5} U_i}$	$n_i = \frac{q_i}{q_{\min}}$	$e_i = \frac{q_i}{n_i}$	$\frac{q_i}{\bar{e}}$
1	2	3	4	5	6	7
1.						
2.						
3.						
.						
.						
.						
20.						

$q_{\min} =$ $\bar{e} =$

За да се направи преценка на точността, с която е определен зарядът на електрона, е необходимо да се пресметнат стойностите на отношението $q_i/\bar{e}$ между заряда на капката при отделния опит и експериментално получената стойност на заряда на електрона $\bar{e}$ в резултат на проведените измервания. Ако тези стойности не се отличават от целите положителни числа с повече от няколко стотни, може да се счита, че грешката, допусната при определянето на заряда на електрона, не превишава 5% (вж данните в колонка 7 на таблицата).

8.3. ИЗУЧАВАНЕ СЛЕДИ НА ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ, ПОЛУЧЕНИ В УИЛСЪНОВА КАМЕРА

Уилсъновата мъглинна камера служи за изследване движението и взаимодействието между елементарни частици. С помощта на нея са проведени изследвания, свързани с открития в атомната физика. Обемът на камерата е запълнен със смес от невтечняем при условията на експеримента газ, най-често хелий, азот или аргон, и наситени пари на някаква течност (вода, етилов алкохол и др.). При навлизане на движещи се с голяма скорост заредени частици в работното пространство на камерата те йонизират газа, като йоните се превръщат в кондензационни ядра за парите на течността. Последните кондензират във вид на малки капки с размери, достигащи до видимите. По този начин се създават условия за онагледяване траекторията на заредената микрочастица, която може да бъде фотографирана. При поместване на Уилсъновата камера в хомогенно магнитно поле настъпва изменение на траекторията на движещите се заредени микрообекти, породено от действието на Лоренцовата сила. В резултат на изучаването на фотографии на следите на обекта по степента на изменение на кривината на траекторията в магнитно поле могат да бъдат определени някои от основните характеристики на заредената частица, като нейната енергия, импулс, релативистка маса и др.

За целите на настоящата задача се използва снимка, направена в мъглинна камера на Уилсън, поместена в напречно хомогенно магнитно поле с индукция $B = 1{,}2$ T. Фотографията илюстрира траекторията *1* на позитрон при преминаването му през оловна пластинка *2*, свързано с промяна (намаляване) на неговата енергия, импулс и кривина на траекторията зад пластината — вж. фиг. 8.13.

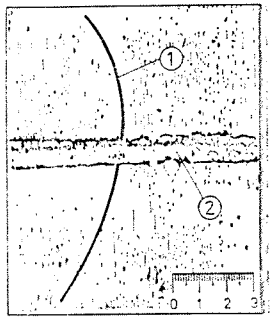
Снимката, показана на фиг. 8.13, е оригинална, получена от К. Д. Андерсън при откриването на позитрона през 1932 г. Теоретично съществуването на позитрона, първата експериментално наблюдавана античастица, е било предвидено пет години по-рано от П. Дирак.

В случая обектът с положителен заряд e, маса m, енергия E

н импулс $\vec{p}$ се движи със скорост $\vec{v}$ в напречно хомогенно магнитно поле с индукция $\vec{B}$. Микрочастицата е подложена на действието на Лоренцова сила с големина

(8.39) $$F_\Lambda = evB,$$

която създава нормално ускорение и предизвиква закривяване на траекторията на движение на позитрона. През цялото време на движение Лоренцовата сила е насочена перпендикулярно на вектора на скоростта, т. е. тя не извършва работа, както и не променя големината на скоростта и кинетичната енергия на микрочастицата. Действието на тази сила се проявява само в промяна на посоката на движение на обекта. Радиусът на кривината на траекторията R в дадена точка може да се получи, като се приравни Лоренцовата сила с центростремителната сила, т. е.



Фиг. 8.13

(8.40) $$evB = \frac{mv^2}{R},$$

откъдето

(8.41) $$R = \frac{mv}{eB} = \frac{p}{eB}.$$

В дясната страна на (8.41) $p = mv$ е големината на импулса на позитрона. От (8.41)

(8.42) $$p = eBR.$$

Ако $E = mc^2$ е пълната енергия на частицата, движеща се със скорост v, близка до скоростта на светлината, а $E_0 = m_0c^2$ — енергията ѝ в покой ($m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$), чрез елементарни математични преобразувания се стига до фундаменталната зависимост от специалната теория на относителността

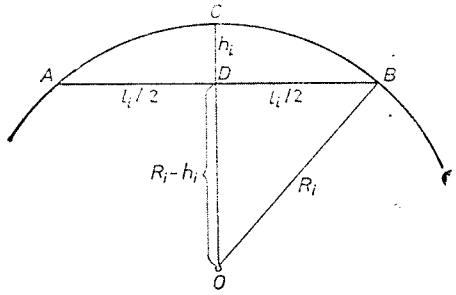
(8.43) $$E = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2},$$

която изразява връзката между енергията и импулса на движещия се с релативистка скорост обект. В конкретния случай $E_0 \ll pc$ и изразът (8.43) за пълната енергия на позитрона се преобразува във вида

(8.44) $$E \approx pc = eBRc.$$

8.3.1. Изследване траекторията на движение на позитрон

От приложената фотография се пресмятат радиусите на кривините на траекторията на движение на позитрона $R_i (i = 1, 2)$ преди и след преминаването му през оловната пластинка. За целта се измерват дължините на хордите l_i и разстоянията h_i (фиг. 8.14).



Фиг. 8.14

От триъгълника OBD се определя R_i:

(8.45) $$R_i = \frac{l_i^2}{8h_i} + \frac{h_i}{2}.$$

Така намерените стойности на радиусите R_i на кривините се заместват в (8.42) и (8.44), с чиято помощ се пресмятат импулсът и енергията на позитрона през първия и втория етап от неговото движение.

Абсолютната грешка Δp, допускана в процеса на определянето на импулса, зависи от точността на измерване на величините l и h. От (8.42) за Δp се получава

$$\Delta p = eB\Delta R.$$

Като се има предвид формула (8.45), изразът за абсолютната грешка ΔR се представя в следния вид:

$$\Delta R = \frac{l\Delta l}{4h} + \left(\frac{l^2}{8h^2} + \frac{1}{2}\right)\Delta h,$$

или окончателно

(8.46) $$\Delta p = eB\left[\frac{l\Delta l}{4h} + \left(\frac{l^2}{8h^2} + \frac{1}{2}\right)\Delta h\right].$$

От (8.44) и като се вземе под внимание (8.46), за абсолютната грешка ΔE се получава

(8.47) $$\Delta E = c\Delta p = eBc\left[\frac{l\Delta l}{4h} + \left(\frac{l^2}{8h^2} + \frac{1}{2}\right)\Delta h\right].$$

Грешките Δl и Δh на непосредствено измерваните величини се определят в зависимост от точността на приборите, с които се извършват измерванията.

8.4. ВЪНШЕН ФОТОЕФЕКТ

Отделянето на електрони от твърди и течни вещества под действието на светлината се нарича външен фотоелектричен ефект (външен фотоефект). Ефектът е открит от Х. Херц през 1887 г., а основните закономерности, на които той се подчинява, експериментално са доказани от В. Халвакс и А. Столетов въз основа на проведените от тях изследвания (1888—1890 г.).

Ако облъчваното със светлина вещество се свърже с отрицателния полюс на източник на ЕДН, то се превръща в катод, избитите електрони се ускоряват, насочват се към положителния електрод (анода) и се захващат от него. Във веригата протича фототок. Опитно установените закони за фотоефекта се свеждат до следното:

1. Броят фотоелектрони n, отделени от катода за единица време, е пропорционален на интензитета на облъчващата светлина при постоянен спектрален състав на лъчението. (Наситеният фототок $J_н = ne$, при който всички напуснали за единица време катода електрони със заряд e достигат анода, е пропорционален на осветеността E на катода).

2. Максималната начална скорост v_{max} на фотоелектроните се определя от честотата ν на облъчващата светлина и не зависи от нейния интензитет, т. е. $v_{max} = f(\nu)$.

3. За всяко вещество съществува червена граница на фотоефекта — минимална честота на светлината ν_0, при която все още е възможно протичането на външен фотоефект. Величината ν_0 зависи от химичния състав на веществото и състоянието на неговата повърхност.

4. Фотоефектът е практически безинерционен — времето за поглъщане на фотона е от порядъка на 10^{-9} s.

Всички основни закономерности за външния фотоефект са в противоречие с теорията на Максуел, съгласно която светлината се разглежда като електромагнитна вълна.

През 1905 г. А. Айнщайн, базирайки се на корпускулярните представи за същността на светлината, дава изящно обяснение на законите на фотоефекта. Въз основа на изказаната през 1900 г. от М. Планк хипотеза той разглежда електромагнитното излъчване като поток от кванти, които влизат във взаимодействие с електроните от веществото. При това енергията на един светлинен квант, или фотон, $E = h\nu$ (h е Планковата константа, а ν — честотата на облъчващата светлина) се поглъща изцяло от един електрон. Част от нея се изразходва за отделяне на електрона от повърхността на веществото (за отделителна работа A), а

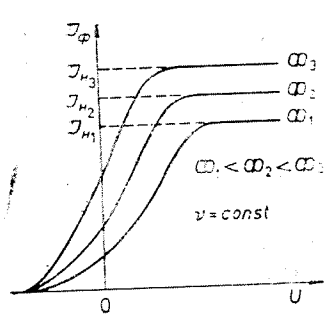
останалата част под формата на кинетична енергия $E_k = mv^2_{max}/2$ се придава на избития електрон. От закона за запазване на енергията следва, че

$$h\nu = A + \frac{mv^2_{max}}{2}. \tag{8.48}$$

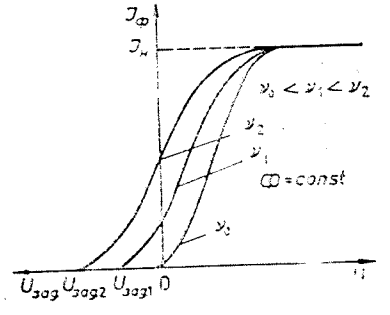
С това уравнение, изведено от Айнщайн, се обясняват законите на фотоефекта.

Ако се увеличава интензитетът на светлината, без да се изменя нейният спектрален състав, т. е. увеличава се светлинният поток Ф при $\nu = \text{const}$, то по-големият брой падащи фотони ще предизвика избиването на по-голямо количество електрони, а това води до нарастване стойностите на наситения фототок $J_н$ (I закон на фотоефекта) — вж. фиг. 8.15.

Ако честотата ν на облъчващата светлина се увеличава, расте и енергията $h\nu$, която поглъща всеки взаимодействуващ със светлинното лъчение електрон от веществото, а следователно нараства и скоростта v_{max}, с която излитат електроните (II закон).



Фиг. 8.15



Фиг. 8.16

За да се прекрати фототокът, е необходимо на анода да се подаде определен отрицателен потенциал по отношение на потенциала на катода, обуславящ задържащото напрежение $U_{зад.}$ между катода и анода. С увеличаване на честотата ν ще расте и стойността на задържащото напрежение (фиг. 8.16).

Минималната честота ν_0, при която е възможен фотоефектът, е тази, за която

$$h\nu_0 = A. \tag{8.49}$$

В такъв случай цялата енергия на фотона се изразходва за извършване на отделителната работа A.

Фотони с честота, по-малка от ν_0, не могат да предизвикат отделянето на електрони от веществото и фотоефект не се наблюдава (III закон).

Въз основа на гореизложеното уравнението на Айнщайн за фотоефекта може да бъде записано във вида

(8.50) $$h\nu = h\nu_0 + \frac{mv_{max}^2}{2}.$$

От друга страна, максималната кинетична енергия на отделните фотоелектрони може да се изрази във функция от задържащото напрежение $U_{зад.}$, при което фототокът се анулира ($\nu = \text{const}$), а именно

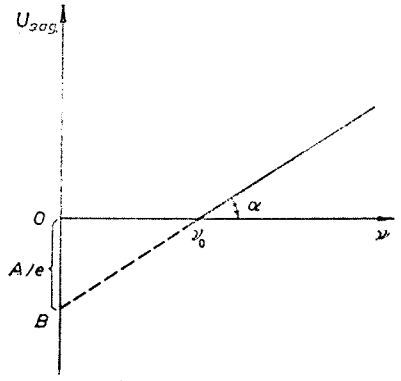
(8.51) $$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_{зад.}$$

След заместване на (8.51) в (8.50) се получава

(8.52) $$h(\nu - \nu_0) = eU_{зад.}.$$

Както се вижда непосредствено от II закон, задържащото напрежение $U_{зад.}$ за всеки фотокатод зависи линейно от честотата ν на облъчващата светлина. Ако при различни стойности на честотата се измери задържащото напрежение и се построи графичната зависимост $U_{зад.} = f(\nu)$, от наклона на получената права може да бъде определена константата на Планк h (фиг. 8.17).

Чрез (8.49) уравнението на Айнщайн (8.52) може да бъде записано във вида



Фиг. 8.17

(8.53) $$U_{зад.} = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e},$$

което е уравнение на права с ъглов коефициент $\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{e}$, чието продължение отсича от ординатната ос отрязък с големина $|OB| = \frac{A}{e}$. Окончателно константата на Планк се изразява като произведение от заряда на електрона e и тангенса на ъгъла, който правата от фиг. 8.17 сключва с абсцисната ос,

(8.54) $$h = e\operatorname{tg}\alpha,$$

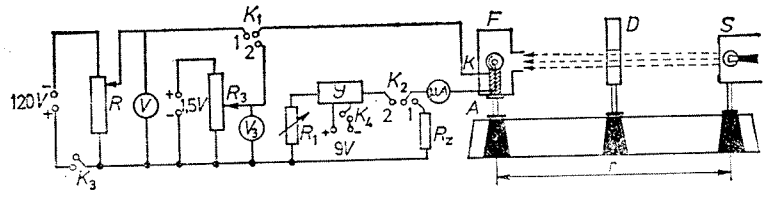
а отделителната работа на електрона — като произведение от e и големината на отсечката OB, т. е.

(8.55) $$A = e|OB|.$$

От (8.54) се вижда, че наклонът на правата $U_{зад.} = f(\nu)$ не зависи от веществото, от което е изготвен фотокатодът. От химичния състав на материала и чистотата на неговата повърхност обаче зависи големината на фототока, червената граница на фотоефекта и отделителната работа.

8.4.1. Проверка на законите на външния фотоефект и определяне константата на Планк

Целта на упражнението е да бъдат проверени експериментално първият и вторият закон на фотоефекта и от получените данни да се определят константата на Планк h, отделителната работа на електрона A и червената граница на фотоефекта ν_0.



Фиг. 8.18

Вакуумната Sb Cs-фотоклетка F се свързва с източник на постоянно електродвижещо напрежение 120 V (фиг. 8.18). Във веригата на фотоклетката са включени волтметър V, отчитащ големината на подаваното напрежение U през потенциометъра R, и микроамперметър μA, измерващ големината на фототока $J_ф$. Двуполюсните ключове K_1 и K_2 осигуряват възможност за превключване на захранващите напрежения. Фотоклетката се помества в защитен кожух с отвор срещу фотокатода с оглед отстраняване на разсеяната светлина и се закрепва на конник върху оптична релса. На други два конника върху същата релса се закрепват светлинният източник S (лампа с нагряваща се жичка с познат интензитет I), монтиран също в кожух, и въртящ се диск D с интерференчни филтри, пропускащи светлина с определена дължина на вълната. Преди започване на работа жичката на лампата, средата на съответния филтър и централната част на фотокатода се нагласяват на еднаква височина. Разстоянието r между източника и фотоклетката се отчита по специална скала, монтирана върху релсата.

Първоначално се снема волтамперната характеристика на фотоклетката при определена стойност на осветлеността $E = I/r^2 = \text{const}$. За целта посредством ключа K_3 веригата се затваря (ключове K_1 и K_2 в положение *1*) и напрежението U се изменя с помощта на потенциометъра R през 5 V в граници, посочени в паспорта на фотоклетката. За всяка стойност на U се отчита големината на фототока $J_ф$, като резултатите се нанасят в табл. 8.2.

При неизменна честота на облъчващата светлина измерванията се повтарят за няколко (поне три) различни осветлености E_i ($i = 1, 2, 3$) на фотокатода.

Таблица 8.2

r_i, m	$E_i=\frac{I}{r_i^2}$, cd/m²	U, V	J_ϕ, μA		
			λ_1, *nm*	λ_2, *nm*	λ_3, *nm*
r_1		5			
		10			
r_2		5			
		10			
r_3		5			
		10			

Опитите се провеждат в следната последователност. За всяка осветленост E_i на фотокатода при дадена стойност на напрежението U се отчитат по три стойности на фототока J_ϕ, отговарящи на светлина със съответна дължина на вълната λ_1, λ_2 и λ_3 (преди всяко поредно измерване на J_ϕ дискът D с интерференчните филтри се завърта).

На базата на получените данни се построяват кривите на зависимостта $J_\phi = f(U)$ за всяка дължина на вълната поотделно.

Проверката на първия закон на фотоефекта се свежда до намиране на връзката между осветеността на катода на фотоклетката и големината на протеклия през нея наситен фототок при постоянен спектрален състав на лъчението.

При работа в областта на задържащите напрежения ключовете K_1 и K_2 се превключват в положение *2*, при което фотокатодът се свързва с положителния полюс на източник на постоянно електродвижещо напрежение с големина 1,5 V, а анодът — с отрицателния полюс на същия източник. Тъй като в случая J_ϕ е много слаб, в анодната верига се включва допълнително усилвател за постоянен ток $У$, гарантиращ възможността за точно отчитане измененията на фототока J_ϕ във функция от големината на подаваното задържащо напрежение $U_{зад}$. Посредством потенциометъра R_3 задържащото напрежение може да се променя, като началната му стойност се нагласява на нулевото деление на скалата на волтметъра V_3. При изключен светлинен източник S показанието на микроамперметъра μA се нулира чрез променливия резистор R_1. За нуждите на експеримента не е необходимо познаването на точните стойности на големината на фототока в областта на запиращия потенциал. Поради тази причина токът се измерва в относителни единици по скалата на микроамперметъра, пропорционални на големината на протичащия във веригата фототок.

След включване на източника S с помощта на потенциометъра R_3 постепенно се увеличава задържащото напрежение. С оглед точното определяне стойността на запиращия потенциал е необходимо при достигане на областта на възможно минималните стойности на J_ϕ показанията на стрелката на микроамперметъра да се отчитат като отклонения от нулевото деление на скалата при закрит входен отвор на фотоклетката. Тогава $U_{зад.\,i}$ е отчетеното напрежение по скалата на волтметъра V_3, при което фототокът става равен на нула в границата на точността на измерванията за лъчение с дължина на вълната λ_i. Опитите се повтарят в същия ред при фиксирано и неизменно разстояние r между източника и фотоклетката и за други дължини на светлинната вълна, като последователно се превключват и останалите интерференчни филтри, монтирани върху D. Получените данни се подреждат в табл. 8.3.

Таблица 8.3

№ на опита, i	Дължина на светлинната вълна λ_i, m	Честота на светлината ν_i, Hz	Задържащо напрежение $U_{зад.i}$, V
1.			
2.			
3.			
.			
.			
.			

Въз основа на представените в табл. 8.3 резултати се построява графичната зависимост $U_{зад.} = f(\nu)$, от която се определят червената граница на фотоефекта ν_0, константата на Планк h и отделителната работа A (фиг. 8.17 и формули (8.54) и (8.55).

h и A могат да бъдат изчислени и от уравнение (8.53) при две различни честоти ν_i и ν_{i+1} на светлината, а именно:

$$U_{зад.i} = \frac{h}{e}\nu_i - \frac{A}{e}, \tag{8.56}$$

$$U_{зад.\,i+1} = \frac{h}{e}\nu_{i+1} - \frac{A}{e}.$$

След почленно изваждане на горните уравнения за константата на Планк h се получава

$$h = e\,\frac{U_{зад.\,i} - U_{зад.\,i+1}}{\nu_i - \nu_{i+1}}. \tag{8.57}$$

Ако се замести (8.57) в едно от уравненията на системата (8.56), за отделителната работа A се получава

$$A = \frac{e}{\nu_i - \nu_{i+1}}\,(U_{зад.i}\,\nu_{i+1} - U_{зад.i+1}\,\nu_i). \tag{8.58}$$

Пресметнатите въз основа на (8.57) и (8.58) стойности на константата на Планк h и на отделителната работа A се сравняват с графично определените резултати.

Използваната експериментална постановка позволява определянето на задържащите напрежения за всяка честота на облъчващата светлина да се извършва сравнително точно. Без наличието на усилвател $У$ за постоянен ток в анодната верига на фотоклетката не може да бъде фиксирана със задоволителна точност стойността $U_{зад.}$, тъй като за обикновена вакуумна фотоклетка наклонът на кривата $J_ф = f(U)$ в областта на задържащите напрежения е много малък. В този случай за $U_{зад.}$ се приема пресечната точка на тангентата към приблизително линейната част на кривата с абсцисната ос, по която се нанася U. Допусканата грешка при изчисляването на h тогава е от порядъка на 10%.

При възприетите в постановката експериментални методи точното определяне на големината на $U_{зад.}$ се затруднява допълнително и от наличието на контактна потенциална разлика между катода и анода, сумираща се с потенциалната разлика между двата електрода, създавана от външния източник на ЕДН. Това обстоятелство оказва влияние главно при пресмятането на отделителната работа A, понижавайки точността, с която тя се определя.

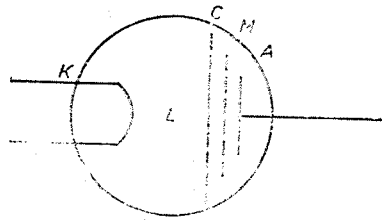
С оглед на пълното удовлетворяване на изискването за монохроматичност на светлината е необходимо помещението, в което се провеждат измерванията, да бъде затъмнено.

Стойностите на константата на Планк h, отделителната работа на електрона A и червената граница на фотоефекта ν_0 могат да бъдат определени още по-точно, ако се използва монохроматор вместо набор от интерференчни филтри.

8.5. ОПИТИ НА ФРАНК И ХЕРЦ

Резултатите от опитите на Д. Франк и Х. Херц, проведени през 1913 г., представляват едни от първите експериментални доказателства за съществуването на дискретни енергетични нива на атомите. При тези опити се изучават взаимодействията между електрони и атоми от даден газ по метода на задържащия потенциал. Първите опити са извършени с живачни атоми от пари при налягане 1 милиметър живачен стълб.

Изследваният силно разреден едноатомен газ запълва триелектродната лампа L (фиг. 8.19). Електроните, излъчвани със сравнително малки скорости от нагорещения катод K, се ускоряват в постоянното електрично поле, създавано между катода K и мрежестия електрод (решетка) M на лампата. При движението си от катода към мрежестия електрод електроните се сблъскват с газовите атоми. Ако кинетичната енергия на взаимодействуващия с атома електрон, придобита в електричното поле (практически равна на неговата пълна енергия, тъй като скоростта, с която напуска катода, е приблизително равна на нула), е недостатъчна за привеждане на атома от основно във възбудено състояние (или за йонизация), се наблюдава еластично разсейване на електронния поток на атомите на газа. С други думи, в този случай ударите са еластични и не са свързани със загуба на енергия от страна на електроните, тъй като тяхната маса е хиляди пъти по-малка от масата на атомите.



Фиг. 8.19

Увеличаването на потенциалната разлика U между K и M е свързано с нарастване на енергията на електроните

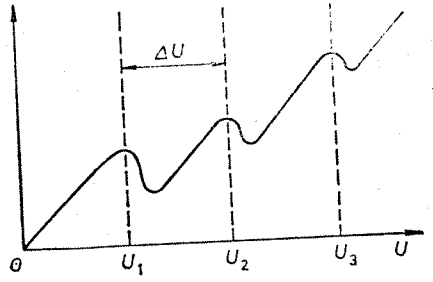
$$\frac{mv^2}{2} = eU, \tag{8.59}$$

която при дадена стойност на U се оказва достатъчна за възбуждане на атомите. Ударите на значителна част от електроните с газовите атоми се превръщат тогава в нееластични, водещи до чувствителна загуба на енергия от страна на влизащия във взаимодействие с атома електрон. При това взаимодействие енергията на падащия електрон се предава на един от атомните електрони и предизвиква било преход на последния на свободно по-високо енергетично ниво (възбуждане), било откъсването му от атома (йонизация).

При опитите потенциалът на третия електрод — анода A, е по-нисък от този на мрежестия електрод M, т. е. между M и A се поддържа невисоко задържащо напреженне от порядъка на 0,5÷1 V. Анодният ток J_a в такъв случай е пропорционален на броя на попадащите за единица време на повърхността на анода електрони.

Експерименталните изследвания показват, че при увеличаване на ускоряващото напрежение U между K и M, започвайки от нула, големината на анодния ток J_a нараства (фиг. 8.20).

При някакво напълно определено за дадения газ напрежение U_1 анодният ток е максимален. По-нататъшното увеличаване на U води до рязко намаляване големината на тока J_a.



Фиг. 8.20

В случая в резултат на настъпилите нееластични взаимодействия с атомите, намиращи се в областта C преди M, показана с пунктир на фиг. 8.19, електроните почти напълно загубват своята енергия и при по-нататъшното си движение не могат да преодолеят задържащия потенциал между решетката M и анода A. Отдадената от електрона при взаимодействието енергия е равна на енергията на прехода на атома от основно в първо възбудено състояние. Поради това напрежението U_1, при което анодният ток е максимален, се нарича първи потенциал на възбуждане.

При по-нататъшно повишаване на ускоряващото напрежение U големината на анодния ток J_a отново нараства, тъй като електроните след нееластичните удари под действието на приложеното електрично поле придобиват в частта от пространството между C и M отново кинетична енергия, вече достатъчна за преодоляване действието на спиращото поле между M и A.

Следващото поред рязко изменение на големината на тока J_a се наблюдава, когато част от електроните по пътя си между катода и мрежестия електрод M участвуват в нееластични взаимодействия с атомите от газа на два пъти — първия път по средата на областта между K и M и втория път — непосредствено преди M. Увеличаването на напрежението до стойност $U_2=2U_1$ е свързано с обстоятелството, че електроните след нееластичния удар в областта C придобиват енергия, достатъчна за втори нееластичен удар с атомите, намиращи се в областта на решетката M. Освен това съществуват и електрони с енергия $\frac{mv^2}{2}=2eU_1$, които се сблъскват с газовите атоми в пространството непосредствено около M и предизвикват преход на тези атоми във второто възбудено състояние. Напрежението $U_2=2U_1$ се нарича втори потенциал на възбуждане. По такъв начин с нарастване на ускоряващото напрежение U на кривата на зависимостта $J_a=f(U)$ се наблюдава поредица от максимуми и минимуми, отстоящи един от друг на равни разстояния ΔU, кратни на енергията на първото възбудено състояние (фиг. 8.20).

При определяне енергията на първото възбудено състояние на атома трябва да се отчита обстоятелството, че първият максимум на кривата поради наличието на контактна потенциална разлика между K и M не се намира при потенциала, съответствуващ на това разстояние. От друга страна, благодарение на контактната потенциална разлика всички максимуми са еднакво отместени, така че разстоянието между тях ΔU остава непроменено.

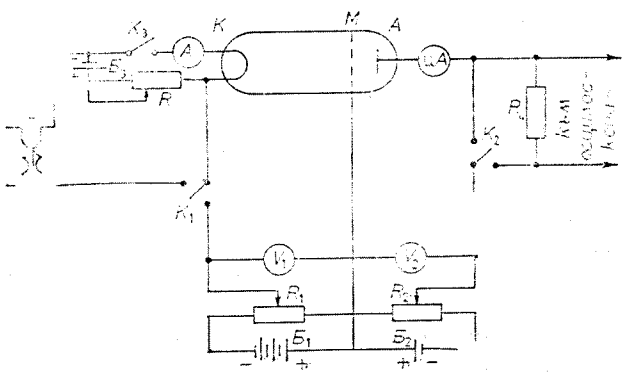
Възбудените вследствие нееластичните взаимодействия с електроните газови атоми след много кратък интервал от време $\Delta t\approx 10^{-8}$ s. се връщат в основно състояние, изпускайки фотон с честота

$$\nu=\frac{\Delta E}{h}, \tag{8.60}$$

където ΔE е разликата в енергиите на нивата, между които се извършва преходът, а h — константата на Планк. Поради тази причина при опитите на Франк и Херц се наблюдава излъчване на една или няколко спектрални линии, отчитането на които позволява да се определят съответните дискретни енергетични нива на атомите.

8.5.1. Определяне на първия и втория потенциал на възбуждане на живачен атом

Схемата на опитната постановка е дадена на фиг. 8.21. Двойните ключове K_1 и K_2 дават възможност за превключване на схемата от статичен в динамичен режим на работа. В



Фиг. 8.21

този случай ускоряващото напрежение се подава от понижаващия трансформатор T (220/40 V), а анодният ток се регистрира с помощта на еднолъчев електронен осцилоскоп, свързан успоредно към товарното съпротивление R_4.

За регулиране налягането на наситените живачни пари в триелектродната лампа (тиратрон) по време на опита тя се помества в термостат, снабден с термометър.

Редът на изпълнение на задачите е следният:

1. Свързва се схемата по фиг. 8.21.

2. Включва се захранването на термостата и се регулира температурата на 393 K, като след достигането ѝ се изчаква 10 min, за да се темперира цялата система.

3. Включва се захранването на катода с ключа K_3 и с помощта на реостата R_3 се регулира големината на тока на отоплението на стойността, посочена на цокъла на лампата.

4. С ключа K_2 се затваря анодната верига, като задържащото напрежение U_3 се поддържа чрез потенциометъра R_2 постоянно при стойност 0,6 V.

5. Включва се посредством K_1 веригата катод—мрежест електрод.

6. С реостата R_1 постепенно се увеличава големината на приложеното между K и M ускоряващо напрежение U, като едновременно с това се отчитат по скалите на волтметъра V_1 и микроамперметъра стойностите на ускоряващото напрежение и анодния ток.

7. Построява се графичната зависимост на големината на анодния ток J_a във функция от приложеното напрежение U.

8. От графиката се определят първият и вторият потенциал на възбуждане на живачния атом, както и енергията ΔE на възбуждане за първото възбудено състояние ($\Delta E = e\Delta U$ — вж. фиг. 8.20).

9. По формула (8.60) се пресмята честотата на светлината, изпускана от живачните атоми при преход от първото възбудено в нормално състояние.

10. Превключва се схемата от статичен в динамичен режим на работа и при подходящо подбрана стойност на напрежението U (посредством T) се наблюдават на екрана на осцилоскопа максимумите, съответстващи на потенциалите на възбуждане от по-висш порядък.

Точното определяне на стойностите на потенциала на възбуждане на живачните атоми зависи преди всичко от стриктното изпълнение на няколко условия:

а) Използваните уреди за измерване на ускоряващото напрежение U между катода и мрежестия електрод и на големината на тока J_a да бъдат с висок клас на точност.

б) Изследванията на зависимостта $J_a = f(U)$ да се провеждат в областите около скокообразното изменение на анодния ток през 0,05 V и при неизменна потенциална разлика U_3 между анода и мрежестия електрод.

в) Температурата T на разряда трябва да се поддържа постоянна в термостата през цялото време на провеждане на експеримента, като отклоненията ΔT от установената й стойност в никакъв случай не трябва да превишават 5 K.

8.6. ИЗСЛЕДВАНЕ СПЕКТЪРА НА ИЗЛЪЧВАНЕ НА ВОДОРОДНИЯ АТОМ

Една от основните физични характеристики на веществото, свързана с неговия състав, структурни особености и характерни свойства на съставящите го атоми и молекули, е спектърът на излъчване. Газовите атоми притежават линейни емисионни спектри. Положението на линиите в тях може да бъде обяснено само въз основа на квантовомеханичните представи за строежа на материята. Съгласно основните положения на квантовата механика енергията на електрона в атома приема строго определени дискретни стойности. Преходът на електрон в атома от едно енергетично ниво на друго с по-ниска енергия е свързан с възникването на спектрална линия. Енергията E_{mn} на светлинния квант, излъчен при прехода на електрона от нивото с енергия E_m на нивото с енергия E_n ($E_m > E_n$) е

$$E_{mn} = E_m - E_n = h\nu_{mn}, \tag{8.61}$$

където h е константата на Планк, а ν_{mn} — честотата на спектралната линия. Съвкупността от линиите, получени при преход на електрона от различни нива m_i ($i = 1, 2 \ldots$) към дадено ниво $n = \text{const}$, образува т. нар. спектрална серия. Линейните спектри на излъчване се състоят от отделни групи спектрални линии, които образуват съответните спектрални серии.

Спектърът на водородния атом е един от най-простите емисионни спектри. Както показват теоретичните изводи, енергията на нивата на водородния атом е обратнопропорционална на квадрата на цяло положително число n, наречено главно квантово число:

$$E \sim -\frac{1}{n^2}, \tag{8.62}$$

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

От (8.61) и (8.62) следва, че дължините на вълните на спектралните линии на атома на водорода ще се определят по формулата

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R'\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \tag{8.63}$$

където R' е константа, наречена константа на Ридберг, а m и n са цели положителни числа ($m > n$). Единицата за R' в системата SI е m^{-1}.

От връзката между честотата ν_{mn} и дължината λ_{mn} на електромагнитната светлинна вълна

$$\nu_{mn} = \frac{c}{\lambda_{mn}} \tag{8.64}$$

(c е скоростта на светлината във вакуум), зависимостта (8.63) може да бъде записана и във вида

$$\nu_{mn} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \tag{8.65}$$

където с R е означено произведението $R = cR'$, наречено също константа на Ридберг, но изразена в s^{-1}.

Формулата (8.63), респ. (8.65), известна в спектроскопията като обобщена формула на Балмер, е получена емпирично. Тя достатъчно точно възпроизвежда експериментално измерените стойности на дължините на вълните на спектралните линии от спектъра на водорода при $R' = 1{,}097.10^7\ \text{m}^{-1}$ или $R = 3{,}29.10^{15}\ \text{s}^{-1}$.

С помощта на квантовата механика стойността на константата на Ридберг се пресмята по формулите

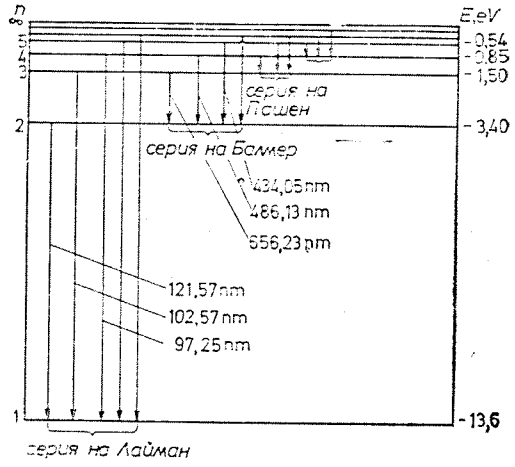
(8.66) $$R' = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3},$$

респ.

(8.67) $$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3},$$

където m и e са съответно масата и зарядът на електрона, ε_0 — диелектричната проницаемост на вакуума, h — константата на Планк и c — скоростта на светлината във вакуум. Стойностите на m за дадено n представляват поредица от цели положителни числа, а именно: $m = n+1,\ n+2,\ n+3, \ldots, \infty$.

Емисионният спектър на водорода се представя като съвкупност от следните основни серии: серия на Лайман ($n=1$) в ултравиолетовата част на спектъра; серия на Балмер ($n=2$) във видимата част на спектъра; серия на Пашен ($n=3$) в близката инфрачервена област на спектъра; серия на Брекет ($n=4$) в средната инфрачервена област на спектъра; серия на Пфунд ($n=5$) в далечната инфрачервена област на спектъра.



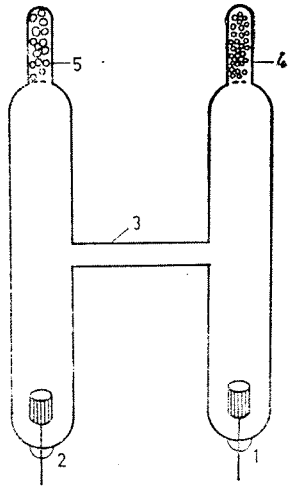
Фиг. 8.22

На фиг. 8.22 са показани енергетичните нива на водородния атом, както и спектралните серии, състоящи се от групи спектрални линии. Със стрелки са означени преходите между отделните нива, съответстващи на дадена спектрална линия.

8.6.1. Определяне константата на Ридберг

В настоящия експеримент се изучава серията на Балмер, като се измерват дължините на вълните на четирите най-ярки линии на тази серия: червена H_α ($m=3$), светлосиня H_β ($m=4$), виолетово-синя H_γ ($m=5$) и виолетова H_δ ($m=6$). Въз основа на получените резултати по формула (8.63) се пресмята стойността на константата на Ридберг за всяка от наблюдаваните линии.

Спектърът на излъчване на водородния атом за целите на експеримента се получава във високоволтова водородна газоразрядна тръба със специална форма, показана на фиг. 8.23.



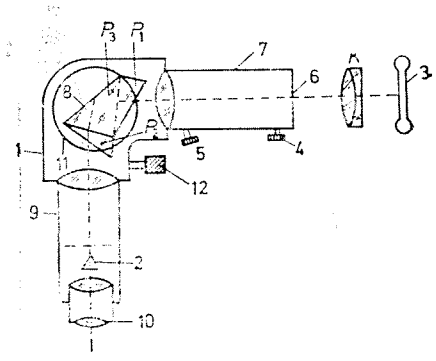
Фиг. 8.23

Стъклената Н-образна тръба е изпълнена с водород при налягане 5—10 torr. Токът в тръбата протича между електродите *1* и *2*, на които от високоволтов трансформатор се подава променливо напрежение от порядъка на 3—4 kV. В първичната намотка на високоволтовия трансформатор се включва реостат, с помощта на който се управлява разрядът на тръбата. В работен режим на електродите се подава минималното възможно напрежение, осигуряващо устойчивост на разряда, като големината на тока не бива да превишава 15 mA.

При нормални условия водородът в газоразрядната тръба е в молекулно състояние и излъчва молекулен спектър. За отстраняване на молекулния водород към тръбата допълнително са запоени тръбичките *4* и *5*, в които са поставени съответно натриева основа и меден окис. При нагряване на тръбичката *5* съдържащият се в нея меден окис лесно отдава атомен кислород, който реагира с молекулния водород, образувайки молекули вода. Водните молекули от своя страна се разлагат в електричния разряд, при което се получава атомен водород, чието светене се наблюдава и подробно се изследва с помощта на спектроскоп. Неразложените молекули се поглъщат от натриевата основа. Не трябва да се забравя, че наред с атомния водород в тръбата остава и известно малко количество молекулен водород, чийто спектър се наслагва с атомния. В резултат на това наслагване в областта между линиите H_α и H_β се появяват няколко червено-жълти и зелени ивици от молекулния спектър с малък интензитет. Пред третата линия H_γ от серията на Балмер също така се разполагат две слаби и размазани ивици със син цвят, който се дължи на присъствието на молекулния водород в газоразрядната тръба.

Най-интензивно светене на водорода се получава в капилярната тръбичка *3*, тъй като плътността на тока е най-голяма именно в тази част на източника. Светенето на разряда в тръбичката *3* се концентрира върху входния процеп на спектроскопа с кондензорна леща *K* (фиг. 8.24). В тръбата върху процепа се получава ярко червено-виолетово светлинно петно.

Спектроскопът УМ-2, предназначен за спектрални изследвания в диапазона 380—1000 nm (фиг. 8.24), се състои от следните основни части:



Фиг. 8.24

1. Входно отверстие *6*, снабдено с микрометричен винт *4*, осигуряващ плавно регулиране ширината на процепа.

2. Колиматорен обектив *7* и микрометричен винт *5*, позволяващ плавно придвижване на колиматора по отношение на входния процеп при фокусиране.

3. Спектрална призма *8*, която се състои от три стъклени призми P_1, P_2 и P_3.

4. Въртяща се масичка *11*, снабдена с барабанен микрометричен винт *12*, върху която е поставена призмата *8*. При въртене на барабана призмата се завърта и в центъра на зрителното поле на окуляра се появяват различните участъци от изследвания спектър.

5. Зрителна тръба, състояща се от обектив *9* и окуляр *10*. Образът на входното отверстие *6* се получава във фокусната равнина на обектива *9*, в която е поместен белегът *2*.

6. Масивен метален кожух *1*, предпазващ уреда от удар и замърсяване.

7. Оптична релса, на която върху специални стойки се поместват кондензорът *K* и светлинният източник *3*.

За нуждите на упражнението спектроскопът е снабден с градуировъчна крива в голям мащаб, даваща връзката между деленията по скалата на барабанния микрометричен винт *12* и дължините на светлинните вълни. Градуирането на уреда обикновено се извършва с живачна и неонова лампа.

Последователността на изпълнение на задачите е следната:

1. В присъствието на ръководителя на упражнението се включва захранването на тръбата и с помощта на реостата се установява оптималният работен режим.

2. Спектроскопът се фокусира, като за целта: а) окулярът *10* се придвижва дотогава, докато в зрителното поле се получи ясен образ на острието на белега *2*; б) колиматорният обектив *7* се придвижва посредством микрометричният винт *5* да получаване на възможно най-ясното изображение на спектралните линии.

3. Отчитат се по скалата на барабана *12* положенията на линиите H_α, H_β, H_γ и H_δ от серията на Балмер. При отчитането центърът на спектралната линия трябва да съвпада с острието на белега *2*. Измерванията се провеждат веднъж от червената към виолетовата област на спектъра, а втори път — в обратния ред. Определя се средната стойност на отчетеното положение за всяка спектрална линия.

4. От градуировъчната крива се определят дължините на вълните на горните линии.

5. За всяка от наблюдаваните линии от спектъра на водородния атом по формула (8.63) се изчислява стойността на константата на Ридберг R'. Пресмята се нейната средноаритметична стойност $R'_{ср.}$ и се сравнява с табличните данни за R'.

6. Така получената стойност $R'_{ср.}$ се замества във формула (8.66) и от нея се пресмята константата на Планк.

При прецизна фокусировка и максимално точно отчитане положението на спектралните линии H_α, H_β, H_γ и H_δ от серията на Балмер би следвало да се получат еднакви стойности на R', намерени съвършено независимо за всяка от четирите линии. Известна неточност може да се внесе единствено в резултат на определянето на дължините на вълните от градуировъчната крива. Във всеки случай стойността на отношението $\frac{R'_{ср.}-R'}{R'}\cdot 100$ не трябва да надвишава 5% за всяка стойност от получените за R'.

8.7. ТОПЛИННО ИЗЛЪЧВАНЕ

Топлинното излъчване на телата се осъществява в резултат на топлинното движение на атомите и молекулите. Интензивността на лъченето и неговият спектър зависят от температурата, химичния състав и агрегатното състояние на излъчващото тяло. Ако загубите на енергия в резултат на лъченето не се компенсират с внасяне на определено количество топлина отвън, температурата на тялото постепенно се понижава, намалява се интензивността и се променя спектралният състав на лъченето.

При определени условия енергията на топлинното излъчване на телата от една система може да се окаже равна на енергията на електромагнитното лъчение, погълнато от телата на тази система. Такова излъчване се нарича равновесно и възниква в топлинноизолирани затворени системи, всички тела от които се намират при еднаква температура.

Спектрална характеристика на топлинното излъчване на да-

дено тяло е неговата излъчвателна способност $E_{\nu,T}$, представляваща електромагнитната енергия $dW_{изл}$, излъчена за единица време от единица площ от повърхността на тялото в честотния интервал от ν до $\nu+d\nu$, т. е.

$$E_{\nu,T}=\frac{dW_{изл}}{d\nu}. \tag{8.68}$$

Спектрална характеристика на поглъщането е поглъщателната способност на тялото

$$A_{\nu,T}=\frac{dW_{погл}}{dW}, \tag{8.69}$$

която показва каква част от енергията dW на електромагнитните вълни с честоти от ν до $\nu+d\nu$, падащи за единица време върху единица площ от повърхността на тялото, се поглъща от него.

$E_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ освен от честотата и температурата зависят още и от химичния състав, формата и състоянието на повърхността на тялото.

Ако при произволна температура тялото поглъща изцяло падащото на него електромагнитно лъчение ($A_{\nu,T}=1$), то се нарича абсолютно черно. Едно тяло се нарича сиво, ако поглъщателната му способност е еднаква за всички честоти ν и зависи единствено от температурата, материала и състоянието на повърхността му ($A_{\nu,T}=A_T$).

Отношението между излъчвателната и поглъщателната способност на произволно непрозрачно тяло не зависи от химичния състав на тялото и повърхността му, и е равна на излъчвателната способност на абсолютно черно тяло $u_{\nu,T}$, която е функция само на честотата и температурата, т. е.

$$\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}=u_{\nu,T}. \tag{8.70}$$

Зависимостта (8.70) е установена за първи път от Г. Кирхов през 1895 г. и се нарича закон на Кирхоф.

Основавайки се на хипотезата си за квантовия характер на излъчването, с помощта на статистическия метод на Болцман през 1900 г. М. Планк намира точен аналитичен израз за излъчвателната способност на абсолютно черно тяло (в променливи ν, T)

$$u_{\nu,T}=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}\cdot\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}, \tag{8.71}$$

където h и k са съответно константите на Планк и Болцман, c — скоростта на светлината във вакуум и ν — честотата на лъчението.

Чрез функцията на Кирхоф $u_{\nu,T}$ може да бъде изразена интегралната излъчвателна способност на тялото E_T, представляваща енергията, излъчена при всички възможни честоти за единица време от единица площ от повърхността на тялото

$$E_T=\alpha_T u_T, \tag{8.72}$$

където с u_T е означена интегралната излъчвателна способност на абсолютно черно тяло, а с α_T — т. нар. сумарен коефициент на чернотата, зависещ от температурата, материала и състоянието на повърхността на тялото.

С помощта на формулата на Планк (8.71) лесно може да се пресметне u_T. Зависимостта

$$u_T=\sigma T^4, \tag{8.73}$$

в която σ е константата на Стефан—Болцман

$$\sigma=\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}, \tag{8.74}$$

се нарича закон на Стефан—Болцман. Законът показва, че интегралната излъчвателна способност на абсолютно черно тяло е пропорционална на четвъртата степен на неговата абсолютна температура.

След заместване на u_T в (8.72) с нейното равно от (8.73), интегралната излъчвателна способност на произволно тяло може да бъде представена във вида

$$E_T=\alpha_T\sigma T^4. \tag{8.75}$$

От (8.75) следва, че пълната топлинна енергия E, излъчена от единица площ от повърхността на едно тяло с температура T_1, намиращо се в обкръжаваща го среда с постоянна температура T_2, е

$$E=\alpha_T\sigma(T_1^4-T_2^4). \tag{8.76}$$

8.7.1. Определяне константата на Стефан—Болцман

За опитното определяне на константата на Стефан—Болцман е необходимо да се изучи топлинното излъчване на нечерно тяло — никелова пластинка.

Изследваната тънка пластинка с правоъгълна форма, изготвена от никелов окис, се включва във вторичната намотка на понижаващ автотрансформатор T, захранван от електричната мрежа (фиг. 8.25). Енергията E, излъчена за единица време от единица площ от повърхността на пластинката, нагрята до нажежаване при температура T_1, е

$$E=\frac{UJ}{2S}, \tag{8.77}$$

където J е големината на тока, в резултат на протичането на който се нажежава пластинката, U — падът на напрежението в краищата ѝ, а $2S$ — сумарната излъчваща повърхност на пластинката.

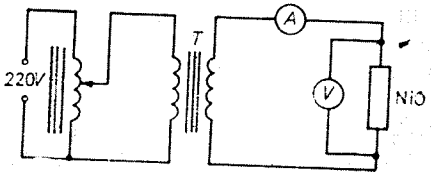
От приравняване на изразите (8.76) и (8.77) се определя константата на Стефан—Болцман

$$\sigma = \frac{UJ}{2\alpha_T S (T_1^4 - T_2^4)}, \tag{8.78}$$

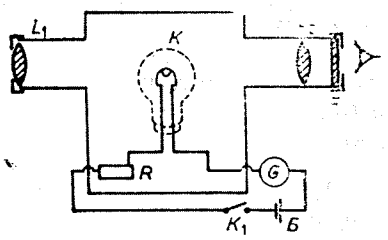
където T_2 е температурата на околната среда.

За никеловия окис в температурния интервал $1100 \div 1700$ K стойността на сумарния коефициент на чернотата не зависи от температурата, като $\alpha_T = 0{,}85$ (поведение, близко до това на абсолютно черно тяло).

Температурата T_1 на нажежената пластинка се измерва с оптичен пирометър (фиг. 8.26). Определянето на температурата се свежда до сравняване на цвета и интензивността на излъчването на пластинката с цвета и интензивността на лъченето на жичката на електрична лампа, служеща за еталон.



Фиг. 8.25



Фиг. 8.26

С помощта на лещата L_1 в равнината на жичката на лампата се получава образ на повърхността, чиято температура трябва да се измери. За увеличаване на така получения образ се използва лещата L_2. За получаването на монохроматичен лъч в тръбата на окуляра на прибора се помества определен светофилтър F (при температури $1100\ \text{K} \leqq T_1 \leqq 1500\ \text{K}$ се използва червен филтър, $\lambda = 660$ nm). Скалата на галванометъра G е градуирана по излъчването на абсолютно черно тяло в келвинови градуси. Ако изучаваното тяло не е черно, пирометърът показва температурата на такова черно тяло, чиято яркост на излъчване съвпада с тази на изследвания обект. Така определената температура се нарича яркостна температура на тялото. При $\alpha_T \geqq 0{,}80$ яркостната и действителната температура на телата практически съвпадат.

Във веригата освен електрическата лампа K са включени източникът $Б$, ключът K_1 и реостатът R, с помощта на който се променя големината на тока, протичащ през лампата. При самото измерване трябва да се подбере такава стойност на големината на тока, при която образът на горната част на жичката на електрическата лампа да изчезне на фона на изучавания обект.

Едва тогава следва по скалата на галванометъра да се отчете стойността на температурата T_1.

Експерименталните задачи се изпълняват в следната последователност:

1. Свързва се схемата, показана на фиг. 8.25.
2. Включва се захранването и постепенно се увеличава големината на тока във вторичната намотка на автотрансформатора T дотогава, докато пластинката се доведе в нажежено състояние (да се внимава в процеса на повишаване температурата на пластинката да не се стигне до стопяването ѝ).
3. Измерват се стойностите на големината на тока J и на напрежението U.
4. С оптичния пирометър се определя температурата T_1 на нажежената пластинка.
5. По скалата на специален чувствителен термометър се отчита стойността на стайната температура и се превръща в келвини — T_2.
6. По формула (8.78) се пресмята константата на Стефан—Болцман.
7. Така получената стойност на σ се замества във формула (8.74) и от този израз се определя константата на Планк.

Точността, с която се определя константата на Стефан—Болцман, зависи от точността на уредите, с които се измерват големината на тока J във веригата на пластинката, падът на напрежението U в краищата ѝ и температурите T_1 и T_2 съответно на нажежената пластинка и околната среда. Ако означим абсолютните грешки, допускани в процеса на измерването на горните параметри, съответно с ΔJ, ΔU, ΔT_1 и ΔT_2, относителните грешки на търсените величини σ и h се изразяват с формулите

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta J}{J} + \frac{\Delta U}{U} + 4\,\frac{T_1^3}{T_1^4 - T_2^4}\,\Delta T_1 + 4\,\frac{T_2^3}{T_1^4 - T_2^4}\,\Delta T_2 \tag{8.79}$$

и

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{3}\,\frac{\Delta\sigma}{\sigma}. \tag{8.80}$$

Въз основа на (8.79) и (8.80) може да се изчислят абсолютните грешки $\Delta\sigma$ и Δh и да се сравнят експериментално получените стойности на σ и h с табличните. При достатъчно прецизна работа ширините на действително получените доверителни интервали за σ и h не трябва да превишават теоретично пресметнатите с помощта на формули (8.79) и (8.80).

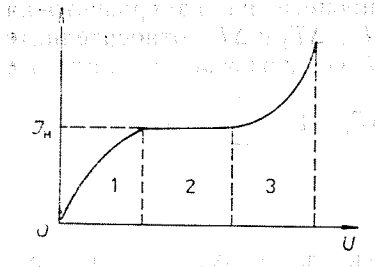
8.8. ДЕТЕКТОРИ НА ЙОНИЗИРАЩИ ЛЪЧЕНИЯ

Регистрирането на α-, β-, и γ- радиоактивно излъчване се основава на физичните явления, възникващи при взаимодействието на съответното лъчение с веществото. Най-често срещаните методи на регистрация са свързани с йонизиращото действие на лъчението. Наред с тях се използват и методи, ба-

зиращи се на топлинното, химичното и други негови действия, като например изменението на проводимостта на полупроводниците, предизвикването на сцинтилационно светене на някои фосфори, пораждането на процеси като външен фотоелектричен ефект, Комптънов ефект, образуване на комплекси от елементарни частици и др.

При йонизационните регистрационни методи обикновено се употребяват газоразрядни детектори, представляващи стъклен или метален балон, напълнен със специален газ, в който са вградени анод и катод. Пространството между електродите е работният обем на прибора, в който настъпва явлението йонизация, служещо за регистриране на навлезлите в детектора алфа- и бета-частици, гама-кванти, светлинни и рентгенови кванти, частици от космичното лъчение и др.

Най-простият детектор от йонизационен тип е йонизационната камера, която може да се разглежда като плосък (или съответно цилиндричен) кондензатор, пространството между електродите на който е запълнено с работната газова смес с налягане от порядъка на 100 mm Hg. След създаване на потенциална разлика U между двата електрода ще протече ток през детектора, ако под действие на попаднали и движещи се в обема му радиоактивни частици или кванти на електромагнитното излъчване се образуват свободни електрични заряди (йони и електрони). Големината на тока в газа зависи от приложеното напрежение U, но не е пропорционална на него, както при металните проводници (фиг. 8.27).



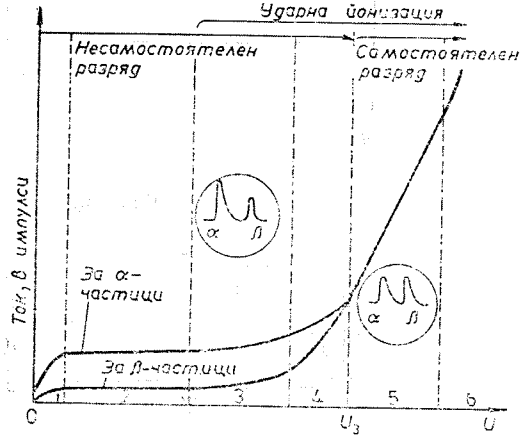
Фиг. 8.27

В областта *1* не всички йони, образувани под действие на лъчението, достигат до електродите. Част от тях при своето насочено движение в електричното поле се удрят с йони с противоположен знак и рекомбинират. Йонизационният ток в областта *2* не зависи от приложеното напрежение, тъй като електричното поле между електродите е толкова голямо, че всички образували се в обема на детектора за единица време йони достигат до електродите. Той се нарича ток на насищане $J_н$, чиято големина е пропорционална на йонизационния ефект (броя попаднали в камерата частици и тяхната енергия). В случая се регистрира сумарният ток, породен от преминаването през детектора на цял поток йонизиращи частици (една йонизираща частица създава много малък токов импулс, от порядъка на $10^{-16} \div 10^{-18}$ A, който трудно би могъл да бъде измерен). Поради тази причина йонизационните камери се изготвят със сравнително големи размери. Описаният режим на работа на йонизационната камера се нарича аналогов или режим на среден ток.

По-нататъшното повишаване на работното напрежение в камерата (област *3*) е свързано с появяването наред с началната и на допълнителна йонизация, наречена ударна. При нея образуваните в резултат на първичната йонизация електрони придобиват в полето между електродите толкова голяма кинетична енергия, че са в състояние да йонизират неутралните атоми и молекули от газовата смес. Възниква т. нар. газово усилване, в резултат на което чувствителността на прибора се увеличава многократно. При йонизационната камера, работеща в аналогов режим, областта *3* не се използува.

Освен в аналогов йонизационната камера може да работи и в импулсен (дискретен) режим. В този случай всяка йонизираща частица, навлязла в детектора, създава токов импулс, който директно се регистрира. Големината на тока във веригата на прибора се променя импулсно. От всичко гореизложено става ясно, че видът на работния режим (аналогов или съответно импулсен) не се определя от големината на приложеното напрежение.

В зависимост от големината U на приложеното напрежение между катода и анода могат да се разграничат следните режими във волтамперната характеристика на детектора, показана на фиг. 8.28 (в кръгче е посочена формата на импулсите от α- и β-частици, получени в пропорционален и в Гайгер-Мюлеров брояч):



Фиг. 8.28

1. Рекомбинационен режим, при който преобладаващата част от създадените в работния обем на прибора йони рекомбинират.

2. Режим на йонизационна камера.

3. Пропорционален режим, свързан с нарастването на тока с няколко порядъка. Амплитудата на сигнала зависи от йонизиращата способност на частицата, приложеното напрежение и размерите на детектора.

4. Режим на ограничена пропорционалност, с която завършва областта на несамостоятелния газов разряд.

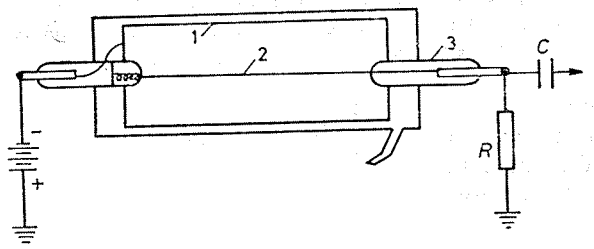
5. Режим на Гайгеров брояч, при който амплитудата на изходния импулс не зависи от йонизиращата способност на регистрираната частица, а зависи единствено от големината на

приложеното напрежение и размерите на детектора. Разрядът, възникващ в работния обем на прибора, е самостоятелен.

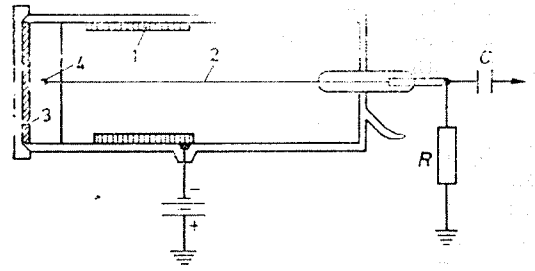
6. Режим на непрекъснат разряд, при който преминаването на частицата предизвиква пробив, т. е. самоподдържащ се самостоятелен електричен разряд, водещ до бързото износване на детектора.

За измерване на резултантната йонизация, предизвикана от радиоактивно излъчване на източници със сравнително висока активност, се използват йонизационни камери, работещи в режима *2*. Регистрацията на йонизиращи частици при невисоки активности на техните източници се извършва от детектори, работещи при режими $3 \div 6$, наречени съответно пропорционални, Гайгер-Мюлерови и искрови. Последните работят само при коронен разряд (преди искрата да е настъпила). Пропорционалният режим, режимът на ограничена пропорционалност и особено Гайгеровият се отнасят само за импулсен режим на работа на съответния детектор.

В зависимост от формата си детекторите биват цилиндрични (фиг. 8.29) и камбановидни (фиг. 8.30). За катод *1* на цилиндричния брояч служи метална или металнизирана тръба, чиято



Фиг. 8.29



Фиг. 8.30

външна част е остъклена. Анодът *2* се изработва във вид на тънка метална нишка, разположена във вътрешната част на цилиндъра по оста му. За намаляване на краевите ефекти нишката

2 преминава през тънка стъклена тръбичка *3* със заоблени краища.

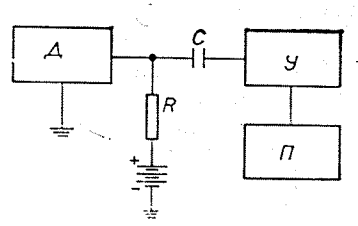
Камбановидният детектор се състои от металнизиран стъклен корпус *1*, служещ за катод, и метална жичка *2* — анод (фиг. 8.30). Радиоактивното лъчение попада в работния обем на брояча през берилиево или слюдено прозорче *3* с дебелина няколко десетки микрона. За предотвратяването на възможен коронен разряд краят на анода *2* се защитава с диелектрично покритие *4* под формата на капка.

Големината на интензитета $\vec{E}$ на електричното поле в цилиндричен брояч е обратнопропорционална на разстоянието r до оста му:

$$E = \frac{U}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \cdot \frac{1}{r}, \qquad (8.81)$$

където r_1 е радиусът на катода, а r_2 — радиусът на анода (метална нишка). Интензитетът на полето е най-голям в непосредствена близост до анода. Отношението на броя на електроните, достигащи анода, към броя на първичните електрони определя т. нар. коефициент A на газовото усилване, който бързо нараства с приложеното напрежение U (при големи напрежения интензитетът на полето дори и в точки, сравнително отдалечени от анода, е вече достатъчен за възникване на вторична йонизация в газа). С повишаване стойностите на U броячът преминава в пропорционален режим и съответно в режим на ограничена пропорционалност. Ако напрежението нарасне още повече, детекторът започва да работи в Гайгеров режим, при който генерираните импулси достигат няколко волта. Работният обем на броячите е запълнен с неон или аргон при налягане 100—200 mm Hg. Потенциалната разлика U между електродите при Гайгер-Мюлеровите и искровите детектори превишава потенциала на запалване на самостоятелния разряд $U_з$, за да може всяка частица, попаднала в обема на детектора, да предизвика ударна йонизация и самостоятелен газов разряд за кратък интервал от време от порядъка на $10^{-4} \div 10^{-6}$ s. Големината на работното напрежение U зависи от вида на газа и неговото налягане.

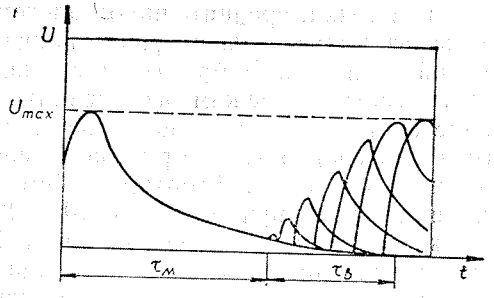
Протичането на разряда (фиг. 8.31) е свързано с възникването на електричен импулс във външната верига, който се усилва от усилвателя *У* и се подава на преброителното устройство *П*.



Фиг. 8.31

След навлизане на радиоактивна частица в работния обем на Гайгер-Мюлеров детектор *Д* образувалите се вследствие на първоначалното действие на ра-

диацията електрони и газови йони под действие на електричното поле започват да се придвижват към съответните електроди. Електронната лавина се дължи както на отделените електрони под действие на положителните йони с голяма енергия, неутрализиращи се на катода, така и в още по-голяма степен на възбудените атоми, които, завръщайки се в основното си състояние, излъчват фотони, предизвикващи фотоефект от повърхността на катода. Отделените фотоелектрони, движейки се към анода, йонизират и възбуждат нови атоми и създават следващата електронна лавина. Тези процеси се повтарят многократно и за времето на протичане на разряда през работния обем на детектора преминава серия от електронни лавини. Ако по време на образуването на поредната серия електронни лавини (след първата, дължаща се на външния йонизатор, създаващ първичната йонизация, и служеща за начало на самостоятелния разряд) в брояча попадне нова частица, той не би могъл да регистрира присъствието ѝ. Интервалът от време, през който не е възможно възникването на нова серия от лавини (т. е. продължителността на импулса в детектора), се нарича мъртво време $\tau_м$. Веднага след мъртвото време започва т. нар. възстановително време $\tau_в$ — вж. фиг. 8.32, през което е възможно възникването на нови лавини, но те са по-малки от максималните поради постепенното възстановяване на електричното поле между електродите. Чувствителността на детектора (конфигурацията на електричното поле) частично се възстановява с отдалечаването на положителните йони от областта на анода.



Фиг. 8.32

След време $\tau_м + \tau_в$ амплитудата на сигнала може да се изменя по големина, както при предходната лавинна серия, и детекторът регистрира следващата серия от лавини, породена от попадането в работния му обем на нова частица. (Електронната броячна апаратура, свързана с детектора, отчита поредната частица само при подаване на входа ѝ на сигнал с амплитуда, близка до максималната U_{max}, показана на фиг. 8.32, т. е. има определен праг на чувствителност.) В зависимост от начина на предотвратяване на възникване на самопроизволни лавини Гайгеровите детектори се делят на несамогасящи и самогасящи се.

В анодната верига на несамогасящите се детектори най-често се включва омово съпротивление с големина $10^8 — 10^{10}$ Ω.

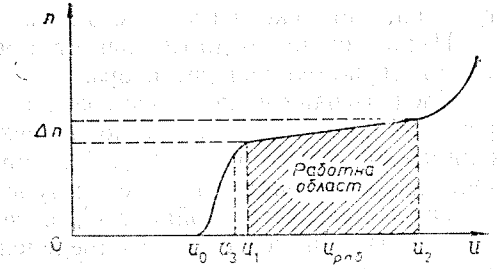
При възникване на токов импулс падът на напрежението върху него е значителен, което води до понижаване на потенциалната разлика между катода и анода под потенциала на горене на разряда. Токът става неустойчив и се прекъсва вследствие преустановяването на започналия самостоятелен разряд, свързано с преминаването на детектора от Гайгеров в пропорционален режим.

При електронните схеми на гасене на несамогасящите се детектори се използва т. нар. отрицателна обратна връзка, свързана с генерирането на отрицателен импулс на напрежението в момента на възникване на токов импулс във веригата. Този отрицателен импулс намалява потенциалната разлика между електродите, в резултат на което протичането на разряда, предизвикан от попадането на йонизираща частица в работния обем на детектора, се прекратява след интервал от време от порядъка на 10^{-4} s.

Разрядът при самогасящите се броячи се гаси посредством вкарването в обема на детектора на смес от спиртни пари, етилен или инертен газ и халогениди (хлор, бром, йод), като най-често срещаната комбинация е неон с малки добавки от бром. В случая молекулите на многоатомните газове поглъщат фотоните, без да излъчват електрони, а за едноатомни газове се избират електроотрицателни газове, чиито атоми лесно захващат електрони, образувайки малко подвижни комплекси. Въпросните комплекси не участвуват по-нататък в механизма на поддържане на разряда. Този вид Гайгер-Мюлерови детектори се наричат халогенни.

Основните параметри, характеризиращи газовия детектор като прибор за регистриране на йонизиращи частици, са: разделителна способност (максимална честота на броене); ефективност — отношението в проценти на регистрираните към попадналите в детектора частици; волт-амперна и импулсна характеристика, мъртво време.

Импулсната характеристика определя зависимостта на броя на регистрираните частици n за единица време от напрежението на детектора U при постоянна интензивност на излъчването и неизменно разстояние на детектора от радиоактивния източник (фиг. 8.33 — вид на импулсната характеристика на Гайгер-Мюлеровия брояч).



Фиг. 8.33

При достигане на праговата стойност на напрежението U_0 броячът започва да детектира частиците, излъчени от източника. Ко-

като работното напрежение U е по-ниско от потенциала на запалване $U_з$ на разряда, детекторът не работи като Гайгер-Мюлеров. При стойности на напрежението между U_0 и $U_з$ нараства броят на регистрираните частици, като областта $U_0 \leqq U \leq U_з$ съответствува на пропорционален режим на работа. След това се установява при $U_1 \leqq U \leqq U_2$ т. нар. плато на характеристиката — област, в която броенето слабо зависи от промяната на напрежението на детектора. При $U > U_2$ започва бързо увеличаване на скоростта на броене, дължащо се на лъжливи импулси, свързани с наличието на пробиви и пр.

Работното напрежение на детектора $U_{раб}$ се установява в средата на платото. Дължината на платото при качествените броячи е от порядъка на неколкостотин волта, а стръмността му не надвишава 5% (стойността на отношението $S = \frac{\Delta n}{n} . 100\%$ се нарича стръмност, като n е средната честота на броене за интервала $[U_1, U_2]$, в който честотата на броене нараства с Δn).

За точното определяне на работното напрежение на детектора е необходимо да се сними импулсната му характеристика, която е негова индивидуална особеност.

При липса на радиоактивен източник броячът може да отчита попадналите в работния му обем частици от космичното лъчение, от радиоактивни замърсявания в околната среда и други случайни причини. Честотата на броене в този случай определя т. нар. фон на детектора. При по-точни измервания за отстраняване влиянието на страничните фактори детекторът и радиоактивният източник се поместват в оловен контейнер.

8.8.1. Построяване на импулсната характеристика на Гайгер-Мюлеров брояч

За снемане импулсната характеристика на Гайгер-Мюлеровия детектор може да се използува съветската броячна апаратура «Радиометър Б-4».

Редът на включване и последователността на операциите при работа с броячната апаратура се описват в подробна инструкция, приложена към постановката.

Първоначално радиоактивният препарат се поставя на специален държател под детектора.

След загряване на апаратурата в продължение на 10 минути чрез потенциометъра за високо напрежение се повишава напрежението на детектора от 0 до U_0, при което преброителят започва да регистрира първите импулси. Напрежението се установява на праговата стойност U_0 и се прави първото измерване на броя на импулсите N за определено време t (от 1 до 5 минути в зависимост от активността на източника). След това напрежението се повишава през 10 V, като при всяка негова стойност се прави по едно измерване за същото време t на честота на броене n. След достигане областта на платото ($U \geq U_1$ от фиг. 8.33) измерванията се извършват през 50 V, като се внимава напрежението да не превиши праговата стойност U_2 от графиката на фиг. 8.33. Когато се установи, че детекторът е излязъл от платото, се провеждат най-много още две измервания през 10 V за време не повече от 1 минута, след което прилаганото напрежение бързо се понижава.

Данните от измерванията се нанасят в табл. 8.4.

Таблица 8.4

№ по-ред	Напрежение U, V	Време на измер-ване t, min	Брой на рег. импулси N	Честота на броене $n = \frac{N}{t}$, $\frac{imp}{min}$
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				

Построява се графичната зависимост на честотата на броене във функция от приложеното на детектора напрежение. От графиката се определя работното напрежение $U_{раб}$ на брояча. От импулсната характеристиката на Гайгер-Мюлеровия детектор се изчислява стръмността S на платото.

При определянето на фона радиоактивният източник се поставя в оловен контейнер и се отстранява от детектора. Отчита се броят N' на регистрираните от брояча импулси за време $t' = 10$ min при напрежение, равно на работното. Фонът на детектора $n_ф$ се изразява чрез стойността на отношението $n_ф = \frac{N'}{t'}$.

Броят на регистрираните от Гайгер-Мюлеровия детектор радиоактивни частици за какъвто и да е определен интервал от време Δt флуктуира, т. е. за едно и също време се регистрират различен брой частици при неизменни останали условия, свързани с експеримента. Тези флуктуации се дължат преди всичко на неопределеността на измерваната величина от областта на микросвета и се подчиняват на закономерности от статистически характер. При ниски активности на източника броят N на регистрираните за фиксирано време t частици се подчинява на Поасоновото разпределение, а при високи — на Гаусовото, и се характеризира със средна стойност $\bar{N}$. Флуктуациите на N се описват със средноквадратично отклонение σ_N, което и за двете разпределения е равно на $\sqrt{\bar{N}}$. Смисълът на това отклонение е, че действителната стойност на средния брой $\bar{N}$ частици, регистрирани за време t, се намира в интервала $\bar{N} \pm \sqrt{\bar{N}}$ с вероятност 68,3%.

В такъв случай относителната грешка за $\overline{N}$ ще бъде $\delta_{\overline{N}} = \frac{\sigma_N}{N} = \frac{\sqrt{\overline{N}}}{\overline{N}} = \frac{1}{\sqrt{\overline{N}}}$. Реципрочната стойност на $\delta_{\overline{N}}$, т.е. $\frac{1}{\delta_{\overline{N}}} = \sqrt{\overline{N}}$, определя точността на серията проведени измервания, като с нарастване на времето за измерване t ще нарастват $\overline{N}$ и $\sqrt{\overline{N}}$, а следователно и точността на самото измерване.

При достатъчно голям брой регистрирани частици N се оказва, че $N \approx \overline{N}$ и $\sigma_N = \sqrt{\overline{N}} \approx \sqrt{N}$. Въз основа на този факт при големи стойности на N не е необходимо да се правят серия измервания, за да се определят $\overline{N}$ и σ_N. Достатъчно е да се използува еднократно измерената стойност N и нейната грешка $\sqrt{N}$, за да може да се твърди с вероятност, по-голяма от 68,3%, че интервалът $N \pm \sqrt{N}$ ще съдържа средната стойност на цяла серия измервания на N.

Следователно като особено важен елемент в процеса на работа с Гайгер-Мюлеровия детектор следва да се приеме оптималният избор на времето t за измерване броя на регистрираните от апаратурата импулси при наличието на съответен фон и радиоактивен източник с определена активност. Този избор трябва да осигурява с добро приближение изпълнението на условията $N = \overline{N}$ и $\sigma_N = \sqrt{N}$, за да не се налага вместо по едно измерване за дадена стойност на работното напрежение на детектора да се правят цяла серия от измервания, от които да се определя $\overline{N}$.

8.8.2. Определяне мъртвото време на брояч на апаратура по метода на два източника

Една от основните характеристики на газоразрядния брояч като детектор на частици е неговата разделителна способност или максимална честота на броене. Под максимална честота на броене на един детектор се разбира най-големият брой импулси n_{max}, които той може да регистрира за единица време. Величината n_{max} е тясно свързана с другата основна характеристика на брояча — неговото мъртво време $\tau_м$. За равномерно разпределени импулси мъртвото време $\tau_м$ е равно на реципрочната стойност на максималната честота на броене n_{max}, т.е. $\tau_м = \frac{1}{n_{max}}$.

След изтичането на възстановителното време $\tau_в$ детекторът е в състояние да отговори с нормален по амплитуда импулс на попадащите в работния му обем частици.

Различните стъпала на свързаната с детектора електронна преброителна апаратура също притежават мъртво време. Елементът с най-голямо мъртво време определя стойността на това време на цялата броячна уредба, при положение че останалите

възли от апаратурата имат пренебрежимо малки в сравнение с неговото мъртви времена.

Наличието на мъртво време при Гайгер-Мюлеровите детектори и броячните апаратури не позволява чрез директно измерване да се отчете броят частици, попаднали в работния обем на брояча за единица време. Ако мъртвото време τ обаче е известно, този брой лесно може да бъде намерен.

Нека от n частици, попадащи в детектора за единица време, постановката регистрира n_{per} частици. Тъй като след всяка частица има период от мъртво време τ, през който апаратурата не регистрира други частици, общото мъртво време за единица време ще бъде $\Delta\tau = \tau n_{per}$. Ако допуснем, че броячът и уредбата, свързана с него, са в състояние да регистрират всяка попаднала в детектора частица, през това време те биха регистрирали допълнително още $n\Delta\tau$ частици. Следователно действителният брой частици n, навлезли в детектора за единица време, се определя от съотношението

$$n = n_{per} + n\Delta\tau, \tag{8.82}$$

или

$$n = \frac{n_{per}}{1 - n_{per}\tau}. \tag{8.83}$$

Изразът (8.83) може да бъде използван и за определяне на мъртвото време τ на броячната апаратура.

За нуждите на упражнението може да се използва съветската броячна апаратура «Радиометър Б—4». След 10-минутно прогряване на апаратурата с потенциометъра за високо напрежение се установява работното напрежение на детектора, съответстващо на средата на платото от Гайгеровата област на самостоятелния газов разряд. Определя се фонът на детектора $n_ф$ като отношение на броя N' на регистрираните за време $t' = 10$ min импулси в отсъствие на радиоактивни източници, т. е.

$$n_ф = \frac{N'}{t'}. \tag{8.84}$$

След това в единия край на държателя на Гайгер-Мюлеровия детектор върху специална поставка се помества даден радиоактивен препарат, който дотогава се е намирал в оловна защита. Отчита се броят на частиците n'_{1per}, регистрирани от преброителната апаратура за единица време. Броят частици n_{1per}, които постановката би регистрирала без наличието на фон, в случая е

$$n_{1per} = n'_{1per} - n_ф, \tag{8.85}$$

а действителният брой частици n_1, навлезли в обема на брояча, се определя по формула (8.83)

$$n_1 = \frac{n_{1per}}{1 - n_{1per}\tau}. \tag{8.86}$$

След завършване на измерването в срещуположния край на държателя се поставя втори радиоактивен източник, изваден от оловен контейнер. Извършва се отчитане на броя n'_{12per} на регистрираните от апаратурата частици, излъчени от двата източника за единица време, а с корекцията за фона се намира броят n_{12per} на действително отчетените частици. Истинският брой частици n_{12}, попаднали за това време в работния обем на брояча, е

$$n_{12}=\frac{n_{12per}}{1-n_{12per}\tau}. \tag{8.87}$$

След приключване на поредното измерване първият източник се помества в оловната си защита и се отстранява от Гайгер-Мюлеровия детектор, като след това се повтаря измерването само с втория източник и се определят величините n'_{2per}, n_{2per} и

$$n_2=\frac{n_{2per}}{1-n_{2per}\tau}, \tag{8.88}$$

напълно аналогични на n'_{1per}, n_{1per} и n_1 от първото измерване.

Като се вземе предвид, че броят n_{12} на попадналите за единица време в детектора частици, излъчени от двата източника, е равен на сумата n_1+n_2 от частиците, излъчени поотделно от източниците и навлезли в обема на брояча за същото време, получаваме

$$n_{12}=n_1+n_2 \tag{8.89}$$

или

$$\frac{n_{12per}}{1-n_{12per}\tau}=\frac{n_{1per}}{1-n_{1per}\tau}+\frac{n_{2per}}{1-n_{2per}\tau}. \tag{8.90}$$

Изразът (8.90) представлява квадратно уравнение по отношение на τ, решението на което се опростява при предположение, че членът, съдържащ τ^2, като много малък по отношение на τ, може да бъде пренебрегнат. В този случай мъртвото време τ се представя във вида

$$\tau=\frac{n_{1per}+n_{2per}-n_{12per}}{2n_{1per}n_{2per}}. \tag{8.91}$$

След опитно определяне на величините n_{1per}, n_{2per} и n_{12per} и заместването им в (8.91) се пресмята стойността на мъртвото време τ на броячната апаратура.

8.9. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ГАМА-ЛЪЧИ С ВЕЩЕСТВО

Гама-лъчите представляват електромагнитно излъчване с много малка дължина на вълната от порядъка на $10^{-10}\div10^{-13}$ m, вследствие на което имат силно изразени корпускулярни свойства, т. е. разглеждат се като поток частици — гама-кванти (фотони), с енергия $E=h\nu$ и импулс $p=h\nu/c$. Те биват твърди и меки. Твърдото лъчение възниква при преход на ядрата от едно енергетично състояние в друго с по-ниска енергия и при различните ядрени превръщания като радиоактивно разпадане, ядрени реакции, делене на ядрото и др. Меките гама-лъчи се получават при промяна в подреждането на електронните обвивки на атомите. Гама-лъчение възниква също и като страничен ефект при забавяне движението на заредени частици в различни среди (спирачно рентгеново лъчение), както и при анихилация на частици и античастици и други процеси.

Гама-квантите не притежават електричен заряд, тяхната маса в покой е равна на нула, а енергията им се изменя в широки граници — от няколко десетки keV до няколко MeV. Гама-лъчението притежава голяма проникваща способност. Основните процеси, протичащи при взаимодействието на гама-лъчите с веществото, са: фотоелектрично поглъщане, комптъново разсейване и образуване на електронно-позитронни двойки. При енергия на лъчението под 0,5 MeV отслабването му се дължи главно на фотоефекта, при който енергията на γ-кванта се поглъща от електрон от обвивката на атома. В резултат на това електронът придобива енергия, по-голяма от енергията му на свързване, и напуска атома под формата на свободен електрон. Освободеното след излитането на електрона място се заема от електрон от някой от по-външните електронни слоеве, при което възниква характеристично рентгеново лъчение.

Сечението на фотонното захващане $\sigma_ф$ на атомите на поглъщащото γ-лъчи вещество, дължащо се на фотоефект и характеризиращо вероятността за възникване на фотоефекта, отнесено към един атом, зависи от енергията на гама-кванта $h\nu$ и от заряда на ядрото на атома

$$\sigma_ф \sim \text{const}.Z^5/(h\nu)^{3,5}, \tag{8.92}$$

където Z е поредният номер на химичния елемент. От формула (8.92) се вижда, че фотоефектът преобладава при елементи с голям пореден номер и сравнително ниски стойности на енергията на фотоните ($E\leqq 100$ keV).

Комптъновото разсейване протича при еластичен удар на γ-квант със свободен или слабо свързан електрон. В резултат на това взаимодействие γ-квантът предава на електрона част от своята енергия $E_\varphi=h\nu$, зависеща единствено от ъгъла на разсейване φ, и част от импулса си $p_\varphi=\frac{h}{\lambda}$. Ролята на комптъновия ефект става съществена в случаите, когато енергията на гама-квантите е много по-голяма от енергията на свързване на електроните в атома ($0{,}5\,\text{MeV}\leqq E_\varphi\leqq 5\text{MeV}$). В този случай електроните в атома могат да се разглеждат като свободни.

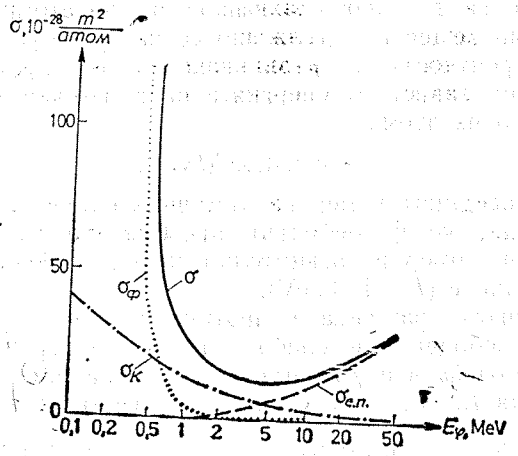
Вероятността за осъществяване на комптънов ефект в облъчваното вещество, изразявана чрез сечението на фотонно захващане на атома σ_K, предизвикано от комптънов ефект, се изра-

явява като сложна функция на енергията на γ-кванта (формула на Там—Клайн—Нишина) и е пропорционална на Z. Когато енергията на фотона е много по-голяма от енергията на електрона в покой, формулата се опростява и показва, че $\sigma_к$ намалява с нарастването на енергията на γ-кванта, но не така рязко, както при фотоефекта.

При енергии, по-големи от 1,02 MeV, в електричното поле на ядрата се наблюдава и процес на поглъщане на γ-лъчи, свързан с образуването на електронно-позитронни двойки. Вероятността за възникването на този процес $\sigma_{е.п.}$, отнесена към един атом от поглъщащото вещество, е приблизително пропорционална на Z^2 и по сложен начин зависи от енергията на фотона. Когато $E > 1{,}02$ MeV, фотоефектът дори при най-тежките елементи не играе никаква роля и вероятността за образуването на двойките става съизмерима с тази на комптъновото разсейване. Така например при оловото двете вероятности се изравняват при енергия на γ-кванта $E_\varphi = 4{,}7$ MeV.

Пълното сечение σ на фотонното захващане на атомите на веществото се явява сумата от $\sigma_ф$, $\sigma_к$ и $\sigma_{е.п.}$, дължащи се на трите процеса, свързани с отслабването на интензитета на γ-лъчението във веществото:

$$\sigma = \sigma_ф + \sigma_к + \sigma_{е.п.}. \tag{8.93}$$



Фиг. 8.34

На фиг. 8.34 са показани зависимостта на големината на пълното сечение σ на фотонното захващане на атомите на оловото във функция от енергията E_φ на γ-кванта, както и графичният вид на зависимостите $\sigma_ф = f(E_\varphi)$, $\sigma_к = f(E_\varphi)$ и $\sigma_{е.п.} = f(E_\varphi)$.

Ако се умножи изразът (8.93) с концентрацията на атомите

n_a от веществото, се получава сумарният коефициент на отслабване μ на γ-лъчите, състоящ се от три компоненти, дължащи се съответно на фотоелектрично поглъщане $\mu_ф$, комптъново разсейване $\mu_к$ и образуване на електронно-позитронни двойки $\mu_{е.п.}$:

$$n_a\sigma = \mu = \mu_ф + \mu_к + \mu_{е.п.}. \tag{8.94}$$

При преминаване на успореден сноп гама-лъчи през веществото част от фотоните напускат снопа поради наличието на вече описаните три ефекта. Не бива да се забравя, че преминаването е свързано само с намаляване броя на фотоните, но не и на енергията им, така че коефициентът μ, характеризиращ поглъщането на γ-квантите в облъчваното вещество, не зависи от изминатия път.

Ако с $-dN$ се означи броят на излезлите от снопа γ-кванти на разстояние dl от веществото, то този брой ще бъде пропорционален на общия брой фотони N и изминатия път dl:

$$-dN = \mu N dl, \tag{8.95}$$

След интегриране на горното уравнение в граници от 0 до d се получава

$$N = N_0 e^{-\mu d}, \tag{8.96}$$

където N_0 е броят на фотоните, попаднали върху повърхността на облъчваното вещество. От израза (8.96) чрез логаритмуване може да се определи коефициентът на отслабване на γ-лъчите във функция от изменението на броя на фотоните при преминаването им през веществото и дебелината d на слоя от него:

$$\mu = \frac{\ln (N_0/N)}{d}. \tag{8.97}$$

Тъй като интензитетът на γ-лъчението е пропорционален на броя на γ-квантите ($J_0 \sim N_0$ и $J \sim N$) зависимостта (8.96) може да се запише и във вида

$$J = J_0 e^{-\mu d}, \tag{8.98}$$

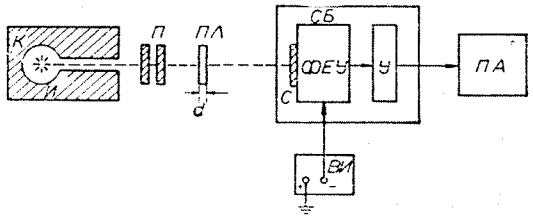
където J_0 е интензитетът на успоредния сноп γ-лъчи до взаимодействието им с веществото, а J — интензитетът на лъчението след преминаване през хомогенен слой с дебелина d.

Коефициентът на отслабване μ зависи от атомната маса на поглъщащото вещество и дължината на вълната на γ-лъчите. В SI единицата му е m^{-1}, а реципрочната му стойност $1/\mu$ е равна на дебелината на слой, отслабващ e пъти лъчението. Много често поглъщащата способност на веществото се характеризира посредством дебелината $d_{1/2}$ на слой, намаляващ на половина интензитета на преминалите през него γ-лъчи, наречен слой на полупоглъщане. Връзката между $d_{1/2}$ и μ се намира след логаритмуване от равенство (8.97):

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0{,}69}{\mu}. \tag{8.99}$$

8.9.1. Определяне коефициента на отслабване на гама-лъчи в твърди тела

В оловния контейнер K, служещ и за колиматор, се помества източникът $И$ на гама-лъчите (фиг. 8.35). Като такъв най-често се използва радиоактивен кобалт $^{60}_{27}Co$ с период на полуразпадане 5,24 години. Той излъчва β-лъчи с енергия $E_\beta = 0{,}306$ MeV и γ-лъчи с енергии $E_{\varphi_1} = 1{,}174$ MeV и $E_{\varphi_2} = 1{,}332$ MeV.



Фиг. 8.35

От контейнера-колиматор излиза тесен успореден сноп гама-лъчи, който преминава през система от поглъщатели $П$ и попада на сцинтилационния детектор $С$. Сигналите от детектора се подават на фотоелектронния умножител $ФЕУ$ и на усилвателя $У$. Подходящо усилените сигнали се регистрират от преброителната електронна апаратура $ПА$. Сцинтилационният брояч $СБ$, състоящ се от детектора $С$, умножителя $ФЕУ$ и усилвателя $У$, се захранва от високоволтов изправител $ВИ$.

Една от основните задачи при работа с постановката се свежда до правилното определяне на работното напрежение на фотоелектронния умножител. Най-често срещаните фотоумножители регистрират и шумови импулси със сравнително големи честоти и амплитуди. Поради тази причина към импулсите, генерирани от γ-лъчите, се прибавят и шумови импулси, и в импулсната характеристика на детектора не се наблюдава хоризонтален участък (плато). Наклонът на характеристиката се определя от качествата и размерите на сцинтилационния кристал $С$, характеристиките на фотоелектронния умножител, енергетичния спектър и вида на регистрираното лъчение.

За определянето на работното напрежение на умножителя предварително се снемат импулсната и шумовата характеристика на сцинтилационния брояч при едни и същи стойности на напрежението U. Резултатите от измерванията на броя на регистрираните за определен интервал от време t импулси $N_{рег}$ при открит източник и $N_ш$ при закрит с оловно капаче изход на контейнера K се нанасят в табл. 8.5. В нея се записва и отношението $n_{рег} = N_{рег}/N_ш$. При измерването на $N_ш$ към регистрираните от електронната схема шумови импулси се добавят и сигнали, дължащи се на космичните лъчи и на радиоактивни замърсявания.

Таблица 8.5

№ на изм.	U, V	Брой на рег. имп. $N_{рег}$ при открит изт.	Брой на рег. имп. $N_ш$ при закрит изт.	$n_{рег} = N_{рег}/N_ш$
1.				
2.				
3.				
.				
.				
.				

Построява се графично зависимостта $n_{рег} = f(U)$, като работното напрежение на фотоумножителя се избира в средата на полегатата част на кривата.

Отслабването на γ-лъчението при преминаването му през веществото се изследва с помощта на оловни, железни и алуминиеви пластини $ПЛ$ (поглъщатели) с известна дебелина d, които се поставят на определено разстояние от сцинтилационния детектор на пътя на лъчите. Измерва се броят на частиците, попадащи в брояча за определено време t, при наличие (N) и в отсъствие (N_0) на поглъщател. Следва да се отчита обстоятелството, че поради наличието на мъртво време броячната апаратура регистрира по-малък брой импулси, отколкото в случая, ако мъртвото време би било равно на нула. При малки интензитети на γ-лъчението тази разлика е нищожна и може да се пренебрегне.

Намира се броят $n = \frac{N}{t}$ на регистрираните за единица време частици при различни дебелини на пластините. При определянето на N и N_0 е необходимо от показанията на брояча N' и N'_0 да се извежда фонът $N_Ф$, т.е. броят регистрирани импулси за време t от детектора при напрежение, равно на работното, без радиоактивен източник, т. е.

$$\begin{aligned} N &= N' - N_Ф, \\ N_0 &= N'_0 - N_Ф. \end{aligned} \tag{8.100}$$

Фонът се дължи на шумови импулси, космическо лъчение и радиоактивни замърсявания в работното помещение и в детектора и се отчита при всяко измерване.

Пресмята се броят $n_0 = \frac{N_0}{t}$ на частиците, регистрирани от апаратурата за единица време при наличието на източник на γ-лъчи, без да се поставят пластини пред детектора. Намира се логаритъмът на отношението n_0/n за всяка дебелина d на поглъщателя. Данните се нанасят в табл. 8.6.

Таблица 8.6

Поглъщател	d,mm	N', Бр. рег. имп.	N_ϕ, Бр. имп.	$N=N'-N_\phi$, Бр. имп.	$n=N/t$, Бр. имп. за ед. вр.	N'_0, Бр. рег. имп.	$N_0=N'_0-N_\phi$, Бр. имп.	$n_0=N_0/t$, Бр. имп. за ед. вр.	$\ln n_0/n$
Pb									
Pb									
Pb									
Fe									
Fe									
Fe									
Al									
Al									
Al									

Построява се графичната зависимост $\ln n_0/n = f(d)$ поотделно за Pb, Fe и Al. От графиките се определят коефициентите на отслабване на γ-лъчите в олово, желязо и алуминий съгласно (8.97).

Съществена гаранция за правилното провеждане на експеримента представлява успоредността на снопа γ-лъчи, зависеща от ширината на процепа на контейнера-колиматор. При отвори с диаметър, по-голям от 2 mm, съществува реална опасност от нарушаване успоредността на излъчвания сноп, свързана с промяна на енергетичния спектър на разсеяните фотони, оставащи в снопа, при преминаването му през облъчваното вещество. В този случай формулата (8.96), въз основа на която става определянето на μ, вече не е в сила.

Друг, не по-малко значителен от експериментална гледна точка, елемент е свързан с правилния избор на работното напрежение на фотоумножителя, гарантиращ нужната чувствителност и прецизност в отчитанията.

След спазване на горните две изисквания статистическата

дисперсия от средния резултат при измерването на фона не трябва да превишава 1%, а процентната грешка при определянето на коефициентите на отслабване на γ-лъченията в облъчваните вещества не следва да бъде по-голяма от 3%.

8.10. ЕСТЕСТВЕНА РАДИОАКТИВНОСТ

Процесът на излъчване от ядрата на една или няколко елементарни частици, в резултат на което неустойчиви изотопи на даден химичен елемент се превръщат в изотопи на друг елемент, се нарича радиоактивност.

Радиоактивността бива два вида — естествена и изкуствена Явлението естествена радиоактивност е открито през 1896 г. от А. Бекерел и подробно изучено още през първото десетилетие на настоящия век от съпрузите Мария и Пиер Кюри, както и от Е. Ръдърфорд и неговите сътрудници. През 1934 г. френските физици Ирен и Ф. Жолио Кюри откриват изкуствената радиоактивност, т. е. радиоактивност на ядра — продукти от ядрени реакции, която впоследствие придобива особено важно значение. Между естествената и изкуствената радиоактивност принципна разлика няма.

Естественото превръщане на ядрата, протичащо самопроизволно, се нарича радиоактивно разпадане или само разпадане. Изследванията показват, че разпадането не зависи от външните условия и от концентрацията на радиоактивните атоми.

Ако в момента $t=0$ има N_0 радиоактивни ядра, техният брой N намалява с времето по закона

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{8.101}$$

наречен закон за радиоактивното разпадане.

Коефициентът λ се нарича константа на радиоактивното разпадане и отчита статистическия характер на процеса, т. е. че разпадането на дадено ядро е случайно събитие, протичащо с една или друга вероятност. λ не зависи от времето и от външните условия, при които протича процесът, а характеризира особеностите на разпадащите се ядра от даден вид.

За определянето на устойчивостта на ядрата по отношение на разпадането, се въвежда понятието период на полуразпадане T, което оценява продължителността на живота на даден радиоактивен изотоп.

Периодът на полуразпадане T се дефинира като интервала от време, през който се разпадат половината от началния брой ядра, т. е. $N = N_0/2$. От закона (8.101) следва, че

$$N = N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T}, \tag{8.102}$$

откъдето за T се получава

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}. \tag{8.103}$$

Размерността на константата λ на радиоактивното разпадане T^{-1} и в SI се измерва в s^{-1}.

Като се има предвид (8.103) законът за радиоактивното разпадане се записва и във вида

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}. \tag{8.104}$$

За време $\tau = 1/\lambda$, наречено средно време на живот, броят на радиоактивните ядра намалява e пъти, тъй като в този случай $N = N_0/e$.

Скоростите на разпадане на ядрата dN/dt в различните моменти от време $t=0$ и t се определят от (8.101):

$$(dN/dt)_{t=0} = -\lambda N_0, \qquad (dN/dt)_t = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}. \tag{8.105}$$

Ако разпадането на всяко ядро на определен изотоп е свързано с излъчването на елементарна частица, то регистрирането ѝ позволява да се изследва процесът на радиоактивно разпадане в количествено отношение.

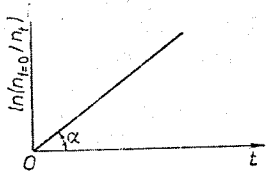
След почленно делене на уравненията от системата (8.105) и като се знае, че броят частици $n_{t=0}$ и n_t, които могат да се регистрират от пребройтелна апаратура в двата различни момента $t=0$ и t, е пропорционален на съответните скорости на разпадане $(dN/dt)_{t=0}$ и $(dN/dt)_t$, се стига до израза

$$n_{t=0}/n_t = e^{\lambda t}. \tag{8.106}$$

Чрез логаритмуване се получава зависимостта

$$\ln (n_{t=0}/n_t) = \lambda t, \tag{8.107}$$

чиято графика е права линия, която минава през началото на координатната система (фиг. 8.36).



Фиг. 8.36

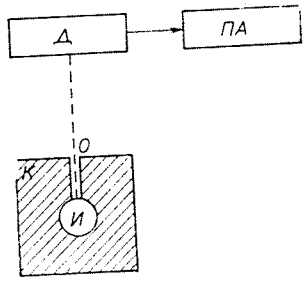
Наклонът на тази права е различен за различните елементи и определя големината на константата на радиоактивното разпадане

$$\lambda = k \operatorname{tg} \alpha, \tag{8.108}$$

където k е константа, изразяваща съотношението между размерностите на измерваните величини, нанасяни по двете оси на координатната система.

8.10.1. Определяне периода на полуразпадане на радиоактивен изотоп

Радиоактивният изотоп $И$, чийто период на полуразпадане следва да се определи опитно, се поставя в оловен контейнер $К$, играещ ролята и на колиматор (фиг. 8.37). Най-удобно е да се използва изотоп със сравнително малко средно време на живот. Особено подходящ за случая е метастабилният индий 113 m ($^{113m}_{49}$In) с период на полуразпадане 98 минути, получен като дъщерен продукт от калаен генератор. Механизмът на радиоактивно разпадане на калая е следният: вследствие на електронно захващане от K-обвивката калай-113 се превръща в метастабилен индий 113 m с изпускане на неутрино ν_e, търпящ изомерен преход, при който се излъчва γ-квант с енергия 393 keV. Процесът протича по схемата



Фиг. 8.37

$$^{113}_{50}\mathrm{Sn} + e^- \longrightarrow {}^{113m}_{49}\mathrm{In} + \nu_e, \qquad {}^{113m}_{49}\mathrm{In} \longrightarrow {}^{113}_{49}\mathrm{In} + \gamma. \tag{8.109}$$

Моноенергетичните гама-кванти се регистрират с помощта на Гайгер-Мюлеров или сцинтилационен детектор $Д$, разположен над отвора $О$ на контейнера. Детекторът се свързва със съответна електронна пребройтелна апаратура $ПА$.

Поради това, че детекторът регистрира не само попаднали в работния му обем γ-кванти, но и съответния фон, необходимо е преди започване на работа по определяне периода на полуразпадане на радиоактивния изотоп да се измери фонът. За целта контейнерът $К$ се отдалечава от детектора, на последния се подава напрежение, равно на работното, и се отчита броят на импулсите $n_ф$, регистрирани за единица време (1 минута).

Впоследствие детекторът $Д$ на γ-лъчението се поставя непосредствено над отвора $О$ на контейнера $К$ с радиоактивния $^{113m}_{49}$In. Включват се едновременно пребройтелната уредба и секундомер, като се отчита броят на регистрираните импулси n_t' за 1 минута (честотата на броене) в началото на измерването n_0', от петата до шестата минута n_5', от десетата до единадесетата минута n_{10}' и т. н., през пет минути, до тридесетата минута n_{30}'. След всяко поредно измерване броячът се спира, нулира се и отново се включва за време 1 минута при следващото мерене. Така получените стойности n_t' се коригират с фона $n_ф$, за да се

намери действителният брой n_t регистрирани от преброителя γ-кванти, за всеки от интервалите, през които се отчита честотата на броене. Този брой е пропорционален на съответните скорости на разпадане $(dN/dt)_t$ на ядрата на радиоактивния изотоп. Резултатите се нанасят в табл. 8.7.

Таблица 8.7

№ на пор. измерване	Време на разпадане t, min	Брой регистр. импулси n_t'	Брой регистр. γ-кванти $n_t=n_t'-n_\phi$	$\ln(n_{t=0}/n_t)$ $(t=5, 10, 15, \ldots, 30)$
1	0			0
2	5			
3	10			
4	15			
5	20			
6	25			
7	30			

Намира се логаритъмът на отношението $n_{t=0}/n_t$ и се построява графичната зависимост $\ln(n_{t=0}/n_t)=f(t)$, от която се определя константата на радиоактивното разпадане λ (вж. формула (8.108)). Изчисляват се средното време на живот $\tau=1/\lambda$ и периодът на полуразпадане на радиоактивния изотоп $T=\ln 2/\lambda$.

Коректността при определянето на константата на радиоактивното разпадане, респ. на периода на полуразпадане, зависи съществено от правилния избор на работното напрежение $U_{раб}$ на детектора. Ако стойността на това напрежение не е изрично посочена в упътването за работа с брояча, необходимо е първо да се снеме импулсната характеристика на детектора, от която да се намери $U_{раб}$.

При някои постановки със сравнително голямо мъртво време на техните преброителни апаратури ($\tau>1.10^{-4}$ s) е необходимо при изчисляването на n_t да се отчита не само влиянието на n_ϕ, но и това на τ. В тези случаи стойностите n_t се пресмятат по формулата

$$n_t=\frac{n_t''}{1-n_t''\tau}, \quad \text{където } n_t''=n_t'-n_\phi. \tag{8.110}$$

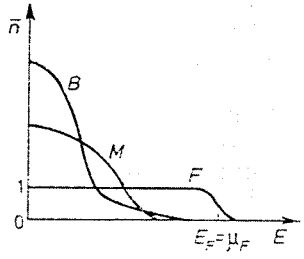
Следва да се отбележи също така, че прецизността в работата по определянето на λ и T е свързана с правилното разполагане на детектора $Д$ по отношение на контейнера $К$ с радиоактивния препарат и със запазване местоположението на $Д$ и $К$ през цялото време на провеждане на измерванията.

9. КОНДЕНЗИРАНИ СРЕДИ

Кондензирани са материалните среди, образувани от свързани атоми. Разпределението на плътността на вероятността, с която система от много частици самопроизволно заема възможните си състояния, често се изразява със зависимостта на средния брой $\bar{n}_i$ на частиците в едно и също тяхно състояние от енергията E_i на възможните им състояния

$$\bar{n}_i=\frac{1}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}+\delta}, \tag{9.1}$$

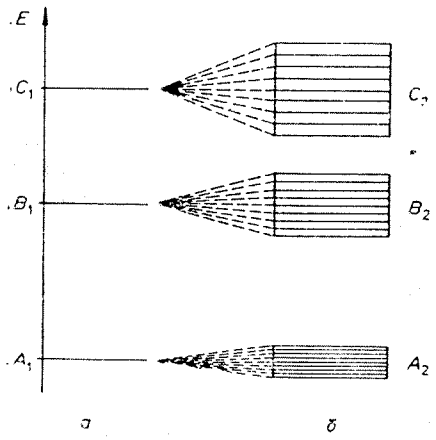
където химичният потенциал μ се определя от условието за постоянство на общия брой на частиците в системата. При разпределения на Максуел и на Болцман $\delta=0$, при разпределение на Ферми—Дирак $\delta=1$, а при разпределение на Бозе—Айнщайн $\delta=-1$ (фиг. 9.1). Разпределенията на Максуел и на Болцман са валидни за системи на различими една от друга частици, чиито енергии и положения може непрекъснато да се изменят. Пример за системи от такива обикновени частици са газовете при достатъчно високи температури. С понижаване на температурата или с увеличаване на налягането на газовете, когато пространственият период $\lambda=\frac{h}{p}$ на частиците им стане колкото разстоянията между тях, започва да се проявява несиловото взаимодействие, което се дължи на неразличимостта на частиците. Тогава тези частици трябва вече да се разглеждат като микрочастици, чиито състояния се квантуват. При квантуван газ от микрочастици с цял спин, наречени бозони, в едно и също микростояние може да има произволен брой еднакви бозони. А при квантуван газ от микрочастици с полуцял спин, наречени фермиони, всяко микросъстояние може да бъде заемано само от един фермион.



Фиг. 9.1

9.1. ЕНЕРГЕТИЧНА СТРУКТУРА НА ТВЪРДИ СРЕДИ

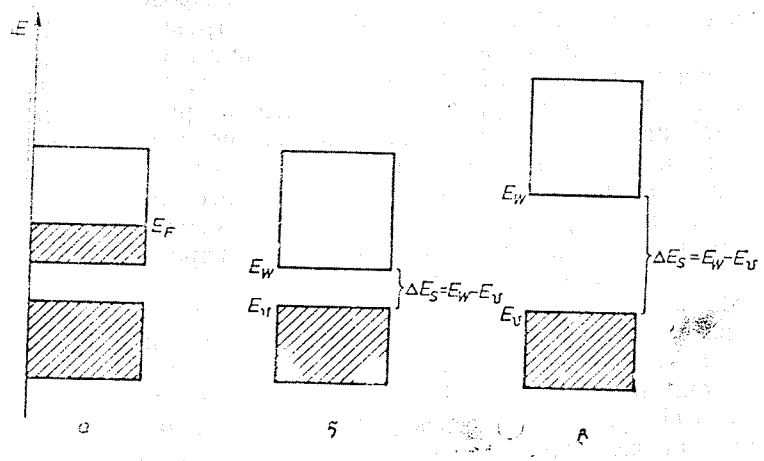
Свободният атом се описва като система от ядро и електрони, които може да заемат само строго определени енергетични нива, означени на фиг. 9.2, *а* с линиите A_1, B_1 и C_1. В твърдите кондензирани среди атомите са сближени на разстояния, колкото са техните размери, поради което всеки атом взаимодействува с огромен брой разположени около него други атоми. Като резултат на това атомните енергетични нива се разцепват на общи за твърдата среда и близки едно до друго нови енергетични нива, чийто брой е равен на броя на взаимодействуващите си атоми. По такъв начин за електроните в кристалните твърди среди се получават строго определени възможни енергетични интервали A_2, B_2, C_2, наречени позволени зони, които обикновено са разделени от невъзможни енергетични интервали, наречени забранени зони. По-ниските атомни енергетични нива се разширяват по-малко при разцепването, като най-ниските може и да не станат общи, докато разширяването на по-високите води до припокриване на позволените зони. При аморфните твърди среди позволените зони се разделят не така рязко от квазизабранени зони, в които плътността на позволените енергетични нива е сравнително по-малка.



Фиг. 9.2

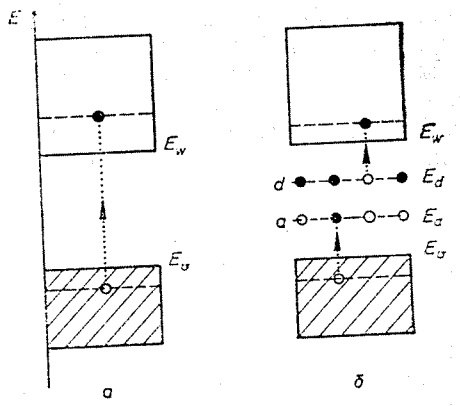
Електроните в кондензирана среда имат свойствата на фермиони, поради което може да бъдат най-много по два на всяко отделно енергетично ниво. При температура $T=0$K електроните в кристала докрай запълват най-ниските позволени енергетични зони или изцяло заемат и най-ниските енергетични нива в частично запълнена позволена зона. Изцяло или частично запълнените с електрони позволени зони са означени с щриховка на фиг. 9.3. Добрите проводници, каквито са металите, имат частично запълнена позволена зона (фиг. 9.3, *а*), докато при полупроводниците (фиг. 9.3, *б*) и изолаторите (фиг. 9.3, *в*) последната заета от електрони позволена зона е докрай запълнена с тях. Електроните от докрай запълнената позволена зона, наречена валентна зона, не са свободни електроносители в кристала, защото всички възможни места в него за електрони с енергия от тази зона са вече заети. За да попадне електрон от валентната зона в свободно възможно за него енергетично състояние, той трябва енергетично

да прескочи най-малко ширината $\Delta E_s = E_w - E_v$ на разположената над неговото ниво забранена зона, за което е необходимо да получи отнякъде поне енергията ΔE_s. Попаднал в позволена



Фиг. 9.3

зона със свободни енергетични състояния, наречена проводима зона, електронът става свободен отрицателен електроносител в кристала, понеже там може практически непрекъснато да мени своята кинетична енергия, което е необходимо за свободното му преместване — вж. запълненото кръгче на фиг. 9.4, *а*. От своя страна



Фиг. 9.4

освободеното от електрона място във валентната зона, наречено «дупка», получава свойствата на свободен положителен електроносител в кристала — вж. празното кръгче на същата

фигура. Защото всеки съседен на дупката електрон лесно може да я заеме, с което дупката свободно се премества из кристала в посока, обратна на посоката на преместване на последователно заемащите я електрони от валентната зона. Проводимостта, дължаща се на така образувани свободни електрони и дупки в кристала при полупроводниците и изолаторите, се нарича тяхна собствена проводимост. Както се вижда от фиг. 9.3, *б* и фиг. 9.3, *в*, разликата между полупроводници и изолатори е само в ширината ΔE_s на забранената зона, намираща се непосредствено над валентната зона. За полупроводниците енергията ΔE_s е колкото тази на топлинното движение на частиците на кристала при стайни температури, поради което в полупроводниковия кристал обикновено има достатъчно свободни електроносители, за да проявява той значителна проводимост.

Идеалният периодичен строеж на реалните кристали се нарушава от наличието на примеси или на дефекти в кристалната решетка, които често пораждат енергетични нива и в забранената зона (фиг. 9.4, *б*). Когато примесните енергетични нива при $T=0$ K са заети от електрони, такива нива се наричат донорни, понеже техните електрони се отдават сравнително лесно на проводимата зона. По този начин кристалът добива примесна електронна проводимост — вж. нивата *d* на фиг. 9.4, *б*. А когато примесните енергетични нива при $T=0$ K са свободни от електрони, такива нива се наричат акцепторни, защото сравнително лесно приемат електрони от валентната зона. Така кристалът добива примесна дупчеста проводимост — вж. нивата *a* на фиг. 9.4, *б*. Улесненото образуване на свободни електроносители се дължи на факта, че примесната активационна енергия ΔE_m се определя от разликите $\Delta E_d=E_w-E_d$ и $\Delta E_a=E_a-E_v$, които са по-малки от собствената активационна енергия ΔE_s. Хаотичното образуване на свободни електроносители от топлинното движение в кристала е съпроводено и с изчезването им при рекомбиниране или залавяне на примесни нива. При температура на кристала $T\neq 0$K в него се установява характерна равновесна плътност на свободните електроносители, която определя равновесната му специфична електропроводност

$$\gamma=\rho_c^- \mu^- + \rho_c^+ \mu^+, \tag{9.2}$$

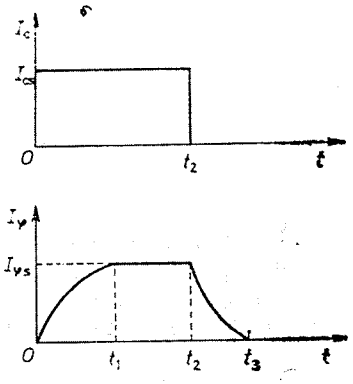
където e е елементарният електричен заряд, ρ_c^- и ρ_c^+ са равновесните плътности на свободните електрони и дупки в кристала, а μ^- и μ^+ са съответните им подвижности.

В металите всички електрони от частично запълнената им позволена зона са свободни електроносители, поради което плътността на описващия ги газ е много голяма. Това води до много висока температура на квантуване на газа $T_F \sim 10^4$ K, от която надолу той става ферми-газ и в него електропроводимостта се определя главно от електроните с енергия, близка до т. нар. енергия на Ферми E_F — вж. фиг. 9.1 и фиг. 9.3, *а*. Движенията

на електроносителите в полупроводниците и изолаторите запазват своята независимост до възможните най-високи за тях температури, като при това и плътността им експоненциално се увеличава. Затова описващият ги газ обикновено е квантуван, макар и не в такава степен, както при металите. За собствен полупроводник при $T=0$ K енергията на Ферми $E_F=\frac{E_w+E_v}{2}$, а при по-високи температури тя линейно се изменя с T в зависимост от отношението между ефективните маси на положителните и на отрицателните електроносители. За примесните полупроводници E_F зависи също така от енергията и от плътността на съответните примесни нива.

9.1.1. Изследване на фоторезистор

Фоторезисторът е елемент на електрична верига, електропроводността на който значително се увеличава при облъчването му с оптични или с рентгенови фотони. Ако напрежението U между краищата на фоторезистора е постоянно, активираният от облъчването електричен ток I_a през него е по-голям от тока I_0 при необлъчван фоторезистор. Разликата $I_a-I_0=I_\varphi$ се нарича фототок. Получените от облъчването свободни електроносители бързо рекомбинират. При постоянна интензивност на облъчването фототокът се увеличава, а след прекратяване на облъчването намалява по експоненциален закон. На фиг. 9.5 отгоре е показана постоянна с времето t корпускулна интензивност I_{cs} на стационарен фотонен импулс с продължителност $\tau_s=t_2-t_0$. На същата фигура отдолу се вижда как увеличаването на фототока I_φ от нула до стационарната му стойност $I_{\varphi s}$ става експоненциално за интервал от време $\tau'=t_1-t_0$ и как експоненциално намалява до нула за интервал от време $\tau''=t_3-t_2$ след момента t_2 на прекратяване на облъчването. При дадени работно напрежение U, температура T и облъчващ корпускулен поток Φ_c фоторезисторът се характеризира с неактивираното си електрично съпротивление R_0, с активираното си електрично съпротивление R_a и с тяхното отношение $k=\frac{R_0}{R_a}$, наречено кратност.



Фиг. 9.5

Стационарният фототок $I_{\varphi s}$ съществено зависи както от интензивността I_c на падащия върху фоторезистора поток фотони, така и от енергийното разпределение по дължината λ на фотоните. При излъчване

от черно тяло разпределението на корпускулната интензивност по λ еднозначно се определя от неговата температура, наречена цветна температура T_χ на всеки друг източник на фотони, чийто поток има същото разпределение на корпускулната интензивност в използвания диапазон на λ. Интензивността I_e на потока светлинни фотони и разпределението й по λ обикновено се фиксират с избиране на цветната температура T_χ на светлинния източник и на осветеността $E=\frac{\Phi_l}{A}$, която светлинният поток Φ_l създава върху разглежданата площ A. Тогава фоторезисторът се характеризира с величината интегрална чувствителност

$$S_i=\frac{I_{\varphi s}}{\Phi_l}=\frac{I_{\varphi s}}{EA}, \tag{9.3}$$

където стационарният фототок $I_{\varphi s}$ се измерва при дадени работно напрежение U и температура T на фоторезистора, осветляван от източник с цветна температура $T_\chi=2850$ K, при осветленост $E=200$ lx върху фоточувствителната площ A на повърхността на фоторезистора. Понеже интегралната чувствителност S_i расте с повишаването на U, заедно с нея се използва и величината фоточувствителност

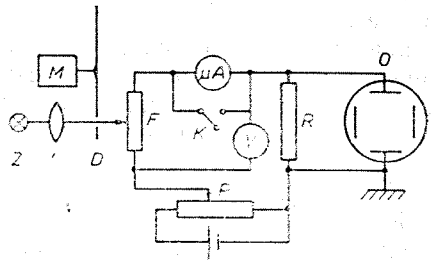
$$S_\varphi=\frac{S_i}{U}=\frac{I_{\varphi s}}{\Phi_l U}=\frac{I_{\varphi s}}{EAU}. \tag{9.4}$$

А спектрална чувствителност се нарича величината

$$S_\lambda=\frac{I_{\varphi\lambda}}{\Phi_{e\lambda}}=\frac{I_{\varphi\lambda}}{E_{e\lambda}A}. \tag{9.5}$$

където стационарният фототок $I_{\varphi\lambda}$ се създава от практически моночестотен корпускулен поток $\Phi_{e\lambda}=E_{e\lambda}A$ при избрани U, T и λ.

Фоторезисторът F се изследва с уредбата, схематично показана на фиг. 9.6. Светлинният поток от източник Z с цветна температура $T_\chi=2850$ K първоначално се формира от оптична система L. После той се накъсва от процепа на въртящ се диск D на стационарни фотонни импулси с определена продължителност τ_s, които периодично попадат върху фоточувствителната повърхност на фоторезистора. За да се получи върху екрана на осцилоскопа O картината на релаксационните зависимости, показани на фиг. 9.5, ключът K трябва да бъде затворен. Първото от означените върху уредбата няколко работни напрежения $U_i'(i=1,2,\ldots)$ се прилага на фоторезистора посредством потенциометъра P и осцилоскопът се поставя да работи в чакащ режим на разгъващото напрежение. Като се менят плавно оборотите на електромотора M и усилванията по осите x и y на осцилоскопа, картината на зависимостта $I_\varphi(t)$ се нагласява да има приблизително еднакво продължителна възходяща, стационарна и низходяща част, при което да заема почти целия екран на осцилоскопа, без да се изкривява. Интервалите от време τ_a и τ_d, за които фототокът I_φ се увеличава и съответно се намалява e пъти, се наричат релаксационни константи. Те се определят по формулата



Фиг. 9.6

$$\tau=\frac{\tau_2}{\ln 2}, \tag{9.6}$$

където τ_2 е интервалът от време, за който фототокът I_φ достига половината от стационарната си стойност $I_{\varphi s}$. Релаксационните константи τ_a за активиране и τ_d за дезактивиране на неравновесните свободни електроносители във фоторезистора се измерват за петте означени върху уредбата работни напрежения U_i'. Интервалът от време τ_2 се намира по някой от начините, описани в § 1.1.2.

За измерване на интегралната чувствителност S_i при дадено напрежение U_i' ключът K се отваря, въртящият се диск D и оптичната система L се отстраняват, на мястото на фоторезистора се поставя сензорът на луксметър и източникът се мести плавно по оптична банка, докато осветеността стане $E=200$ lx. При това положение на мястото на сензора се връща фоторезисторът и за всяко от напреженията U_i' по микроамперметъра се отчита наситеният активиран електричен ток I_{as}. За определяне на стационарния фототок $I_{\varphi s}=I_{as}-I_{0s}$ се измерва и стационарният неактивиран електричен ток I_{0s} при защитен от облъчване фоторезистор. Интегралната чувствителност и фоточувствителността за всяко от напреженията U_i' при стайната температура T се пресмятат, като се използват дадената върху уредбата стойност на площта A и формули (9.3) и (9.4).

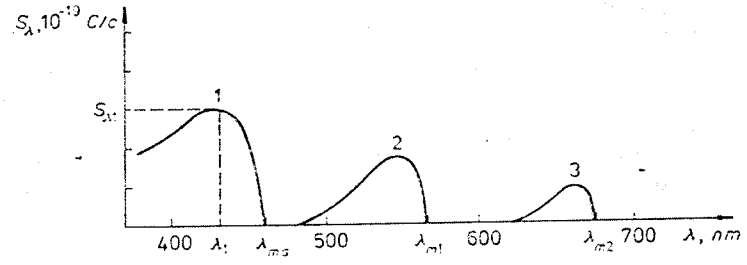
Максимално интензивен моночестотен корпускулен поток $\Phi_{e\lambda}$ върху фоторезистора се получава, като лъчението на източника се фокусира с оптичната система върху входа на подходящ монохроматор, поставен на пътя на фотоните към фоторезистора. При снемане на зависимостта на спектралната чувствителност S_λ от λ се използва таблица към скалата на барабана на монохроматора за превръщане на неговите показания в нанометри. Прилага се на фоторезистора означеното върху уредбата работно

напрежение U'' и като се мени λ през 10 nm в светлинния диапазон от 380 nm до 780 nm, за всяка, така избрана стойност на λ се определя стационарният фототок $I_{\varphi\lambda}=I_{a\lambda}-I_{0s}$ по отчетените $I_{a\lambda}$ и I_{0s}. После на мястото на фоторезистора се поставя сензорът на луксметър и при същите условия за дължини λ, при които $I_{\varphi\lambda}\neq 0$, се измерва осветеността E_λ. Резултатите от измерванията се обработват в таб. 9.1. За преминаване от светлинната единица лукс към енергетичната единица ват на квадратен метър се из-

Таблица 9.1

№	λ, nm	$I_{\varphi\lambda}$, A	E_λ, lx	$E_{e\lambda}$, W/m²	$E_{c\lambda}$, c/(s.m²)	S_λ, 10^{-19} C/c
1.	380					
2.	390					
.	.					
.	.					
.	.					
41.	780					

ползва връзката $E_{e\lambda}=\frac{E_\lambda}{k_m V(\lambda)}$, където стойностите на функцията фотопична относителна спектрална светлочувствителност $V(\lambda)$ за съответните λ се вземат от приложение 4.19, а фотометричният еквивалент на фотонната енергия е $k_m=683$ lm/W. За преминаване от енергетичната единица ват на квадратен метър към корпускулната единица брой на фотоните в секунда на квадратен метър се използва връзката $E_{c\lambda}=\frac{E_{e\lambda}}{E_{1\lambda}}$, където с $E_{1\lambda}=\frac{hc}{\lambda}$ е оз-



Фиг. 9.7

начена енергията на един фотон с дължина λ. Както е показано на фиг. 9.7, спектралната чувствителност S_λ е различна от нула за ограничени участъци от диапазона на изменение на λ. От дълговълновите граници на така очерталите се върхове 1, 2 и 3 на кривите на $S_\lambda(\lambda)$ може да се определи активационната енер-

тия ΔE за образуване на неравновесни свободни електроносители във фоторезистора

$$\Delta E=\frac{hc}{\lambda_m}. \tag{9.7}$$

В случая от λ_{ms} се пресмята собствената активационна енергия ΔE_s, а от останалите една или повече дълговълнови граници λ_{m1}, λ_{m2} и т. н. се пресмятат една или повече различни примесни активационни енергии ΔE_{m1}, ΔE_{m2} и т. н.

Ако фотопроводимостта се дължи само на увеличаване на плътността на свободните електроносители, според уравнение (9.2) стационарната специфична фотопроводност $\gamma_{\varphi_1}=\frac{I_{\varphi_1}}{U''}$ при най-голямата спектрална чувствителност $S_{\lambda 1}$ (фиг. 9.7) е

$$\gamma_{\varphi_1}=e\rho_\varphi^-\mu^-+e\rho_\varphi^+\mu^+=\frac{I_{\varphi_1}}{U''}. \tag{9.8}$$

Стационарният фототок I_{φ_1} се определя с интерполация от табл. 9.1 след графичното отчитане на λ_1, а плътността ρ_φ^- на активираните електрони е равна на плътността ρ_φ^+ на активираните дупки, понеже активираната проводимост е собствена. Като се използват дадените върху уредбата стойности на подвижностите μ^- и μ^+, от уравнение (9.8) може да се пресметне общата стационарна плътност $\rho_\varphi=2\rho_\varphi^-=2\rho_\varphi^+$ на активираните свободни електроносители. От друга страна,

$$\rho_\varphi=E_{c\lambda}\alpha Y\tau_e, \tag{9.9}$$

където α е коефициентът на поглъщане на фотоните във веществото на фоторезистора, Y е квантовият добив, изразяващ броя на образуваните свободни електроносители от един фотон, а τ_e е средният живот на така образуваните електроносители. Ако се приеме, че $\tau_e\approx\bar{\tau}_d$ на петте измервания и се използва дадената върху уредбата стойност на α, от уравнение (9.9) може да се пресметне квантовият добив Y. Интерес представлява също така да се пресметне кратността на фоторезистора при максимална спектрална чувствителност за участъците на собствената и на примесните проводимости, както и да се снеме волтамперната характеристика на фоторезистора при тези максимални спектрални чувствителности.

Резултатите за $\bar{\tau}_a$, $\bar{\tau}_d$, S_i, S_φ, ΔE_s, ΔE_{m1}, ΔE_{m2}, Y, k_s, k_1 и k_2 се записват с точност две значещи цифри.

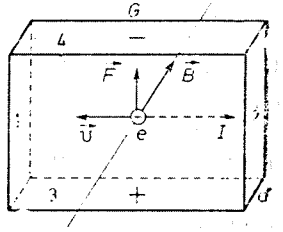
Вместо с единицата кулон на частица (фотон) графично определената максимална спектрална чувствителност $S_{\lambda 1}$ може да се изрази с единицата брой на получаваните свободни елемен-

тарни електрични заряди, който се пада на една частица (фотон). На какво се дължи разликата между така получената стойност за $S_{\lambda 1}$ и стойността на квантовия добив Y?

9.1.2. Изследване на електроносителите във вещество (Ефект на Хол)

Електричният ток във вещество се изменя при наличието на външно магнитно поле. Според това, дали направлението на магнитните индукционни линии и направлението на тока съвпадат, или са взаимноперпендикулярни, тези магнитнотокови явления, наричани още галваномагнитни явления, се делят съответно на надлъжни и на напречни. Най-съществено от тях е напречното магнитнотоково явление, при което възниква електрично напрежение U_H, перпендикулярно на равнината, определена от векторите плътност на електричния ток $\vec{j_q}$ и магнитна индукция $\vec{B}$. Това явление, наречено ефект на Хол, може да се използва за изследване на електроносителите във веществото.

Нека широка правоъгълна пластинка G от електропроводящо вещество е поставена в еднородно магнитно поле така, че големите ѝ стени да са перпендикулярни на магнитните индукционни линии (фиг. 9.8). Когато магнитните индукционни линии са насочени от предната към задната стена на пластинката, а токът I има посока от нейната странична стена *1* към страничната ѝ стена *2*, тогава действуващата на електроносителя e магнитна сила F ще бъде насочена от долната стена *3* към горната стена *4* на пластинката независимо от знака на заряда на електроносителя. Това е така, понеже посоката на движението на положителните електроносители съвпада с посоката на тока, а посоката на движението на отрицателните електроносители е обратна на посоката на тока. Затова в разглеждания случай електроносителите се отклоняват от стената *3* към стената *4* на пластинката и ако зарядът им е положителен, стената *4* добива положителен потенциал спрямо стената *3*, а при отрицателен заряд на електроносителите поляритетът на тези стени става обратен. Напречното движение на електроносителите се прекратява, когато електричната сила на породеното от натрупването им електрично поле $\vec{F}_H = e\vec{E}_H$ стане равна на магнитната сила $\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}$, където $e = 1{,}6.10^{-19}$ C е елементарният електричен заряд, а $\vec{v}$ е дрейфовата скорост на електроносителите. Тогава за напрежението U_H между стените *3* и *4* се получава



Фиг. 9.8

$$U_H = \frac{1}{e\rho_c}\frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d}, \tag{9.10}$$

където d е дебелината на пластинката, а с ρ_c е означена плътността на електроносителите в нея. Тъй като плътностите ρ_c^- и ρ_c^+ на електроните и съответно на дупките са положителни, така нареченият коефициент на Хол R_H при електроносители електрони е отрицателен $R_H = -\frac{1}{e\rho_c^-}$, а при електроносители дупки е положителен $R_H = \frac{1}{e\rho_c^+}$. Ако μ е подвижността на електроносителите, коефициентът на Хол е свързан с нея чрез дрейфовата скорост v и интензитета E на пораждащото тока I електрично поле

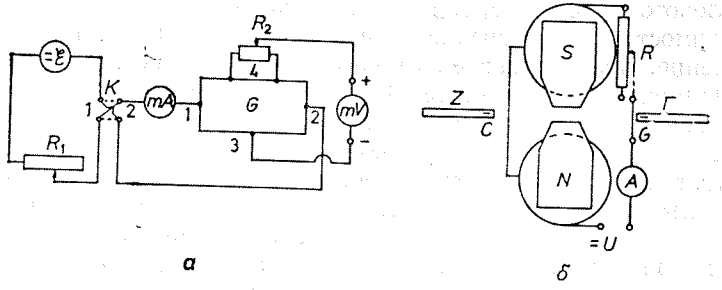
$$\mu = \frac{v}{E} = \gamma R_H, \tag{9.11}$$

където γ е специфичната електропроводност на веществото, както и със средния свободен пробег на електроносителите

$$\bar{l} = \frac{2m_e^* \bar{v}_f R_H}{e}. \tag{9.12}$$

Тук m_e^* е ефективната маса на един електроносител, а $\bar{v}$ е средноаритметичната скорост на топлинното му движение. За редица метали коефициентът на Хол е около 10^{-11} m³/C и почти не зависи от температурата, докато при полупроводниците той варира от 10^{-4} до 10^2 m³/C, като силно зависи от плътността на примесните атоми в тях и от температурата.

Ако проводимостта на веществото е само електронна или само дупчеста, както и ако проводимостта му е смесена, но единият от двата типа проводимости преобладава, типът на преобладаващата проводимост може да се определи, като се изследва подходящо направена пластинка G от това вещество с уредбата,



Фиг. 9.9

показана на фиг. 9.9. На фиг. 9.9, *а* е дадена схемата на свързване на пластинката с милиамперметър за отчитане на тока I през нея и с миливолтметър за отчитане на напрежението U_H. Пластинката и водещите към нея проводници са монтирани

върху хоризонтално разположен носач Г, който може да се придвижи така, че тя да застане между полюсите N и S на подходящ електромагнит — вж. фиг.9.9, *б*, където схемата на цялата уредба е дадена в поглед отгоре. Когато всеки от четирите извода на пластинката е свързан към буксата, означена със съответния на щекера му цвят и надписът върху носача Г с данните за дебелината d на пластинката и за специфичната електропроводност γ е обърнат към измерващия, тогава пластинката G е разположена срещу него, както е показано на фиг. 9.9, *а*. На същата фигура се вижда, че плюсът на миливолтметъра е свързан към стената *4*, а минусът му е свързан към стената *3* на пластинката. При положение «*1*» на комутатора K посоката на електричния ток е от стената *1* към стената *2* на пластинката, както е показано на фиг. 9.8, а при положение «2» на комутатора посоката на тока е обратна. При положение «*1*» на комутатора с резистора R_1 се нагласява да протича през пластинката отговарящият на обхвата на милиамперметъра максимален ток $I=I_m$. За да бъдат и магнитните индукционни линии насочени от предната към задната стена на така разположената между полюсите на електромагнита пластинка G, трябва северният полюс N на електромагнита да бъде откъм страната на измерващия. За целта означените с «+» и «—» букси за захранване на електромагнита се свързват към съответните полюси на източника на постоянно напрежение $=U$, при което с резистора R и последователно свързания с него амперметър се нагласява да протича през бобините на електромагнита определеният от обхвата на уреда максимален ток $I_s=I_{sm}$. Ориентацията на магнитните индукционни линии между полюсите на електромагнита се проверява, като се проследи с магнитна стрелка посоката им в пространството около полюсите. Ако описаните условия са изпълнени и стрелката на миливолтметъра се отклонява надясно от нулевото положение, това показва, че преобладава дупчестата проводимост, а ако стрелката се отклонява наляво от нулевото положение, преобладава електронната проводимост.

Поляритетът на стените *3* и *4* се променя както при смяна на посоката на тока през пластинката, така и при смяна на посоката на магнитните индукционни линии през нея. (Електромагнитът се изключва от източника на напрежение само след като токът I_s се намали до минимум с резистора R!) Обърнете внимание на евентуалните разлики в показанията на миливолтметъра при такива смени. За да се провери доколко тези разлики се дължат на несиметрично разположение на контактите върху стените *3* и *4*, посоката на тока се сменя при изключен от източника на напрежение електромагнит. При избраната за измерванията посока на тока констатираното паразитно напрежение се премахва, като се завърта копчето на предвидения за целта компенсатор R_2, докато стрелката на миливолтметъра застане срещу нулевия знак.

За учебните експерименти се използват вещества само с дупчеста или само с електронна проводимост, което дава възможност лесно да се определи не само типът на проводимостта, но и коефициентът на Хол. От формула (9.10) следва че R_H може да се определи, ако се снеме зависимостта $U_H(B)$ при постоянна стойност на тока $I=I_0$, или зависимостта $U_H(I)$ при постоянна стойност на магнитната индукция $B=B_0$. Примерни указания за снемане на тези зависимости са дадени в табл. 9.2. Магнитната индукция B между полюсите на електромагнита се измерва с

Таблица 9.2

№	$U_H(B)$, при I_0=10 mA			$U_H(I)$, при B_0=0,40 T	
	I_s, A	U_H, 10^{-3} V	B, T	I, 10^{-3} A	U_H, 10^{-3} V
1.	0,1			1	
2.	0,2			1	
.	.			.	
.	.			.	
.	.			.	
10.	1,0			10	

тесламетър, чийто сензор C и водещите към него проводници са монтирани върху хоризонтално разположен носач Z, който може да се придвижи така, че сензорът да застане между полюсите N и S на мястото на отстранената оттам пластинка G (фиг. 9.9,б). В някои случаи вместо с тесламетър магнитната индукция B се определя от предварително снета зависимост $B(I_s)$ за използвания електромагнит, която е представена графично и заедно с останалите указания за таблицата е приложена към експерименталната уредба.

От табличните данни за линейните зависимости $U_H(B)$ и $U_H(I)$, в отделни за всяка от тях координатни системи се строят получените експериментални точки, които графично се осредняват със съответна права линия. Тези линии се използват за намиране на отношенията

$$\frac{\Delta U_H}{\Delta B}=R_{H1}\frac{I_0}{d} \text{ и съответно } \frac{\Delta U_{H1}}{\Delta I}=R_{H2}\frac{B_0}{d}, \tag{9.13}$$

откъдето се пресмятат R_{H1}, R_{H2} и тяхното средноаритметично $R_H=\frac{R_{H1}+R_{H2}}{2}$. Плътността ρ_c^- или ρ_c^+ на електроносителните се намира от съответната ѝ връзка с R_H, дадена след формула (9.10), а подвижността им μ се определя по формула (9.11). Като се измери и температурата t в лабораторията, средноаритметичната скорост на електроносителите може да се оцени по формулата

(9.14) $$v=\sqrt{\frac{8\,kT}{\pi\, m_e^*}},$$

където $k=1{,}38.10^{-23}$ J/K е константата на Болцман, $T=273{,}15+t$ е термодинамичната температура, а за ефективната маса m_e^* на електроносителите се приема, че е приблизително равна на масата на електрона $m_e=9{,}1.10^{-31}$ kg. При това приемане по формулата (9.12) може да се оцени и средният пробег $\bar{l}$.

Резултатът за R_H се записва в единици m^3/C, резултатът за ρ_c^- или за ρ_c^+ се записва в единици m^{-3}, резултатът за μ^- или за μ^+ се записва в единици $m^2/(V.s)$, а резултатът за $\bar{l}$ се записва в единици m с точност две значещи цифри всеки от тях.

9.1.3. Електропроводимост на твърди среди

Електроносители в кондензираните среди изобщо са електрони и йони, но в твърдите среди главна роля за електропроводимостта играят електроните. При изменяне на температурата T на твърдите полупроводящи и изолиращи среди се променя плътността ρ_c и подвижността μ на техните електроносители, поради което се изменя и специфичната електропроводност γ на средата. С повишаване на температурата специфичната електропроводност обикновено се увеличава, понеже в повечето случаи плътността ρ_c се увеличава експоненциално. Тъй като подвижността μ значително по-слабо зависи от температурата, с добро приближение

(9.15) $$\gamma=\gamma_\infty e^{-\frac{\Delta E}{2\,kT}},$$

където ΔE е активационната енергия за образуване на свободни електроносители, k — константата на Болцман, а γ_∞ — специфичната електропроводност на средата при $T\to\infty$. Обаче има и случаи, при които за даден температурен интервал γ рязко намалява с повишаване на температурата, което става по доста по-сложен закон от този за експоненциалното й увеличаване. Силната зависимост на специфичната електропроводност γ на полупроводящите среди от температурата T се използва за направа на чувствителни към температурните промени елементи на електричната верига, наречени терморезистори. От своя страна терморезисторите се разделят на термистори, които намаляват съпротивлението си R с повишаване на температурата, и на позистори, които увеличават съпротивлението си R с повишаване на температурата.

Слабото линейно увеличаване на съпротивлението R на металните резистори с повишаване на стайната температура t обикновено се представя с формулата

(9.16) $$R_t-R_{t_0}=\alpha R_{t_0}(t-t_0),$$

където R_t и R_{t_0} са съпротивленията на резистора при температурите t и t_0, а константата $\alpha=\frac{R_t-R_{t_0}}{R_{t_0}(t-t_0)}$, измервана в единици K^{-1}, се нарича температурен коефициент на електричното съпротивление на метала. Ако при начална температура $t_0=0$ °C уравнение (9.16) се напише за две различни температури t_1 и t_2 и от системата уравнения се елиминира R_{t_0}, за определяне на α се получава формулата

(9.17) $$\alpha=\frac{R_{t_2}-R_{t_1}}{R_{t_1}.t_2-R_{t_2}.t_1}.$$

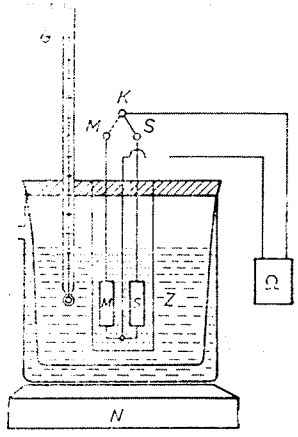
За терморезисторите също се въвежда температурен коефициент на електричното съпротивление

(9.18) $$\alpha_T=\frac{1}{R}\frac{dR}{dT},$$

който е значително по-голям от този на металите. При позисторите той е положителен, а при термисторите е отрицателен, като за разлика от α винаги съществено зависи от T. От формули (9.15) и (9.18) за температурния коефициент на термисторите се получава

(9.19) $$\alpha_T=-\frac{\Delta E}{2\,kT}.$$

Зависимостта на електричното съпротивление R на метален резистор M и на термистор S от температурата t може едновременно да се снеме с уредбата, показана на фиг. 9.10. Резисторът и термисторът са потопени в трансформаторно масло, налято в месингов цилиндър Z, който на свой ред е поставен във водна баня на термостат Q. Като удобен термостат може да се използва млековар с налята вода между стените на двойното му дъно и в него. Температурата в термостта се отчита с термометър θ, а постепенното й повишаване се осъществява с нагревател N. За измерване съпротивленията на термистора и на резистора при една и съща температура t се използва комутаторът K, с който омметърът Ω бързо се превключва от едната електрична верига в другата. Измерванията започват от температурата на чешмяната вода и завършват при температура, не по-висока от 85 °C. Ако се правят през 5 °C, нагревателят се включва към източника на напрежение, след като приключат измерванията на съпротивленията на тер-



Фиг. 9.10

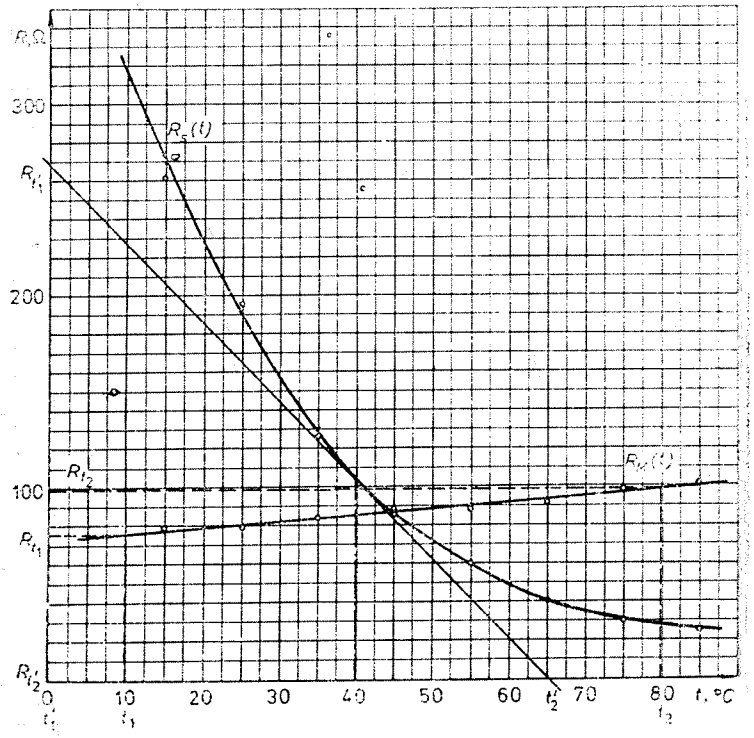
мистора и на резистора при дадената температура, а се изключва 2 °C преди термометърът да е показал температурата на следващото измерване. Загряването на термостата на такива малки импулси се прави с цел той да се намира възможно по-близо до състояние на топлинно равновесие в момента, когато се правят измерванията. Понеже термисторът изменя значително по-бързо съпротивлението си R_S с изменение на температурата t в сравнение с металния резистор, когато се чака температурата в термостата да стигне до тази на следващото измерване, омметърът трябва да е включен към електричната верига на термистора, както е показано на фиг. 9.10. Това дава възможност с последователно настройване на показанията на омметъра да се проследява изменението на съпротивлението R_S на термистора и то да бъде измерено точно когато температурата в термостата достигне нужната стойност. Веднага след това се превключва комутаторът K за измерване на съпротивлението R_M и на резистора. То се измерва значително по-бързо, защото поради малката му промяна предварително се знае колко е приблизителната му стойност. Затова и неизбежното изменение на температурата на термостата, докато траят двете измервания, внася сравнително по-малка грешка в резултата за съпротивлението R_M. Резултатите от измерванията се обработват в табл. 9.3.

Таблица 9.3

№	t, °C	R_M, Ω	R_S, Ω	$\ln R_S$	T, K	$\frac{10^3}{T}$
1.						
2.						
.						
.						
.						
n.						

За определяне на температурния коефициент α по формула (9.17) са достатъчни само две измервания на съпротивлението R_M при различни температури. Описаните условия на измерванията обаче неизбежно водят до значително нарушаване на тяхната стандартност. Затова се правят повече от две измервания при различни температури и всички резултати се осредняват графично с една права линия, понеже зависимостта на R_M от t е линейна. Както е показано на фиг. 9.11, по оста t около краищата на така получената линия са избрани удобни за смятане целочислени стойности t_1 и t_2. От тях се определят съответните им R_{t_1} и R_{t_2}, необходими за пресмятане на $\bar{\alpha}$.

На фиг. 9.11 са построени експерименталните точки от табличните данни и за зависимостта на R_S от t. Когато в изследвания температурен интервал проводимостта е само собствена или само примесна при достатъчна плътност на само един вид примеси, тези експериментални точки добре се осредняват с експоненциална крива линия. От уравнение (9.15) следва



Фиг. 9.11

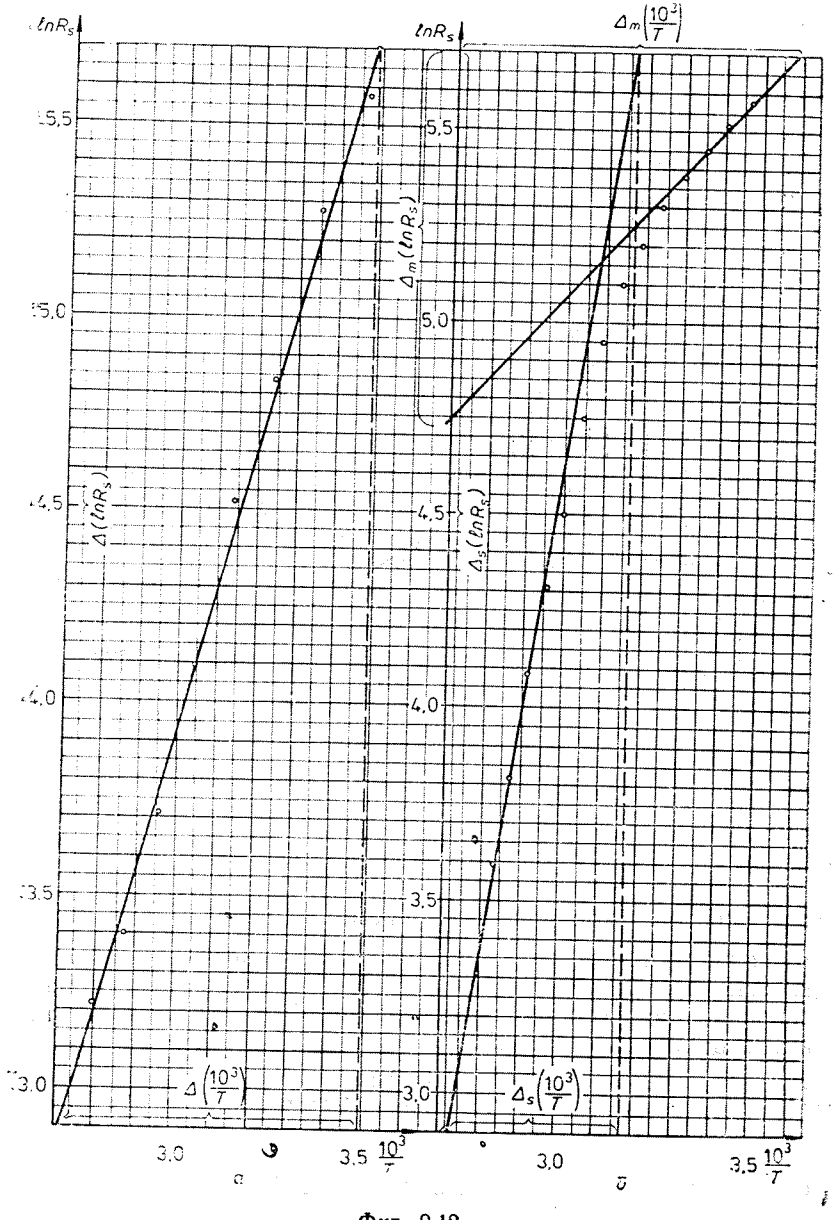
$$\ln R_S = \ln R_{S\infty} + \frac{\Delta E}{2k}\,\frac{1}{T}, \tag{9.20}$$

поради което в координатната система $\left(\ln R_S, \frac{10^3}{T}\right)$ същите експериментални точки се осредняват графично с права линия (фиг. 9.12, а). Според формула (9.20) от израза за наклона на тази права линия се получава следната формула за пресмятане на активационната енергия:

$$\Delta E = 2k\,\frac{\Delta(\ln R_S)}{\Delta\left(\frac{10^3}{T}\right)}\cdot 10^3, \tag{9.21}$$

където разликата $\Delta\left(\frac{10^3}{T}\right)$ е между две избрани по абсцисната ос около краищата на линията удобни за смятане целочислени

стойности, а разликата $\Delta(\ln R_S)$ е определена чрез показаното на фиг. 9.12,а засичане. Същата активационна енергия може да се определи и от формула (9.19), ако преди това бъде определен температурният коефициент α_T за дадена температура t_a



Фиг. 9.12

(фиг. 9.11). Тъй като α_T се изразява с наклона на допирателната към кривата $R_S(t)$ за температурата t_a, най-добре е допирателната да бъде в точка някъде около средата на експонентата, например при $t_a = 40$ °C. Най-просто α_T се пресмята по формула (9.17) от стойностите на засечките на допирателната с координатните оси.

Ако в изследвания температурен интервал електропроводимостта е смесена, като във високотемпературния му край преобладава собствената проводимост, а в нискотемпературния му край преобладава примесна проводимост при достатъчна плътност на примесите само от един вид, експерименталните точки се осредняват, като се разграничават две експоненциални криви линии. В координатната система $\left(\ln R_S, \frac{10^3}{T}\right)$ такава сложна зависимост на $R_S(t)$ се представя с крива линия, от изправените краища на която може да се определят собствената активационна енергия ΔE_S и примесната активационна енергия ΔE_m.

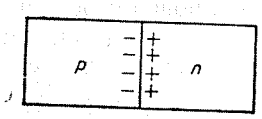
Резултатите за $\bar{\alpha}$, α_T и двата резултата ΔE_1 и ΔE_2 се записват с точност три значещи цифри. Когато електропроводимостта е смесена, вместо резултати ΔE_1 и ΔE_2 ще има резултати ΔE_S и ΔE_m, определени само по първия начин. Получените в единици джаули активационни енергии се записват и в единици електронволтове, като се използва връзката $1\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$. Кой от двата начина за определяне на активационната енергия е по-надежден?

9.2. ЕЛЕКТРОННИ ЕЛЕМЕНТИ

Процесите в информационна система имат значение само с оглед на получавания от нея сигнал, поради което нейните най-прости функционално неделими части може да се сведат до предълно малки елементи от размерите на атома. На сегашния етап напредъкът в изкуствено създаваните от нас информационни системи се основава на миниатюризирането им чрез използване на електрични процеси в техните елементи. Според предназначението си тези електронни елементи се съединяват едни с други в обособено действуващи електронни възли. На свой ред възлите участвуват по-нататък в йерархично изграждане на електронни блокове с различна сложност на своето действие, които обикновено образуват самата информационна система. Свойствата на електроните в кондензирани среди дават възможност върху малка кристална пластинка едновременно да се изготвят цели електронни блокове от стотици и хиляди електронни елементи. Така компактно направените интегрални възли и интегрални блокове се наричат още интегрални схеми.

В зависимост от това, дали внасят енергия в информационната система, или само преобразуват внесената в нея енергия,

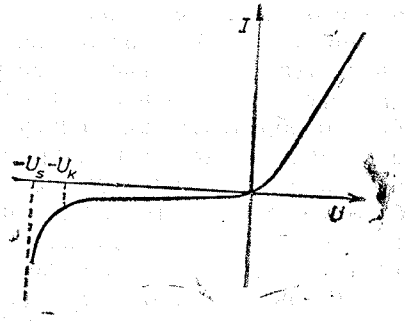
електронните елементи се делят на активни и на пасивни. Пасивни електронни елементи са например кондензаторите и резисторите, а при най-разнообразните активни електронни елементи обикновено се използва някаква управляема бариера по пътя на електричния ток, която се създава около границата на подходящо подбрани и добре съединени твърди електропроводници. На фиг. 9.13 е показана образувала се бариера в случая



Фиг. 9.13

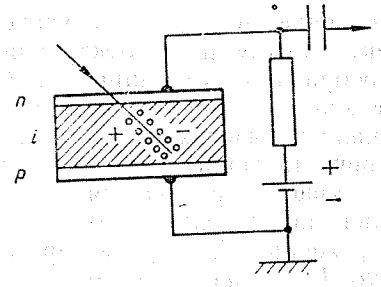
на два слабо проводящи електропроводника с различен тип проводимост. Основните електроносители електрони от n-проводника навлизат в p-проводника и рекомбинират в него с дупки, при което там се получава некомпенсиран отрицателен сбемен заряд. Това е равносилно на преминаване на основните електроносители дупки от p-проводника в n-проводника, където се получава некомпенсиран положителен сбемен заряд. Електроносителите дифундират взаимно около мястото на съединяването, докато се изравнят енергиите на Ферми в двата електропроводника. Така около общата им граница възниква p—n-слой от два противоположно наелектризирани пласта, чието електрично поле възпрепятствува по-нататъшната дифузия на основните електроносители в тях. Получилият се p—n-слой е управляема бариера за електричния ток, който се увеличава при интензитет на външното електрично поле в посока на интензитета на електричното поле на слоя и съответно се намалява или съвсем изчезва, когато интензитетът на външното поле е насочен срещу посоката на интензитета на слоя. Изобщо посоката, в която описаният p—n-бариерен елемент има малко електрично съпротивление R, се нарича негова права посока, а посоката, в която той има голямо електрично съпротивление R, е обратна посока.

Най-прости бариерни електронни елементи са диодите с една бариера. На фиг. 9.14 е показана волт-амперната характеристика на обикновен p—n-диод. При обратно напрежение $U > U_k$ обратният ток през него рязко се увеличава, което най-често води до необратим про-



Фиг. 9.14

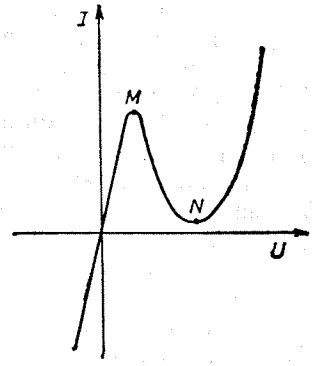
бив на p—n-слоя. Ако пробивното напрежение $-U_k$ не е много високо, в някои p—n-диоди става обратим лавинен пробив при почти неизменно напрежение $-U_s$, наречено напрежение на стабилизация. Такива диоди се използват като p—n-стабилитрони за получаване на напрежения с голяма стабилност. Интервалът от време, за който се променя посоката на тока (до 10^{-10} s) при бързодействуващите импулсни p—n-диоди е малък. Това се използва в лавинните p—n-диоди за генериране на електромагнитни трептения с честота от 10^9 Hz до 3.10^{11} Hz. А значителните флуктуации на обратния ток в предпробивната област намират приложение за направата на генератори на шум. Когато на p—n-диода е приложено отрицателно преднапрежение, ненадминаващо пробивното напрежение $-U_k$, той има свойствата на доброкачествен кондензатор, чийто капацитет се изменя с промяна на напрежението. На тази основа се правят параметричните p—n-диоди. При отрицателно преднапрежение областта на бариерата има свойствата на йонизационна камера, в която попадащите йонизиращи частици създават свободни електроносители, бързо събирани от двата електрода на такъв детектор. На фиг. 9.15 е



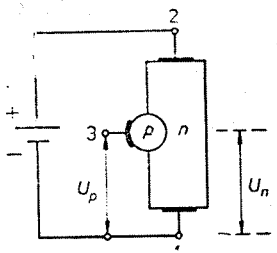
Фиг. 9.15

показано действието на дрейфов p—i—n-детектор за регистриране на частици с голям пробег, при който в означения с щрихи дебел i-пласт е създадена чрез дрейф на примесни атоми чувствителна среда със собствена проводимост. Чувствителните на оптично лъчение p—n-или p—i—n-диоди се наричат фотодиоди. С приложено отрицателно преднапрежение те работят като фотосъпротивления, а без такова напрежение се използват като фотоелементи — генератори на електродвижещо напрежение. Рекомбинирането на електрони с дупки в бариерната област при протичането на ток през нея в права посока поражда в някои случаи излъчване на светлинни фотони. Това служи за направата на светодиоди и на p—n-лазери. Съществено по-различна е волт-амперната характеристика на свръхбързодействуващия тунелен диод, показана на фиг. 9.16. Той се прави от много нискоомни материали, при което ширината на енергетичната бариера около

мястото на тяхното съединяване е толкова малка, че електроните я преодоляват тунелно — без да я прескачат. Волтамперна характеристика с подобен падащ участък MN имат и безбариерните доменни диоди, наричани диоди на Гън, при които отри-



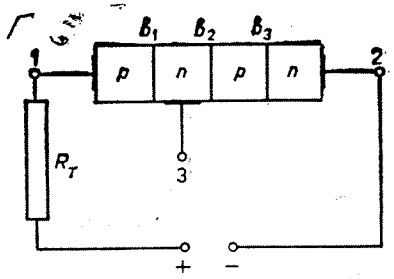
Фиг. 9.16



Фиг. 9.17

цателното съпротивление води до образуване на движещи се в тях пакети от електроносители — електрични домени.

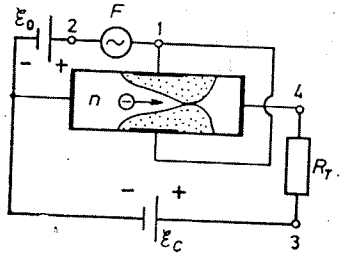
Много по-разнообразни са комбинираните бариерни елементи, при които се съчетават действията на повече електроди и бариери. Например падащ участък на волтамперната си характеристика има електричната верига през p—n-слоя на триода, показан на фиг. 9.17. Защото протичащият през n-проводника ток създава положителен потенциал около p—n-слоя спрямо електрод *1* и при напрежение $U_n \geq U_p$ бариерата е затворена. Ако обаче напрежението U_p стане по-високо от напрежението U_n, бариерата започва да се отваря, през p—n-слоя протича ток към n-проводника, което на свой ред понижава напрежението U_n и така води до по-нататъшно увеличаване на електричния ток през p—n-слоя. Като бързодействуващ превключвател на електричния ток широко се използва тиристорът (фиг. 9.18), къ-



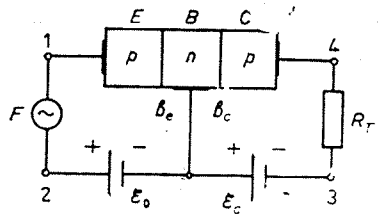
Фиг. 9.18

дето напрежението между силовите електроди *1* и *2* е приложено в правата посока на тиристора. Когато това напрежение не е много високо, инжектираните електроносители от отворените бариери b_1 и b_3 към затворената бариера b_2 не успяват да я достигнат. Тогава неговите изменения променят само ширината на бариерата b_2, поради което токът през тиристора е много малък. Щом обаче напрежението стане толкова високо, че все по-навътре проникващите инжектирани електроносители започнат да достигат все по-разширяващата се бариера b_2, те започват да компенсират нейния обемен заряд и така спират по-нататъшното й разширяване. Ако напрежението между електродите *1* и *2* продължи да се повишава, сега то вече се разпределя върху отворените бариери b_1 и b_3, което води до рязко увеличаване на инжектираните електроносители към затворената бариера b_2. Тогава тя започва бързо да се руши, понеже освобождаваното от намаляването й напрежение се преразпределя върху отворените бариери и тази положителна обратна връзка между двата процеса лавинообразно отваря и бариерата b_2, при което токът във веригата остава да се определя само от съпротивлението на товарния резистор R_T. Допълнителният управляващ електрод *3* служи за по-фино регулиране на включването и на изключването на тока.

Най-прецизни комбинирани бариерни елементи за управляване на електричния ток през тях обаче са транзисторите. В зависимост от това, дали електроносителите са с един знак, или са от двата знака, транзисторите съответно се делят на униполярни и на биполярни. На фиг. 9.19 е дадено принципното уст-



фиг. 9. 19.



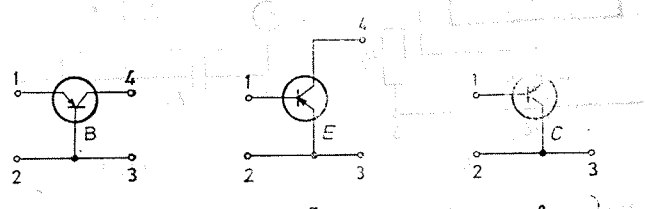
Фиг. 9.20

ройство на униполярния транзистор, наричан още полеви транзистор. В случая електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_C$ създава ток от електрони през транзистора, а електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_0$ предварително стеснява проводящия канал за тока, ограничен от бариерните пластове около металните плочи на затвора на транзистора — вж. означеното с точки пространство около плочите на затвора. Източикът F на електричен сигнал подава сигнала на входните клеми *1* и *2*, при което ширината на про-

водящия канал следва неговите изменения и между изходните клеми *3* и *4* този сигнал се получава усилен. На фиг. 9.20 е дадено устройството на биполярен $p-n-p$-транзистор, който аналогично може да бъде осъществен и като $n-p-n$-транзистор. Биполярният транзистор се състои от три последователно съединени електропроводника: емитер E, база B и колектор C с редуващ се тип проводимост. В показания на фигурата случай електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_C$ затваря колекторната бариера b_c, а електродвижещото напрежение $\mathcal{E}_0$ предварително отваря емитерната бариера b_e. Източникът F на електричен сигнал подава сигнала на входните клеми *1* и *2*, при което големината на отвора на емитерната бариера b_e следва неговите изменения и в базата навлизат съответно изменящ се брой електроносители от емитера. Базата обаче е направена много тънка, така че по-голямата част от навлезлите електроносители успяват да стигнат до затворената бариера b_c, преди да рекомбинират в нея. А електричното поле на бариерата b_c веднага ги прехвърля в колектора, където те безпрепятствено продължават движението си в същата посока под действие на $\mathcal{E}_C$ и така между изходните клеми *3* и *4* сигналът се получава усилен.

9.2.1. Характеристики на биполярен транзистор

Като активен преобразувател на електрични сигнали биполярният транзистор се свързва така, че трите му електрода участвуват в една входна и в една изходна електрична верига. По такъв начин в общата електрична верига той играе ролята на активен четириполюсен елемент. Трите различни вида свързвания на транзистора като четириполюсник са: с обща база, с общ емитер и с общ колектор (вж. фиг. 9.21, където със стрелка



Фиг. 9.21

е означена посоката на тока в емитера на представения в случая $p-n-p$-транзистор). А според работното състояние на емитерната и на колекторната си бариера работното състояние на транзистора може да бъде:

а) затворено—затворено — при двете бариери затворени
б) отворено—затворено — при отворена емитерна и затворена колекторна бариера
в) затворено—отворено — при затворена емитерна и отворена колекторна бариера
г) отворено—отворено — при двете бариери отворени.

Като се съчетават трите начина на свързване с четирите работни състояния на транзистора, той може да бъде поставен в дванадесет различни постояннотокови режима на работа. Когато преобразуваният сигнал е достатъчно голям, в някои случаи под негово действие транзисторът може да преминава от един постояннотоков режим на работа в друг. Всеки постояннотоков режим на работа се характеризира с допустими диапазони на токовете: емитерен I_e, базов I_b, колекторен I_c и на напреженията: база—емитер U_{be}, колектор—база U_{cb}, колектор—емитер U_{ce}. Работният режим на транзистора обикновено се фиксира с избирането на т. нар. работна точка, определена от постоянните напрежения и съответните им токове във входната и в изходната му верига.

За често използваното свързване с общ емитер зависимостта $I_b(U_{be})$ при $U_{ce}=\text{const}$ се нарича статична входна волтамперна характеристика на транзистора, а зависимостта $I_c(U_{ce})$ при $I_b=\text{const}$ представлява негова статична изходна волтамперна характеристика. Важни параметри на транзистора в този случай са входното съпротивление

$$R_{12}=\frac{\Delta U_{be}}{\Delta I_b} \text{ при } U_{ce}=\text{const}, \tag{9.22}$$

коефициентът на усилване по ток

$$k_I=\frac{\Delta I_c}{\Delta I_b} \text{ при } U_{ce}=\text{const}, \tag{9.23}$$

коефициентът на усилване по напрежение

$$k_U=\frac{\Delta U_{ce}}{\Delta U_{be}} \text{ при } I_b=\text{const} \tag{9.24}$$

и изходното съпротивление

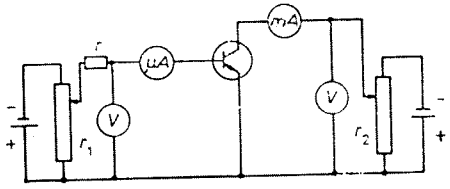
$$R_{34}=\frac{\Delta U_{ce}}{\Delta I_c} \text{ при } I_b=\text{const}. \tag{9.25}$$

Означените във формулите изменения на токовете и на напреженията може да се определят, ако предварително се снемат и графично се представят две различни входни и две различни изходни характеристики на транзистора. За целта транзисторът се свързва по схемата, показана на фиг. 9.22. Резултатите от измерванията се записват в табл. 9.4, която се конкретизира за всяка от използваните експериментални уредби според дадените

Таблица 9.4

$I_b(U_{be})$				$I_c(U_{ce})$			
при $U_{ce}=U'$, V		при $U_{ce}=U''$, V		при $I_b=I'$, μA		при $I_b=I''$, μA	
U_{be}, V	I_b, μA	U_{be}, V	I_b, μA	U_{ce}, V	I_c, mA	U_{ce}, V	I_c, mA
.		.		.		.	
.		.		.		.	
.		.		.		.	

на нея указания. За предпазване на транзистора и на измерителните уреди от повреда при снемане на входните характеристики напрежението база—емитер U_{be} се прилага и повишава



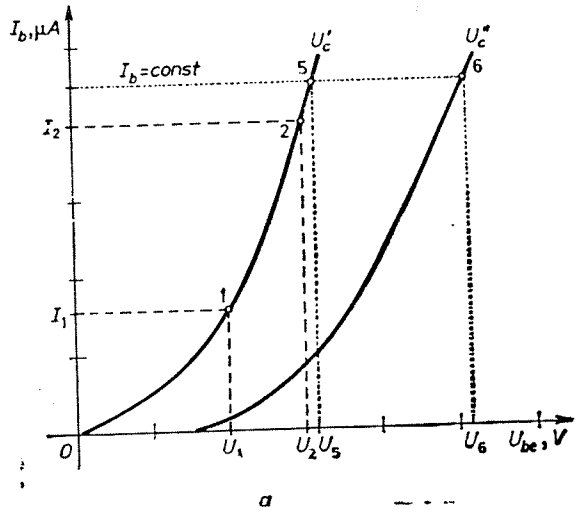
Фиг. 9.22

преди напрежението колектор—емитер U_{ce}, което след измерванията се намалява и изключва, преди да се намали и изключи напрежението U_{be}.

При определяне на параметрите на транзистора се използват най-правите участъци на експерименталните криви, както това е направено на фиг. 9.23. За формула (9.22) $\Delta U_{be}=U_2-U_1$ и $\Delta I_b=I_2-I_1$, за формула (9.23) $\Delta I_c=I_4-I_3$ и $\Delta I_b=I_b''-I_b'$, за формула (9.24) $\Delta U_{ce}=U_c''-U_c'$ и $\Delta U_{be}=U_6-U_5$, за формула (9.25) $\Delta U_{ce}=U_8-U_7$ и $\Delta I_c=I_8-I_7$. Обърнете внимание, че при избора на засечките се цели да бъдат използвани възможно по-големи прави участъци, като заедно с това по едната от осите тези засечки се правят за удобство през кръгли, означени на нея стойности на величината. Понеже $I_b=\text{const}$ и $U_{ce}=\text{const}$ са избрани около единия край на правите участъци на експерименталните криви и за определяне на наклона им е използвана само едната от тях, резултатите от тези пресмятания се означават с R'_{12}, R'_{34}, k'_I и k'_U.

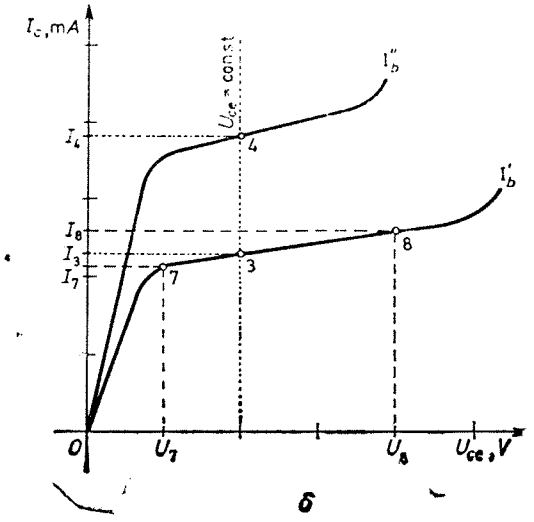
Резултатите R'_{12}, R'_{34}, k'_I, k'_U и резултатът за коефициента на

усилване по мощност $k'_P=k'_I \cdot k'_U$ се записват с точност три значещи цифри. От съответните линейни участъци на другите експериментални криви и със засечки около другия им край се намират и съответните резултати R''_{12}, R''_{34}, k''_I, k''_U и k''_P, които също



а

Фиг. 9.23, а



б

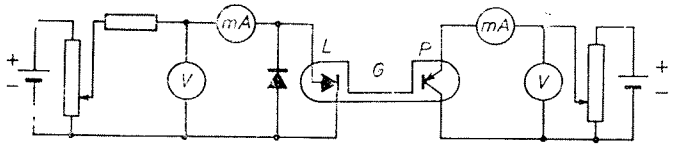
Фиг. 9.23, б

така се записват с точност три значещи цифри. Поради неуспоредността на използваните участъци, между стойностите на съответните резултати се получават значителни разлики. Преценете по тези разлики колко е абсолютната грешка на средноаритметичното за всеки от петте резултата и го запишете с доверителния интервал по двата начина.

9.2.2. Фототранзисторен оптрон

Оптронът е възел на информационна система, в който сигналът се преобразува от електричен във фотонен и наново пак в електричен, за да се използват предимствата и възможностите на оптичната връзка между нейните части. Електронеутралността на фотоните осигурява пълно електрично разделяне между източника и приемника на сигнала. Граничната скорост на фотоните и малката дължина на техните вълни дават възможност за бързодействие и миниатюризиране на информационната система. А разнообразните взаимодействия на фотоните с веществената среда, която може да бъде поставена в оптичния канал между източника и приемника на сигнала, позволява както допълнително формиране на сигнала, така и изследване на самата среда. Като фотоизточници се използват светодиоди или лазери, а за фотоприемници служат фотодиоди, включени в права посока или във фоторезисторен режим, фототранзистори и други чувствителни към действието на фотони електронни елементи.

На фиг. 9.24 е показана схемата на свързване на фототранзисторен оптрон с достъпно за поставяне на различни тела про-



Фиг. 9.24

странство G между светодиода L и фототранзистора P, наречен фототранзисторен оптрон с въздушна междина. При използвания биполярен фототранзистор емитерната бариера се управлява чрез пораждане на свободни електроносители в базата или в колектора от облъчването им с инфрачервени фотони с $\lambda \sim 900$ nm, които светодиодът излъчва. Входна характеристика на оптрона се нарича зависимостта на тока I_L през светодиода от приложеното в права посока напрежение U_L. При снемане на входната характеристика $I_L(U_L)$ токът през светодиода не трябва да надвишава означената върху уредбата стойност I_{Lm}, която за оптрона 6Н2144 е $I_{Lm}=40$ mA. Зависимостта $I_L(U_L)$ се представя графично,

откъдето се определят интегралното съпротивление

(9.26) $$R_i=\frac{U_L}{I_L}$$

и диференциалното съпротивление

(9.27) $$R_d=\frac{\Delta U_L}{\Delta I_L}$$

на светодиода.

Предавателна характеристика на оптрона се нарича зависимостта на колекторния ток I_c на фототранзистора от тока I_L през светодиода при постоянно колекторно напрежение U_c. Снемат се две предавателни характеристики $I_{c1}(I_L)$ и $I_{c2}(I_L)$ при двете различни колекторни напрежения U_{c1} и U_{c2}, чиито стойности са дадени върху уредбата. Двете зависимости се представят графично, откъдето за всяка от тях се определя коефициентът на предаване по ток

(9.28) $$k_I=\frac{\Delta I_c}{\Delta I_L}.$$

Пространството между светодиода и фототранзистора може да се използва за изследване на поглъщането на инфрачервеното лъчение в различни вещества. Когато материалът на образеца е достатъчно еднороден, разсейването на фотоните от него може да се пренебрегне, при което поглъщането им се подчинява на закона

(9.29) $$I=I_0\,e^{-\mu d}.$$

Тук I_0 е интензивността на падащия върху образеца поток фотони, I — интензивността на минаващия през него поток фотони, d — дебелината на образеца, а така наречената коефициент на отслабване μ е характерна константа за изследваното вещество. Коефициентът на отслабване μ се определя, като се снеме зависимостта на колекторния ток I_c от дебелината d на поглъщащия слой вещество при неизменни напрежения U_{Ls} и U_{cs}, чиито стойности са означени върху уредбата. Ако образецът е във вид на еднакви листове с дебелина d_1 всеки от тях, резултатите от измерванията се записват в табл. 9.5, където за нулева дебе-

Таблица 9.5

d, 10^{-3} m	I_c, mA
0	
$1\,d_1$	
$2\,d_1$	
.	
.	
.	
$n\,d_1$	

лина на изследваното вещество е приета липсата на пластинка от него в пространството G, макар че там има въздух, а освен това фотоните се поглъщат и разсейват и от стените на самия оптрон. Тъй като колекторният ток I_c е правопропорционален на интензивността I на миналия през образеца поток фотони, формула (9.29) ще бъде валидна и за тока I_c. Затова експерименталните точки на зависимостта на $\ln I_c$ от d може да се осредняват графично с права линия. Тогава коефициентът на отслабване μ се намира по формулата

$$\mu = \frac{\ln I_{c\alpha} - \ln I_{c\omega}}{d_\omega - d_\alpha}, \tag{9.30}$$

където d_α и d_ω се избират да бъдат реперни стойности по оста d, като d_α се избира около началото на осредняващата права линия, а d_ω се избира около нейния край.

С уредбата може да се определи коефициентът на отслабване μ и за веществото на образец със само една дебелина a, какъвто е случаят на течност, поставена в пространстото G посредством кювета. За нулева дебелина на изследваното вещество се приема липсата на такова вещество в кюветата, която, макар и празна, се поставя в пространството G. От измерванията на I_{c0} и на I_{ca} се построяват две експериментални точки, които са достатъчни за начертаване на интересуващата ни права линия, а оттам и за прилагането на формула (9.30).

Резултатите за R_i, R_d, k_{I1}, k_{I2} и за μ се записват с точност две значещи цифри.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Физични величини и единици от международната измерителна система

Име на величината	Означение на величината	Определение на единицата и	Размерност на единицата ѝ	Име на единицата	Означение на единицата	Големина на единицата
		ОСНОВНИ				
1. Време, интервал от време, продължителност	t Δt, τ	физичен еталон физичен еталон	T L	секунда метър	s m	1 секунда 1 метър
2. Дължина, път, разстояние, радиус, пространствена координата	l, s d, r x, y, z					
3. Маса	m	физичен еталон	M	килограм	kg	1 килограм
4. Температурен интервал, термодинамична температура	θ T	физичен еталон	θ	келвин	K	1 келвин
5. Големина на електричен ток	I	физичен еталон	I	ампер	A	1 ампер
6. Интензитет на светлината	Y	физичен еталон	J	кандела	cd	1 кандела
7. Количество вещество	ν	физичен еталон	N	мол	mol	1 мол
		ПРОИЗВОДНИ				
8. Площ (лице на повърхнина)	A, S	$A = l^2$	l^2	квадратен метър	m^2	m^2
9. Обем	V	$V = l^3$	l^3	кубичен метър	m^3	m^3
10. Равнинен ъгъл	θ, β	$\theta = \frac{l}{r} = 1$	безразмерна	радиан	rad	1 радиан
11. Пространствен ъгъл	Ω	$\Omega = \frac{A}{r^2} = 1$	безразмерна	стерадиан	sr	1 стерадиан

12. Скорост	v	$v=\frac{ds}{dt}$	LT^{-1}	метър в секунда	$m.s^{-1}$	$m.s^{-1}$
13. Ускорение	a	$a=\frac{dv}{dt}$	LT^{-2}	метър в секунда на квадрат	$m.s^{-2}$	$m.s^{-2}$
14. Сила, тегло	F, Γ, G	$F=ma$, $G=mg$	LMT^{-2}	нютон	N	$m.kg.s^{-2}$
15. Импулс на сила	p	$dp=Fdt$	LMT^{-1}	нютон по секунда	N.s	$m.kg.s^{-1}$
16. Импулс на тяло	p	$p=mv$	LMT^{-1}	килограм по метър в секунда	$kg.m.s^{-1}$	$m.kg.s^{-1}$
17. Работа, енергия	W, E	$W=Fs$, $E=W$	L^2MT^{-2}	джоул	J	$m^2.kg.s^{-2}$
18. Мощност	P	$P=\frac{dW}{dt}$	L^2MT^{-3}	ват	W	$m^2.kg.s^{-3}$
19. Ъглова скорост	ω	$\omega=\frac{d\beta}{dt}$	T^{-1}	радиан в секунда	$rad.s^{-1}$	$rad.s^{-1}$
20. Ъглово ускорение	α	$\alpha=\frac{d\omega}{dt}$	T^{-2}	радиан в секунда на квадрат	$rad.s^{-2}$	$rad.s^{-2}$
21. Инерчен момент	$I(J)$	$I=md^2$	L^2M	килограм по метър на квадрат	$kg.m^2$	$m^2.kg$
22. Момент на сила	M	$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$	L^2MT^{-2}	нютон по метър	N.m	$m^2.kg.s^{-2}$
23. Импулс на момента на сила	L	$dL=Mdt$	L^2MT^{-1}	нютон по метър по секунда	N.m.s	$m^2.kg.s^{-1}$
24. Момент на импулса на тяло	L	$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$	L^2MT^{-1}	килограм по метър на квадрат в секунда	$kg.m^2.s^{-1}$	$m^2.kg.s^{-1}$
25. Период	T	$T=\frac{\tau}{n}$ (n-брой обороти)	T	секунда	s	s
26. Честота	f, ν	$f=\frac{1}{T}$	T^{-1}	херц секунда на минус първа степен	Hz s^{-1}	s^{-1}
27. Кръгова честота	ω	$\omega=2\pi f$	T^{-1}		s^{-1}	s^{-1}
28. Фаза на трептенията, начална фаза	Φ, φ	$\Phi=\omega t+\varphi$	безразмерна	радиан	rad	rad

29. Коефициент на затихване (декремент)	γ	$u=Ae^{-\gamma t}\sin\omega t$	T^{-1}	секунда на минус първа степен	s^{-1}	s^{-1}
30. Логаритмичен декремент	Λ	$\Lambda=\ln\frac{A_0}{A_1}=\gamma T_1$	безразмерна	непер	Np	е-пъти на период
31. Дължина на вълните	λ	$\lambda=vT$	L	метър	m	m
32. Вълново число (пространствена честота)	q, σ	$q=\frac{1}{\lambda}$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
33. Кръгово вълново число (кръгова пространствена честота)	k	$k=2\pi q$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
34. Коефициент на отслабване (пространствен декремент)	α	$u=Ae^{-\alpha x}\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
35. Фазов коефициент	β, k	$u=Ae^{-\alpha x}\sin(\omega t-\beta x)$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
36. Линейна плътност на частици	τ_c	$\tau_c=\frac{n}{l}$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
37. Повърхнинна плътност на частици	σ_c	$\sigma_c=\frac{n}{A}$	L^{-2}	метър на минус втора степен	m^{-2}	m^{-2}
38. Обемна плътност на частици (концентрация)	ρ_c	$\rho_c=\frac{n}{V}$	L^{-3}	метър на минус трета степен	m^{-3}	m^{-3}
39. Линейна плътност на маса	τ_m	$\tau_m=\frac{m}{l}$	ML^{-1}	килограм на метър	$kg.m^{-1}$	$kg.m^{-1}$
40. Повърхнинна плътност на маса	σ_m	$\sigma_m=\frac{m}{A}$	ML^{-2}	килограм на квадратен метър	$kg.m^{-2}$	$kg.m^{-2}$
41. Обемна плътност на маса	ρ_m	$\rho_m=\frac{m}{V}$	ML^{-3}	килограм на кубичен метър	$kg.m^{-3}$	$kg.m^{-3}$

42. Концентрация на компонента по брой на частици	$c_{\tilde{c}}$	$c_{\tilde{c}}=\frac{n_s}{n}$	безразмерна	процент	%	0,01
43. Концентрация на компонента по маса	c_m	$c_m=\frac{m_s}{m}$	безразмерна	процент	%	0.01
44. Концентрация на компонента по обем	c_Λ	$c_\Lambda=\frac{V_s}{V}$	безразмерна	процент	%	0,01
45. Моларна маса	μ	$\mu=\frac{m}{\nu}$	MN^{-1}	килограм на мол	$kg.mol^{-1}$	$kg.mol^{-1}$
46. Моларен обем	V_μ	$V_\mu=V/\nu$	L^3N^{-1}	кубичен метър на мол	$m^3.mol^{-1}$	$m^3.mol^{-1}$
47. Налягане, механично напрежение	p	$p=\frac{F}{A}$	$MT^{-2}L^{-1}$	паскал	Pa	$kg.s^{-2}.m^{-1}$
48. Динамичен вискозитет	η	$F=\eta\frac{dv}{dz}A$	$MT^{-1}L^{-1}$	паскал по секунда	Pa.s	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
49. Кинематичен вискозитет	ν	$\nu=\frac{\eta}{\rho_m}$	L^2T^{-1}	квадратен метър на секунда	$m^2.s^{-1}$	$m^2.s^{-1}$
50. Повърхностно напрежение	σ	$\sigma=\frac{F}{l}$	MT^{-2}	нютон на метър	$N.m^{-1}$	$kg.s^{-2}$
51. Температура по Целзий	t	$t=T-273{,}15\ K$	θ	градус Целзий	°C	K
52. Количество топлина (топлинна енергия)	Q	$Q=E$	L^2MT^{-2}	джаул	J	$m^2.kg.s^{-2}$
53. Специфично количество топлина	q	$q=\frac{Q}{m}$	L^2T^{-2}	джаул на килограм	$J.kg^{-1}$	$m^2.s^{-2}$
54. Топлинен капацитет	C	$C=\frac{dQ}{d\theta}$	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$	джаул на келвин	$J.K^{-1}$	$m^2.kg.s^{-2}.K^{-1}$
55. Специфичен топлинен капацитет	c	$c=\frac{C}{m}$	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	джаул на килограм-келвин	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	$m^2.s^{-2}.K^{-1}$

56. Ентропия	S	$dS=\frac{\delta Q}{T}$	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$	джаул на келвин	$J.K^{-1}$	$m^2.kg.s^{-2}.K^{-1}$
57. Специфична ентропия	s	$s=\frac{S}{m}$	$L^2T^{-1}\theta^{-1}$	джаул на килограм-келвин	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	$m^2.s^{-2}.K^{-1}$
58. Топлинен поток	Φ_Q	$\Phi_Q=\frac{dQ}{dt}$	L^2MT^{-3}	ват	W	$m^2.kg.s^{-3}$
59. Плътност на топлинен поток	j_Q	$j_Q=\frac{\Phi_Q}{A_\perp}$	MT^{-3}	ват на квадратен метър	$W.m^{-2}$	$kg.s^{-3}$
60. Електричен заряд	q	$dq=I\,dt$	TI	кулон	C	s.A
61. Линейна плътност на електричен заряд	τ_q	$\tau_q=\frac{dq}{dl}$	TIL^{-1}	кулон на метър	$C.m^{-1}$	$s.A.m^{-1}$
62. Повърхнинна плътност на електричен заряд	σ_q	$\sigma_q=\frac{dq}{dA}$	TIL^{-2}	кулон на квадратен метър	$C.m^{-2}$	$s.A.m^{-2}$
63. Обемна плътност на електричен заряд	ρ_q	$\rho_q=\frac{dq}{dV}$	TIL^{-3}	кулон на кубичен метър	$C.m^{-3}$	$s.A.m^{-3}$
64. Електричен диполен момент	p	$p=qd$	TLI	кулон по метър	C.m	s.m.A
65. Електрична поляризация	P	$P=\lim_{V\to 0}\left(\frac{\Sigma p}{V}\right)$	TIL^{-2}	кулон на квадратен метър	$C.m^{-2}$	$s.A.m^{-2}$
66. Електричен потенциал	φ	$\varphi=\frac{W_\infty}{q^+}$	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	волт	V	$m^2kg.s^{-3}.A^{-1}$
67. Електрично напрежение	U	$U=\varphi_1-\varphi_2$	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	волт	V	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-1}$
68. Електричен капацитет	C	$C=\frac{q}{\varphi}$	$T^4I^2L^{-2}M^{-1}$	фарад	F	$s^4.A^2m^{-2}.kg^{-1}$
69. Интезитет на електрично поле	E	$E=\frac{F}{q}=\frac{U}{d}$	$LMT^{-3}I^{-1}$	волт на метър	$V.m^{-1}$	$m.kg.s^{-3}.A^{-1}$
70. Електрична (диелектрична) проницаемост	ε	$\varepsilon=\frac{Cd}{A}$	$T^4I^2L^{-3}M^{-1}$	фарад на метър	$F.m^{-1}$	$s^4.A^2.m^{-3}.kg^{-1}$

71. Относителна електрична проницаемост	ε_r	$\varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$	безразмерна	—	—	—
72. Електрична възприемчивост	χ	$\chi=\varepsilon_r-1$	безразмерна	—	—	—
73. Електрична индукция	D	$D=\varepsilon E$	TIL^{-2}	кулон на квадратен метър	$C.m^{-2}$	$s.A.m^{-2}$
74. Плътност на електричен ток	j_q	$j_q=\frac{dI}{dA_\perp}$	IL^{-2}	ампер на квадратен метър	$A.m^{-2}$	$A.m^{-2}$
75. Интензитет на магнитно поле	H	$H=\frac{I}{2\pi r}$	IL^{-1}	ампер на метър	$A.m^{-1}$	$A.m^{-1}$
76. Магнитна индукция	B	$B=\frac{dF}{Idl}$	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	T	$kg.s^{-2}.A^{-1}$
77. Поток на $\vec{B}$ (магнитен поток)	Φ_B	$\Phi_B=\int_S \vec{B}.\vec{dA}$	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Wb	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-1}$
78. Индуктивност, взаимна индуктивност	L, L_{mn}	$L=\frac{\Phi_B}{I}$	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	хенри	H	$m^2.kg.s^{-2}.A^{-2}$
79. Магнитна проницаемост	μ	$\mu=\frac{B}{H}$	$LMT^{-2}I^{-2}$	хенри на метър	$H.m^{-1}$	$m.kg.s^{-2}.A^{-2}$
80. Относителна магнитна проницаемост	μ_r	$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}$	безразмерна	—	—	—
81. Магнитна възприемчивост	$\varkappa$	$\varkappa=\mu_r-1$	безразмерна	—	—	—
82. Амперов магнитен момент	m_A	$m_A=IA$	L^2I	ампер по квадратен метър	$A.m^2$	$m^2.A$
83. Кулонов магнитен момент	m_C	$m_C=\mu IA$	$L^3MT^{-2}I^{-1}$	вебер по метър	Wb.m	$m^3.kg.s^{-2}.A^{-1}$

84. Електрично съпротивление: капацитивно, активно, индуктивно, импеданс	X_C, R, X_L Z	$R=\frac{U}{I}$	$L^{2}\ \ -3I^{-2}$	ом	Ω	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$
85. Специфично електрично съпротивление	ρ	$\rho=\frac{RA}{l}$	$L^3MT^{-3}I^{-2}$	ом по метър	Ω.m	$m^3.kg.s^{-3}.A^{-2}$
86. Електрична проводимост: капацитивна, активна, индуктивна, пълна	G_C, G, G_L Y	$G=\frac{1}{R}$	$T^3I^2L^{-2}M^{-1}$	сименс	S	$s^3.A^2.m^{-2}.kg^{-1}$
87. Специфична електрична проводимост (специфична електропроводност)	γ	$\gamma=\frac{1}{\rho}$	$T^3I^2L^{-3}M^{-1}$	сименс на метър	$S.m^{-1}$	$s^3.A^2.m^{-3}.kg^{-1}$
88. Активност на радионуклид	A_t	$A_t=\frac{dN}{dt}$	T^{-1}	бекерел	Bq	s^{-1}
89. Енергетична активност на излъчвател	A_e	$A_e=\frac{dE}{dt}$	L^2MT^{-3}	ват	W	$m^2.kg.s^{-3}$
90. Корпускулен поток (поток частици)	Φ_c	$\Phi_c=\frac{dN}{dt}$	T^{-1}	секунда на минус първа степен	s^{-1}	s^{-1}
91. Енергетичен поток	Φ_e	$\Phi_e=\frac{dE}{dt}$	L^2MT^{-3}	ват	W	$m^2.kg.s^{-3}$
92. Корпускулна интензивност на поток	I_c	$I_c=\frac{\Phi_c}{A_\perp}$	$T^{-1}L^{-2}$	секунда на минус първа по метър на минус втора степен	$s^{-1}.m^{-2}$	$s^{-1}.m^{-2}$
93. Енергетична интензивност на поток	I_e	$I_e=\frac{\Phi_e}{A_\perp}$	MT^{-3}	ват на квадратен метър	$W.m^{-2}$	$kg.s^{-3}$
94. Фокусно разстояние	$d(f)$	$f=d$	L	метър	m	m

95. Пречупвателна способност	$D(\Phi)$	$D=\frac{1}{d}$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
96. Яркост	L	$L=\frac{dY}{dA\cos\theta}$	JL^{-2}	кандела на квадратен метър	$cd.m^{-2}$	$cd.m^{-2}$
97. Светлинен поток	Φ_l	$d\Phi_l=Yd\Omega$	J	лумен	lm	cd.sr
98. Светлинна способност	M	$M=\frac{d\Phi_l}{dA}$	JL^{-2}	лумен на квадратен метър	$lm.m^{-2}$	$cd.sr.m^{-2}$
99. Осветленост	E	$E=\frac{d\Phi_e}{dA}$	JL^{-2}	лукс	lx	$cd.sr.m^{-2}$
100. Количество осветленост (светлинна доза)	H	$H=\int Edt$	TJL^{-2}	лукс по секунда	lx.s	$s.cd.sr.m^{-2}$
101. Константа на разпадане	λ	$N=N_0e^{-\lambda t}$	T^{-1}	секунда на минус първа степен	s^{-1}	s^{-1}
102. Средно време на живот	τ_0	$\tau_0=\frac{1}{\lambda}$	T	секунда	s	s
103. Период на полуразпадане	$T_{1/2}$	$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}$	T^2	секунда	s	s
104. Ефективно сечение	σ	$\sigma=\pi r^2$	L^2	квадратен метър	m^2	m^2
105. Линеен коефициент на отслабване	μ	$I=I_0e^{-\mu d}$	L^{-1}	метър на минус първа степен	m^{-1}	m^{-1}
106. Среден линеен пробег	R_0	$R_0=\frac{1}{\mu}$	L	метър	m	m
107. Слой на полуотслабване	$d_{1/2}$	$d_{1/2}=\frac{\ln 2}{\mu}$	L	метър	m	m
108 Атомен коефициент на отслабване	μ_a	$\mu_a=\frac{\mu}{\rho_e}$	L^2	квадратен метър	m^2	m^2
109. Масов коефициент на отслабване	μ_m	$\mu_m=\frac{\mu}{\rho_m}$	L^2M^{-1}	квадратен метър на килограм	$m^2.kg.^{-1}$	$m^2.kg^{-1}$

110. Отдадена на веществото енергия	E	$E=E_1-E_2$	L^2MT^{-2}	джаул	J	$m^2.kg.s^{-2}$
111. Погълнатата доза лъчение	D	$D=\frac{dE}{dm}$	L^2T^{-2}	грей	Gy	$m^2.s^{-2}$
112. Еквивалентна доза	H	$H=kD$	L^2T^{-2}	сиверт	Sv	$m^2.s^{-2}$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Извънсистемни единици

Име на величината	Означение на величината	Име на единицата	Означение на единицата	Размер на единицата в единици от SI	Сфера на употреба
1. Време, интервал от време, продължителност	t Δt, τ	минута час денонощие	min h d	60 s 3600 s 86 400 s	в много области „ „
2. Маса	m	тон	t	10^3 kg	„
3. Температурен интервал	θ	градус Целзий	°C	1 K	„
4. Обем	V	литър	l	10^{-3} m^3	„
5. Равнинен ъгъл	θ, β	градус	...°	$\frac{\pi}{180}$ rad	„
		минута	...′	$\frac{\pi}{10\,800}$ rad	„
		секунда	...″	$\frac{\pi}{648\,000}$ rad	„
		град	...^{g}	$\frac{\pi}{200}$ rad	в геодезията
6. Дължина, разстояние	l d	астрономична единица	Ua	$1{,}496.10^{11}$ m	в астрономията
		светлинна година	ly	$9{,}460.10^{15}$ m	„
		парсек	pc	$3{,}086.10^{16}$ m	„
		ангстрьом	Å	10^{-10} m	в атомната физика
7. Атомна маса	m_a	атомна единица за маса	m_u	$1{,}660\ 565\ 5.10^{-27}$ kg	„
8. Енергия	E	електронволт	eV	$1{,}602\ 189\ 2.10^{-19}$ J	„
9. Експозиция на рентгеново или на гама-лъчение	X	кулон на килограм	C.kg^{-1}	1 C.kg^{-1}	„
		рентген	R	$2{,}58.10^{-4}$ C.kg^{-1}	„
10. Еквивалентна доза	H	бер (рем)	rem	1 rem=10^{-2} Sv~1R	в дозиметрията
11. Площ (лице на повърхнина)	A	хектар	ha	10^4 m^2	в земеделието
12. Реактивна мощност	Q	вар	var	1 W	в електротехниката
13. Пълна мощност	S	волтампер	V.A	1 W	„

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Основни физични константи

Име на константата	Характерна връзка	Размер на константата
1. Гравитационна константа	$G=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$	$\gamma=6{,}6720.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}
2 Скорост на светлината във вакуум	$c^2=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}$	$c=2{,}997\ 924\ 58.10^8$ m.s^{-1}
3. Магнитна проницаемост на вакуума	$F=\mu_0\frac{I_1I_2}{2\pi r}l$	$\mu_0=4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}
4. Електрична проницаемост на вакуума	$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0r^2}$	$\varepsilon_0=8{,}854\ 187\ 818.10^{-12}$ F.m^{-1}
5. Константа на Авогадро	$pV_\mu=N_A\frac{2}{3}\frac{mv^2}{2}$	$N_A=6{,}022\ 045.10^{23}$ mol^{-1}
6. Моларна газова константа	$pV=\nu RT$	$R=8{,}314\ 41$ J.mol^{-1}.K^{-1}
7. Константа на Болцман	$k=\frac{R}{N_A}$	$k=1{,}380\ 662.10^{-23}$ J.K^{-1}
8. Константа на Фарадей	$m=\frac{1}{F}\frac{m_a}{z}q$	$F=9{,}648\ 456.10^4$ C.mol^{-1}
9. Елементарен електричен заряд	$e=\frac{F}{N_A}$	$e=1{,}602\ 189\ 2.10^{-19}$ C
10. Константа на Планк	$E=hf$	$h=6{,}626\ 176.10^{-34}$ J.s, $\hbar=\frac{h}{2\pi}$
11. Константа на фината структура	$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$	$\alpha=7{,}297\ 350\ 6.10^{-3}\approx\frac{1}{137}$

12. Маса на електрона	$r_nm_ev_n=n\hbar$	$m_e=9{,}109\ 534.10^{-31}$ kg
13. Маса на протона	$\Delta E_{1,0}=(m_p+m_e-m_{1,0})c^2$	$m_p=1{,}672\ 648\ 5.10^{-27}$ kg
14. Маса на неутрона	$\Delta E_{Z,N}=(Zm_p+Nm_n+Zm_e-m_{Z,N})c^2$	$m_n=1{,}674\ 954\ 3.10^{-27}$ kg
15. Комптънова дължина на вълната на електрона	$\lambda_{ce}=\frac{h}{m_ec}$	$\lambda_{ce}=2{,}426\ 308\ 9.10^{-12}$ m, $\lambda_{ce}=\frac{\lambda_{ce}}{2\pi}$
16. Класически радиус на електрона	$r_e=\alpha\lambda_{ce}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0m_ec^2}$	$r_e=2{,}817\ 938\ 0.10^{-15}$ m
17. Радиус на Бор за водородния атом	$a_0=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_ee^2}$	$a_0=5{,}291\ 770\ 6.10^{-11}$ m
18. Проекция на спина на електрона	$L_{se}=\pm\frac{1}{2}\hbar$	$L_{se}=\pm5{,}272\ 943\ 7.10^{-35}$ J.s
19. Проекция на спиновия магнитен момент на електрона	$F=\mu_e\frac{dB}{dz}$	$\mu_e=\pm9{,}284\ 832.10^{-24}$ A.m^2
20. Магнетон на Бор	$\mu_B=\frac{e\hbar}{2m_e}$	$\mu_B=9{,}274\ 078.10^{-24}$ A.m^2

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Други физични константи и зависимости

4.1. Често използвани константи

Име на константата	Характерна връзка	Размер на константата
1. Земно ускорение	$G=mg$	$g=9{,}806\ 65\ \mathrm{m.s^{-2}}\approx 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$
2. Среден радиус на Земята	$G=\gamma\frac{m_\mathrm{T}m}{r_\mathrm{T}^2}$	$r_\mathrm{T}=6{,}371\ 227.10^6\ \mathrm{m}$
3. Маса на Земята, маса на Слънцето	$G=\gamma\frac{m_S m_\mathrm{T}}{r^2}$	$m_\mathrm{T}=5{,}976\ 6.10^{24}\ \mathrm{kg},\ m_S=1{,}990.10^{30}\ \mathrm{kg}$
4. Тропична година	$a_\mathrm{trop}=365{,}242\ 196\ d$	$a_\mathrm{trop}=31\ 556\ 925{,}7\ \mathrm{s}$
5. Нормална температура	$T=t+273{,}15$	$T_0=273{,}15\ \mathrm{K}$
6. Нормално налягане	$p_0=1\ \mathrm{atm}$	$p_0=101\ 325\ \mathrm{Pa}$
7. Моларен обем на идеален газ при нормални условия	$V_{\mu 0}=\frac{V_0}{\nu}$	$V_{\mu 0}=0{,}022\ 413\ 83\ \mathrm{m^3.mol^{-1}}$
8. Специфичен заряд на електрона	$\frac{e}{m_e}$	$\frac{e}{m_e}=1{,}758\ 804\ 7.10^{11}\ \mathrm{C.kg^{-1}}$

4.2. Константи на твърди вещества

№ Вещество	Атомна маса на химичен елемент m_a, m_u	Плътност при 18 °C ρ, kg/m³	Температурен коефициент на линейно разширение α, $10^{-6}\mathrm{K}^{-1}$	Специфичен топлинен капацитет при 18°C c, J/(kg. K)	Коефициент на топлопроводност при 18°C λ, W/(m.K)	Температура на топене t, °C	Топлина на топене q, 10^{-3} J/kg	Температура на кипене t, °C
1. Алуминий	26,97	2720	24,5	896	245	660	396	2500
2. Бисмут	209,00	9800	13,4	121	79,5	271	52,3	1560
3. Волфрам	183,92	19300	4,5	134	167	3416	192	—
4. Въглерод:	12,01							
диамант		3514		493	164			
графит		2260		—	—	~3000		
5. Ебонит	—	1200	3,8	1420	0,17	—	—	—
6. Злато	197,2	19300	14,5	131	310	1063	64,5	2950
7. Желязо	55,85	7860	12,5	465	83,4	1530	268	2800
8. Стомана (средни стойности)	—	7840	11,5	460	50	1300 1400	205	—
9. Чугун (средни стойности)	—	7200	10,5	540	56	1100 1200	96	—
10. Иридий	193,1	22400	6,6	129	59	2454	138	—
11. Йод	126,92	4940	90	128	—	114	121	184
12. Кадмий	112,41	8640	41	250	100	1320,9	54,5	767
13. Калай	118,70	7280	27	219	64,5	231,9	60,7	2430
14. Калий	39,1	860	84	755	134	63,4	61,5	762
15. Калций	40,08	1550	—	628	—	850	234	1700
16. Кобалт	58,94	8800	12,6	419	71	1490	260	3180
17. Магнезий	24,32	1740	26	1003	171	650	372	1100
18. Манган	54,93	7300	23	505	—	1250	265	2030
19. Мед	63,57	8930	14,2	385	398	1084	204	2560
20. Молибден	95,95	10200	5	268	142	2600	290	4700

Продължение на табл. 4.2

21. Натрий	22,1	970	70	1210	96,2	97,8	115	883
22. Никел	58,69	8800	13	460	92	1452	300	3100
23. Олово	207,21	11340	29	130	34,8	327,3	22,5	1750
24. Осмий	190,2	22500	5	130	66,8	2700	—	—
25. Паладий	106,71	11500	12	247	71,2	1555	162	—
26. Платина	195,23	21400	9	132	1,05	1773	101	—
27. Порцелан	—	2300	0,4	—	—			
28. Сребро	107,88	10510	19,7	233	418,7	1530	—	—
20. Стъкло йенско	—	2500	8,1	778	0,96	960,8	105	2180
30. Стъкло кварцово	—	2210	0,6	727	0,13	1710	—	—
31. Сяра моноклинна	32,06	1960	—	735	—	118,8	38,5	444,6
32. Сяра ромбична	—	2056	90	715	0,27	112,8	—	—
33. Тантал	180,88	16600	7	138	54,4	3000	—	4100
34. Цинк	65,38	7120	36	387	112	419,5	102	910
35. Бронз (84 Cu, 9Zn, 6Sn, 1Pb)	—	8700	—	167	58,5	900	—	—
36. Сплав на Вуд	—	9700	—	1700	12,54	65,5	35	—
37. Инвар (64 Fe, 36 Ni)	—	7900	2	410	109	—	102	—
38. Константан (60 Cu, 40 Ni)	—	8800	15	386	22,6	—	—	—
39. Месинг (62 Cu, 38 Zn)	—	8300	18	380	89,5	920	—	—
40. Платина-иридий (90 Pt, 10 Jr)	—	21600	8,9		—	1800	—	—
41. Супра инвар (63 Fe, 32 Ni, 5 Co, 0,3 Mn)	—	10	0,3	—	—	—	—	—
42. Сплав на Розе	—	10700	—	167	16,3	95	—	—

4.3. Константи на течности

Течност	Химична формула	Плътност при 18 °C ρ, 10^3 kg/m^3 или g/cm^3	Повърхностно напрежение при 18 °C σ, N/m	Динамичен вискозитет η, 10^{-2} Pa.s	Температурен коефициент на обемно разширение β, 10^{-4} K^{-1}	Специфичен топлинен капацитет при 18 °C, c, J/(kg.K)
1	2	3	4	5	6	7
Амилов ацетат	$I-CH_3.COO.C_5H_{11}$	0,873	—	—	—	—
Анилин	$CH_5.NH_2$	1,022	0,0405	0,482	8,4	2050
Ацетон	$CH_3.CO.CH_3$	0,791	0,0233	0,033	14,3	2140
Бензол	C_6H_6	0,879	0,0291	0,067	10,6	1710
Бром	Br_2	3,140	0,044	—	11,1	460
Бромоформ	$CHBr_3$	2,890	0,501	0,0207	9,1	544
Вода	H_2O	0,999	0,07297	0,1065	1,9	4183
Вода тежка	D_2O	1,105	0,068	0,134	—	4186,8
Глицерин	$CH_2OH.CHOH.CH_2OH$	1,260	0,0625	1,50	4,9	2390
Етилов алкохол	$C_2H_5.OH$	0,790	0,022	0,124	11	2390
Етилов етер	$(C_2H_5)_2O$	0,716	0,0164	0,0248	16,2	2350
Етилов ацетат	$CH_3.COO.C_2H_5$	0,903	0,024	0,0461	13,5	1928
Ксилол	$m-C_6H_4.(CH_2)_2$	0,864	0,0298	0,063	9,9	1676
Метилов алкохол	CH_3OH	0,791	0,0227	0,060	11,9	2407
Метилов ацетат	$CH_3.COO.CH_3$	0,934	0,0242	0,0388	14	2136
Нитробензол	$C_6H_5NO_2$	1,203	0,0429	0,207	8,3	1465
Пентан	$n-C_5H_{12}$	0,626	—	0,0234	16,2	2264
Петрол	—	0,850	0,027	—	9,6	2093,4
Серовъглерод	CS_2	1,265	0,0338	0,0372	11,8	1006
Пропилов алкохол	$C_3H_7.OH$	0,805	0,021	0,234	9,9	2350
Терпентин	—	0,870	0,027	0,219	9,7	1760
Тетрахлорметан	CCl_4	1,590	0,0259	0,1	12,2	837,4
Толуол	$C_6H_5CH_3$	0,866	0,0284	0,0602	10,2	1730
Хлороформ	$CHCl_3$	1,489	0,0265	0,058	12,8	942

4.4. Константи на газове

Газ	Плътност при 0 °C, 101 325 Pa ρ, kg/m³	Специфичен топлинен капацитет при 18 °C c, J/(kg.K)	$\varkappa = \frac{c_p}{c_V}$ при 18 °C	Критично налягане $p_{кр}$, 10^4 Pa	Критична температура $t_{кр}$, °C	Температура на топене t_m, °C	Температура на кипене $t_к$, °C	Обем на газа, който се разтваря в 1 m³ вода V, m³
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Азот	1,2505	1036	1,40	343	−147,1	−210,0	−195,8	0,0157
Амоняк	0,7714	2186	1,31	1168	+132	− 77,7	− 33,4	702
Аргон	1,7839	517	1,67	491	−122	−189	−185,8	0,0377
Ацетилен	1,1709	1685	1,23	628	+35,9	− 81,7	− 83,6	1,03
Водород	0,08987	14280	1,41	129	−239,9	−259,2	−252,8	0,0182
Въглероден двуокис	1,9768	837	1,30	736	+310	− 56	− 78,5	0,878
Въглероден окис	1,2500	1042	1,40	353	−139	−205	−191,5	0,0232
Въздух	1,2928	1005	1,40	373	−140,7	—	—	0,019
Кислород	1,42895	916	1,40	500	−118,8	−218,8	−183,0	0,031
Криптон	3,74	—	1,68	550	− 62,5	−157	−152,9	0,0624
Метан	0,7168	2210	1,30	462	−82,5	−183	−161,4	0,0331
Неон	0,8999	1030	1,64	275	−228,7	−248,6	−246,1	0,0116
Озон	2,22	—	1,29	—	−5	−251	−112	—
Серен двуокис	2,9203	635	1,27	785	+157,5	− 75,3	− 10,0	39,4
Сероводород	1,5392	1046	—	903	+100,4	− 85,6	− 60,5	2,58
Хелий	1,1785	5230	—	23	−267,9	—	−268,9	0,0085
Хлор	3,22	490	1,36	775	+144	−103	− 34	2,299
Хлороводород	1,6391	800	1,40	845	+ 51,4	−115	− 85,0	442

4.5. Еластични свойства на твърди вещества

Вещество	Линеен модул (модул на Юнг) E, 10^{10} Pa	Равнинен модул (модул на хлъзгане) G, 10^{10} Pa	Коефициент на Поасон μ	Граница на еластичност p_1, 10^7 Pa	Граница на издръжливост p_2, 10^7 Pa	Скорост на звука v, 10^3 m/s 18 °C
Алуминий	6,3—7,5	2,3—2,7	0,34	5	10—40	5,1
Бронз	10,6	4,6	—	10	18—80	5,0
Дърво	0,4—1,0	—	—	—	3—22	—
Желязо ковко	20,0—22,0	7,0—8,5	0,28	20	10—60	3—4,0
Стомана	20,0—22,0	8,0—8,3	0,29	20—150	50—160	—
Стоманена струна	—	—	—	—	до 250	5,1
Инвар	14,0	5,6	—	50	78	—
Чугун сив	7,6—13,0	5,0	0,26	6	12—13	—
Злато	7,0—9,5	2,6—3,9	0,42	—	11	2,1
Кварц топен	6,0	—	—	—	12—66	—
Месинг	8,0—10,0	2,7—3,7	0,35	до 13	10—50	3,2
Мед	10,0—13,0	3,9—4,8	0,35	0,5—20	16—45	3,6
Платина	16,0—17,5	6,0—7,3	0,39	—	24—34	2,8
Сребро	7,0—8,0	2,5—2,9	0,38	15	29	5,0—6,0
Стъкло	5,0—8,0	2,8—3,0	0,2—0,3	—	3—9	5,0—6,0
Цинк	8,0—13,0	4,0	0,2—0,3	—	13—20	3,7

4.6. Психрометрична таблица

Показания на сухия термометър, °C	Разлики в показанията на сухия и мокрия термометър										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	81	63	45	28	11					
2	100	84	68	51	35	20					
4	100	85	70	56	42	28	14				
6	100	86	73	60	47	35	23	10			
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7		
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4	
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

4.7. Налягане p и плътност ρ на наситени водни пари при различни температури

1mm Hg=133,32 Pa

t, °C	p, mmHg	ρ, 10^{-3} kg/m³	t, °C	p, mmHg	ρ, 10^{-3} kg/m³	t, °C	p, mmHg	ρ, 10^{-3} kg/m³
−20	0,77	0,88	0	4,6	4,8	20	17,5	17,3
−19	0,85	0,96	1	4,9	5,2	21	18,6	18,3
−18	0,94	1,05	2	5,3	5,6	22	19,8	19,4
−17	1,03	1,15	3	5,7	6,0	23	21,1	20,6
−16	1,13	1,27	4	6,1	6,4	24	22,4	21,8
−15	1,24	1,38	5	6,5	6,8	25	23,8	23,0
−14	1,36	1,51	6	7,0	7,3	26	25,2	24,4
−13	1,49	1,65	7	7,5	7,8	27	26,7	25,8
−12	1,63	1,80	8	8,0	8,3	28	28,3	27,2
−11	1,78	1,96	9	8,6	8,8	29	30,0	28,7
−10	1,95	2,14	10	9,2	9,4	30	31,8	30,3
−9	2,12	2,33	11	9,8	10,0	31	33,7	32,1
−8	2,32	2,54	12	10,5	10,7	32	35,7	33,9
−7	2,53	2,76	13	11,2	11,4	33	37,7	35,7
−6	2,76	2,99	14	12,0	12,1	34	39,9	37,6
−5	3,01	3,24	15	12,8	12,8	35	42,2	39,6
−4	3,28	3,51	16	13,6	13,6	36	44,6	41,8
−3	3,57	3,81	17	14,5	14,5	37	47,1	44,0
−2	3,88	4,13	18	15,5	15,4	38	49,7	46,3
−1	4,22	4,47	19	16,5	16,3	39	52,4	48,7
						40	55,3	51,2

4.8. Плътност на водата

t, °C	ρ, kg/m³	t, °C	ρ, kg/m³	t, °C	ρ, kg/m³
0	999,87	12	999,52	24	997,32
1	999,93	13	999,40	25	997,07
2	999,95	14	999,27	26	996,81
3	999,99	15	999,13	27	996,54
4	1000,00	16	998,97	28	996,26
5	999,99	17	998,80	29	995,97
6	999,97	18	998,62	30	995,67
7	999,93	19	998,43	31	995,37
8	999,88	20	998,23	32	995,05
9	999,81	21	998,02	33	994,72
10	999,73	22	997,80	34	994,40
11	999,63	23	997,57	35	994,06

4.9. Динамичен вискозитет на водата

Температура, °C	η, 10^{-3} Pa.s	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t}$	Температура, °C	η, 10^{-3} Pa.s	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t}$	Температура, °C	η, 10^{-3} Pa.s	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t}$	Температура, °C	η, 10^{-3} Pa.s	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t}$
0	1,791	55	19	1,029	24	30	0,802	16	65	0,436	6
5	1,516	42	20	1,005	24	35	0,721	14	70	0,406	5
10	1,306	33	21	0,981	22	40	0,653	11	75	0,579	5
15	1,141	31	22	0,959	22	45	0,596	9	80	0,354	4
16	1,110	29	23	0,937	22	50	0,550	9	85	0,332	3
17	1,081	27	24	0,916	21	55	0,507	7	90	0,315	3
18	1,054	25	25	0,894	18	60	0,470	7	95	0,298	3
19	1,029		30	0,802		65	0,436		100	0,282	

4.10. Повърхностно напрежение на водата

Температура, °C	Повърхностно напрежение σ, 10^{-3} N/m	Температура, °C	Повърхностно напрежение σ, 10^{-3} N/m
0	75,49	45	68,6
5	74,91	50	67,8
10	74,35	55	66,9
15	73,26	60	66,0
20	72,53	65	65,1
25	71,73	70	64,2
30	71,03	75	63,3
35	70,29	80	62,3
40	69,54		

4.11. Скорост на звука във въздуха

t, °C	−10	0	10	15	20	25	30	35
v, m/s	325,4	331,6	337,6	340,6	343,5	346,5	349,4	355,1

4.12. c_p и c_V на газове

Газ	Означение	c_p, J/(kg . K)	c_V, J/(kg . K)	$\varkappa = c_p/c_V$
				1,68
Хелий	He	5230,10	3117,14	1,70
Аргон	Ar	531,37	312,32	1,41
Водород	H_2	14267,94	10114,25	1,38
Азот	N_2	1022,29	741,32	1,38
Кислород	O_2	902,81	625,90	1,40
Въглероден окис	CO	1047,80	748,86	1,30
Водни пари	H_2O	2010,28	1545,47	1,31
Метан	CH_4	2220,88	1698,94	1,13
Хлороформ	$CHCl_3$	603,23	533,09	1,11
Етилов спирт	C_2H_6O	1899,39	1717,63	1,41
Въздух	—	—	—	

4.13. Специфична електрична проводимост на електролити при 18°C, S/m

Процентно съдържание на безводен електролит	KCl	NaCl	NaOH	H_2SO_4
5	0,0690	0,0672	0,1969	0,2085
10	0,1359	0,1211	0,3124	0,3915
15	0,2020	0,1642	0,3460	0,5435
20	0,2677	0,1957	0,3270	0,6527
30			0,2022	0,7388
40			0,1164	0,6800
50				0,5405
70				0,2157
90				0,1075

4.14. Термоелектродвижещо напрежение на термоелементи, mV

t, °C	Константан — мед, mV	Константан — желязо, mV	Никел — желязо, mV	Хромел — алюмел, mV	Платина — 90% Pt, 10% Rh, mV
−186	5,2	7,5			
−80	3,1	3,8			
0	0,0	0,0			0,0
+100	4,1	5,2		4,1	0,54
200	8,8	10,5		8,1	1,42
300	14,1	15,8	9,2	12,2	2,29
400	19,9	21,2	10,7	16,4	3,21
500	26,3	26,6	11,8	20,6	4,17
600		32,1	13,1	24,9	5,18
700		37,7	14,9	29,1	6,3
800		43,4	17,2	33,3	7,31
900		49,4	19,5	37,4	8,43
1000				41,3	9,56
1100				45,1	10,72
1200				48,8	11,89
1300				52,4	13,07
1400				55,8	14,26
1500					15,45
1600					16,63

Едната термоспойка е при t °C, а другата при 0°C. Токът в топлата спойка тече от първия към втория метал.

4.15. Точка на Кюри, C

Желязо	770
Кобалт	1120
Никел	358
Пермалой (78% Ni и 22% Fe)	550

4.16. Отделителна работа на електрона

Метал	W, eV	Метал	W, eV
Барий	2,4	Платина	5,3
Барий на волфрам	1,1	Рубидий	2,2
Волфрам	4,5	Сребро	4,3
Германий	4,8	Торий	3,4
Злато	4,3	Торий на волфрам	2,6
Калций	2,8	Цезий	1,8
Молибден	4,3	Цезий на волфрам	1,4
Никел	4,5	Цезий на платина	1,3
Бариев окис	1,0		

4.17. Показател на пречупване на някои вещества при 20 °C

Вещество	λ_A = 7608,2Å (D)	λ_B = 6867,2 (O)	λ_C = 6562,8 (H)	λ_D = 5895,932 (Na)	λ_E = 5269,98 (F)	λ_F = 4861,35 (H)	λ_G = 4340,49 (H)	λ_H = 3968,50 (Ca)
Етилов спирт	1,3579	1,3593	1,3599	1,3617	1,3641	1,3662	1,3700	1,3738
Бензол	1,4910	1,4945	1,4963	1,5013	1,5077	1,5134	1,5235	1,5340
Глицерин	1,4646	1,4664	1,4672	1,4695	1,4722	1,4749	1,4789	1,4836
Вода	1,3289	1,3304	1,3311	1,3330	1,3352	1,3371	1,3403	1,3435
Йенско стъкло Бор-крон BK1	1,5049	1,5067	1,5076	1,5100	1,5130	1,5157	1,5202	1,5246
Тежък крон SK1	1,6035	1,6059	1,6070	1,6102	1,6142	1,6178	1,6240	1,6300
Флинт F3	1,6029	1,6064	1,6080	1,6128	1,6190	1,6246	1,6347	1,6452
Тежък флинт SF4	1,7392	1,7445	1,7473	1,7550	1,7652	1,7747	1,7920	1,8104
Кварцово стъкло SiO_2	1,4544	1,4560	1,4568	1,4589	1,4614	1,4636	1,4673	1,4709
Каменна сол NaCl	1,5368	1,5393	1,5406	1,5443	1,5490	1,5533	1,5609	1,5584

4.18. Спектрални линии на някои елементи

H	He	Ne		O	Hg	Na
λ, nm	λ, nm	λ, nm		λ, nm	λ, nm	λ, nm
397,0	447,2	540,1	633,4	394,7	404,7	466,9
410,2	471,3	585,2	638,3	628,3	434,7	498,3
434,0	492,2	588,2	640,2	686,7	435,8	514,9
486,1	501,6	594,5	650,6	760,8	439,9	515,4
656,3	587,6	597,6	653,3		448,7	568,8
	667,8	603,0	659,9		482,6	588,9965
	706,5	607,4	667,8		546,1	589,5932
		609,6	671,7		576,9	615,4
		614,3	693,0		579,1	616,1
		616,4	703,2		610,0	
		621,7	717,4		730,2	
		626,6	724,6			
		630,5				

4.19. Относителна спектрална светлочувствителност

λ, nm	фотопична $V(\lambda)$ за око, адаптирано за светло	скотопична $V'(\lambda)$ за око, адаптирано за тъмно
380	0,000 039 0	0,000 589
390	0,000 120	0,002 209
400	0,000 396	0,009 29
410	0,001 210	0,034 84
420	0,004 000	0,096 6
430	0,011 600	0,199 8
440	0,023 000	0,328 1
450	0,038 000	0,455
460	0,060 000	0,567
470	0,090 980	0,676
480	0,139 020	0,793
490	0,208 020	0,904
500	0,323 000	0,982
507	0,444 310	1,000
510	0,503 000	0,997
520	0,710 000	0,935
530	0,862 000	0,811
540	0,954 000	0,650
550	0,994 950	0,481
555	1,000 000	0,406
560	0,995 000	0,328 8
570	0,952 000	0,207 6
580	0,870 000	0,121 2
590	0,757 000	0,065 5
600	0,631 000	0,033 15
610	0,503 000	0,015 93
620	0,381 000	0,007 37
630	0,265 000	0,003 335
640	0,175 000	0,001 497
650	0,107 000	0,000 677
660	0,061 000	0,000 312 9
670	0,032 000	0,000 148 0
680	0,017 000	0,000 071 5
690	0,008 210	0,000 035 33
700	0,004 102	0,000 017 80
710	0,002 091	0,000 009 14
720	0,001 047	0,000 004 78
730	0,000 520	0,000 002 546
740	0,000 249 2	0,000 001 379
750	0,000 120 0	0,000 000 760
760	0,000 060 0	0,000 000 425
770	0,000 030 0	0,000 000 241
780	0,000 014 99	0,000 000 139

4.20. Сумарен коефициент на отслабване на гама-лъчи в някои вещества, μ, 10^{-2} m^{-1}

Енергия на излъчване, MeV	Олово	Желязо	Алуминий	Мед	Бетон	Вода
0,1	60	2,82	0,444	3,94	0,378	0,171
0,2	11,8	1,13	0,323	1,40	0,275	0,137
0,3	4,76	0,85	0,278	0,95	0,236	0,119
0,4	2,51	0,73	0,251	0,824	0,214	0,106
0,5	1,72	0,66	0,228	0,732	0,194	0,0967
1,0	0,79	0,47	0,166	0,522	0,141	0,0706
1,5	0,58	0,38	0,137	0,426	0,116	0,0576
2,0	0,51	0,33	0,117	0,371	0,100	0,0493
5,0	0,49	0,25	0,075	0,282	0,064	0,0302
Плътност на веществото ρ, 10^3 kg/m^3	11,34	7,89	2,7	8,9	2,3	1,0

ОСНОВНА ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

1. *Иванчев, Н. П. и др.* Ръководство за лабораторни упражнения по физика, ДИ «Техника». С., 1978.
2. *Керачев, П. П. и др.* Ръководство за лабораторни упражнения по физика. ВМЕИ — София, 1984.
3. *Казанджиев, К. и др.* Лабораторен практикум по физика, ВМЕИ — Варна, 1983.
4. *Цифудин, Л. и др.* Ръководство за лабораторни упражнения по физика, ВМЕИ — Габрово, 1984.
5. *Георгиева, И. И. и др.* Записки по лабораторна физика. ВХТИ — София, 1984.
6. *Чакъров, Хр. и др.* Ръководство за лабораторни упражнения по физика. ВХТИ — Бургас, 1983.
7. *Терзийски, К. И. и др.* Лабораторен практикум по физика. ВТУ — Русе, 1983.
8. *Христозов, Д. Д. и др.* Практикум по физика. ВИХВП — Пловдив, 1982.
9. *Четкаров, М.* Ръководство за лабораторни упражнения по обща физика. ДИ «Наука и изкуство». С., 1984.

СЪДЪРЖАНИЕ

Предговор 5

1. **ОСНОВИ НА ИЗМЕРВАНЕТО** 7

Неточност, разсейване и грешка 7
Разсеяни физични величини 10
Обработка и представяне на данните 12

1.1. **Измерване на време и на интервали от време** 20

1.1.1. Измервания с часовник и със секундомер 21
1.1.2. Измерване на малки интервали от време 23

1.2. **Измерване на дължина и на ъгъл** 26

1.2.1. Измервания с нониус и с микрометър 26
1.2.2. Измерване на малки разстояния 29

1.3. **Измерване на маса** 29

1.3.1. Измервания с везни 30

1.4. **Измерване плътността на маса** 34

1.4.1. Определяне на плътността с газов обемомер 35
1.4.2. Определяне плътността на пари 38
1.4.3. Определяне плътността на твърдо вещество с пикнометър 40
1.4.4. Определяне периода на кристална решетка 41
1.4.5. Определяне плътността на течност с пикнометър 43
1.4.6. Определяне на плътността посредством тегление на твърдо тяло . 43
1.4.7. Функционални методи за определяне на плътността 45

2. **МЕХАНИКА НА ТЕЛАТА** 47

2.1. **Енергия и взаимодействие** 48

2.1.1. Ускорително движение на топче 48
2.1.2. Инерчен момент на маховик 52
2.1.3. Инерчен момент на кръстачка (махало на Обербек) 53

3. **ТРЕПТЕНИЯ И ВЪЛНИ** 56

3.1. **Трептения** 56

3.1.1. Инерчен момент на твърдо тяло 59
3.1.2. Скорост на куршум 62
3.1.3. Свободни люлеения на стълб течност 63
3.1.4. Постъпателни трептения на тяло 65
3.1.5. Въртеливи трептения на диск 67
3.1.6. Трептения на пръчка, закрепена в единия край 70

3.2. **Вълни** 72

3.2.1. Стоящи вълни по струна 74

3.2.2. Повърхнинни водни вълни 77
3.2.3. Скорост на звука във въздух 81
3.2.4. Разпространение на ултразвукови вълни във въздушна среда . . 83
3.2.5. Измерване скоростта на ултразвук по интерференчен метод . . . 88
3.2.6. Измерване скоростта на ултразвук по дифракционен метод . . . 89

4. **ТЕРМОДИНАМИКА И СТАТИСТИЧНА ФИЗИКА** 92

4.1. **Газообразно състояние на веществото** 92

4.1.1. Измерване на температура 92
4.1.2. Измерване на налягане 97
4.1.3. Определяне на $\varkappa$ по метода на Клемант и Дезорм 100
4.1.4. Определяне на $\varkappa$ по метода на стоящите звукови вълни 102
4.1.5. Изследване зависимостта на $\varkappa$ от температурата 105
4.1.6. Топлопроводност на въздуха 105
4.1.7. Определяне на абсолютната влажност на въздуха по тегловен метод 108
4.1.8. Определяне на абсолютната и на относителната влажност на въздуха по психрометричен метод 110
4.1.9. Определяне на относителната влажност на въздуха по хигрометричен метод и посредством психрометрична таблица 112

4.2. **Течно състояние на веществото** 113

4.2.1. Коефициент на обемно разширение при течности 113
4.2.2. Определяне на σ по метода на откъсване на капки 114
4.2.3. Определяне на σ по тензометричен метод 117
4.2.4. Определяне на σ по метода на откъсване на мехури 118
4.2.5. Определяне на σ по капилярен метод 120
4.2.6. Изследване зависимостта на σ от температурата 121

4.3. **Твърдо състояние на веществото** 122

4.3.1. Коефициент на линейно разширение при тела 122
4.3.2. Коефициент на топлопроводност при твърди тела 124

4.4. **Фазови преходи на веществото** 126

4.4.1. Специфична топлина на топене на метали 126
4.4.2. Изучаване на $\gamma \rightleftarrows \beta$ превръщането при желязото 129
4.4.3. Изучаване на прехода феромагнитно—парамагнитно състояние при никела 130

4.5. **Статистични системи** 134

4.5.1. Поасоново разпределение 139
4.5.2. Нормално разпределение 143
4.5.3. Модел на двумерен газ 152
4.5.4. Модел на тримерен газ 155

5. **МЕХАНИКА НА МАТЕРИАЛНИ СРЕДИ** 159

5.1. **Твърди среди** 159

5.1.1. Модул на еластичност при разтягане 162
5.1.2. Модул на еластичност при огъване 163
5.1.3. Модул на еластичност при усукване 165

5.2. **Флуиди** 167

5.2.1. Капилярен вискозиметър на Поазьой 169
5.2.2. Капилярни вискозиметри на Оствалд и на Убелоде 170
5.2.3. Условни капилярни вискозиметри 173
5.2.4. Вискозиметри с ламинарно обтичане 174
5.2.5. Зависимост на вискозитета от температурата 177
5.2.6. Вискозитет на въздуда 178

6 ЕЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗЪМ 182

6.1. Основни електромагнитни измервания 182

6.1.1. Измервания с амперметър и с волтметър 185
6.1.2. Измервания с галванометър 187
6.1.3. Измервания с електроннолъчев осцилоскоп 193
6.1.4. Измервания с постояннотокови мостове 199
6.1.5. Измервания с променливотокови мостове 203
6.1.6. Електрични измервания по компенсационен метод 206

6.2. Електромагнитно измерване на неелектромагнитни величини . . 209

6.2.1. Характеристики на сензори 209

6.3. Променливотокови електрични вериги 211

6.3.1. Измерване на фазово отместване 213
6.3.2. Измерване на индуктивност и на капацитет 215
6.3.3. Измервания с електромер 216

6.4. Електрични и магнитни свойства на веществото 217

6.4.1. Хистерезис при сегнетоелектрици 222
6.4.2. Изследване на ε_r на сегнетоелектрик 225
6.4.3. Хистерезис при феромагнетици 226
6.4.4. Изследване на μ_r на феромагнетик и на феримагнетик 229

6.5. Термоелектрични явления 231

6.5.1. Характеристики на термодвойка 233
6.5.2. Градуиране на термодвойка 234
6.5.3. Ефект на Пелтие 237
6.5.4. Отделителна работа на термоелектрони 239
6.5.5. Разпределение на термоелектроните по скорости 241

6.6. Електромагнитни трептения и вълни 243

6.6.1. Свободни електромагнитни трептения 246
6.6.2. Принудени електромагнитни трептения 253
6.6.3. Резонансни зависимости при постоянна честота 255
6.6.4. Електромагнитни вълни по двупроводна линия 259

7. ОПТИКА 264

7.1. Интерференция на светлината 264

7.1.1. Изучаване интерференцията на светлината с бипризма на Френел 268
7.1.2. Използване на интерференчните ивици на еднаква дебелина за измерване на малки дебелини и радиуси на кривина 270

7.2. Дифракция на светлината 273

7.2.1. Дифракция на Фраунхофер от един процеп с лазерна светлина . 277
7.2.2. Дифракционна решетка 279
7.2.3. Изследване на кристална структура чрез дифракция на електромагнитни вълни 281

7.3. Поляризация на светлината 282

7.3.1. Проверка на законите на Брюстер и Малюс. Определяне показателя на пречупване на стъклена пластинка 286
7.3.2. Въртене равнината на поляризация на светлината от оптично активни вещества. Поляриметър на Лоран 288
7.3.3. Въртене равнината на поляризация на светлината от магнитно поле (ефект на Фарадей) 290

7.4. Разпространение на светлината във веществото 292

7.4.1. Измерване коефициента на отражение от повърхността на различни материали 296
7.4.2. Измерване показателя на пречупване с рефрактометъра на Абе . . 298
7.4.3. Измерване показателя на пречупване с интерферометъра на Рейли 300
7.4.4. Определяне показателя на пречупване и дисперсията на призма . 303
7.4.5. Поглъщане на светлината. Определяне концентрацията на разтвори 306

7.5. Оптични елементи и системи 307

7.5.1. Определяне фокусното разстояние на лещи и на системи от лещи 312
7.5.2. Изучаване на оптичен микроскоп. Построяване модел на оптичен микроскоп 313

7.6. Фотометрия и колориметрия 315

7.6.1. Измерване интензитета на светлинен източник 317
7.6.2. Определяне светлинния поток и светлинния добив на електрична лампа с фотометър на Улбрихт 319
7.6.3. Цвят и неговото определяне 321

7.7. Лазерен микроспектрален анализ 327

7.7.1. Определяне на неизвестната концентрация чрез лазерен микроспектрален анализ 328

8. АТОМНА И ЯДРЕНА ФИЗИКА 333

8.1. Определяне на специфичния заряд на електрона $\frac{e}{m}$ 333

8.1.1. Определяне на $\frac{e}{m}$ по метода на магнитната фокусировка при електроннолъчева тръба 334

8.1.2. Определяне на $\frac{e}{m}$ по метода на магнетрона 339

8.2. Определяне заряда на електрона 343

8.2.1. Определяне заряда на електрона по метода на Миликън 346

8.3. Изучаване следи на заредени частици, получени в Улсънова камера 349

8.3.1. Изследване траекторията на движение на позитрон 351

8.4. Външен фотоефект 352

8.4.1. Проверка на законите на външния фотоефект и определяне константата на Планк 355

8.5. Опити на Франк и Херц 358

8.5.1. Определяне на първия и на втория потенциал на възбуждане на живачен атом 361

8.6. Изследване спектъра на излъчване на водородния атом 362
8.6.1. Определяне константата на Ридберг 365

8.7. Топлинно излъчване 367

8.7.1. Определяне константата на Стефан—Болцман 369

8.8. Детектори на йонизиращи лъчения 371

8.8.1. Построяване на импулсната характеристика на Гайгер-Мюлеров брояч 378
8.8.2. Определяне мъртвото време на броячна апаратура по метода на два източника 380

8.9. Взаимодействие на гама-лъчи с вещество 382
8.9.1. Определяне коефициента на отслабване на гама-лъчи в твърди тела 386
8.10. Естествена радиоактивност 389
8.10.1. Определяне периода на полуразпадане на радиоактивен изотоп . 391
9. КОНДЕНЗИРАНИ СРЕДИ 393
9.1. Енергетична структура на твърди среди 394
9.1.1. Изследване на фоторезистор 397
9.1.2. Изследване на електроносителите във вещество (ефект на Хол) . 402
9.1.3. Електропроводимост на твърди среди 406
9.2. Електронни елементи 411
9.2.1. Характеристики на биполярен транзистор 416
9.2.2. Фототранзисторен оптрон 420
Приложения:
1. Физични величини и единици от международната измерителна система 423
2. Извънсистемни единици 432
3. Основни физични константи 434
4. Други физични константи и зависимости 436
Основна използвана литература 449